

**LEFRAND . POINSARD . AUCLERC**

# **ÉLECTRICITÉ**

**COURANT ALTERNATIF**

**ÉLECTROSTATIQUE**

**ISOLANTS . TUBES ÉLECTRONIQUES**

**COURANTS ALTERNATIFS**

**MACHINES . REDRESSEURS**

**FOUCHER - PARIS**



**Édouard LEFRAND**

Professeur d'électricité industrielle  
du Conservatoire National des Arts et Métiers

**Jean POINSARD**

Professeur à l'École Nationale  
de Radiotechnique  
et d'Électricité appliquée, Clichy

**Georges AUCLÈRC**

Professeur d'Électricité  
à l'École Diderot  
Paris

# **ÉLECTRICITÉ**

## **COURANT ALTERNATIF**

**Électrostatique — Isolants — Tubes électroniques**  
**Courants alternatifs — Machines — Redresseurs**

Conforme au programme de 1<sup>re</sup> I. des Collèges techniques ;  
des Sections techniques des Lycées et Collèges ;  
des Cours complémentaires industriels.

**LES ÉDITIONS FOUCHER**

128, rue de Rivoli - Paris

Des mêmes auteurs

# **ÉLECTRICITÉ**

## **Courant continu**

Électrocinétique

Magnétisme — Électromagnétisme

Machines à courant continu



# I. — Phénomènes fondamentaux de l'électrostatique

Dans le premier volume (Leçon I, chapitres 4 et 5) nous avons mentionné l'hypothèse électronique et signalé l'existence de corps électrisés.

## I. — ÉLECTRISATION

### a. Électrification par frottement.

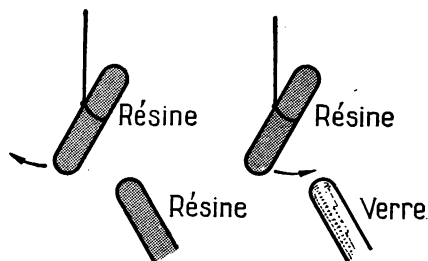
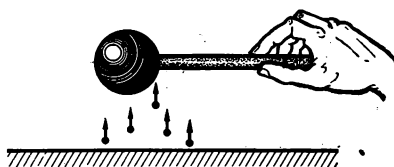
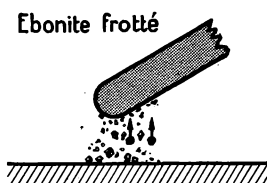
Certains corps (ébonite, résine, verre) tenus à la main et frottés avec un chiffon de laine ou une peau de chat acquièrent la propriété d'attirer les corps légers : on dit alors qu'ils sont électrisés (ou en état d'électrification).

Cette propriété attractive est localisée sur les zones frottées.

De tels corps sont appelés isolants ou diélectriques.

D'autres corps (métaux), également frottés, ne manifestent de l'électrification que s'ils sont tenus par l'intermédiaire d'un isolant, et cette électrification se manifeste sur toute leur surface : ces corps sont appelés conducteurs.

*Tous les corps peuvent s'électrifier par frottement.*



### b. Action mutuelle de deux corps électrisés.

Deux bâtons de verre et deux bâtons de résine sont électrisés par frottement avec une peau de chat :

Nous pouvons constater une répulsion, soit entre les deux bâtons de verre, soit entre les deux bâtons de résine, par contre un bâton de verre attire un bâton de résine.

Tous les corps électrisés se comportent soit comme le verre soit comme la résine : *il y a donc pour un corps deux façons d'être électrisé, et deux seulement.*

Un corps électrisé comme le verre est dit *électrisé positivement*, un corps électrisé comme la résine est dit *électrisé négativement*.

Un corps électrisé A, permet de reconnaître l'état d'électrisation d'un corps B par attraction ou répulsion, si l'état d'électrisation (positive ou négative) de A est connu.

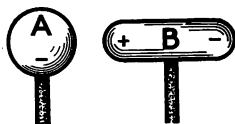
### c. Électrisation par contact.



Le corps B primitivement neutre (tenu par un manche isolant s'il est conducteur), mis en contact avec le corps A électrisé, s'électrise de la même façon que A.

Tous les corps peuvent s'électriser par contact, rapidement pour les conducteurs, lentement pour les isolants.

### d. Électrisation par influence.



Approchons un corps électrisé A d'un corps primitivement neutre B isolé, deux zones du corps B manifestent un état d'électrisation (attraction d'un pendule léger), la zone *b*, la plus éloignée de A est électrisée de la même façon que A, la zone *a*, la plus proche de A, est électrisée de façon contraire.

On peut aussi constater une attraction entre les corps A et B.

Tous les corps peuvent s'électriser par influence ; cette électrisation est rapide pour les conducteurs et peut être très lente pour les isolants (quelques minutes pour un bon isolant).

## 2. — INTERPRÉTATION DE CES PHÉNOMÈNES

Rappelons (tome I, page 5) que l'électricité positive est liée au noyau de l'atome, elle est solidaire de la masse de l'atome, l'électricité négative est constituée d'électrons, de masse infime, gravitant autour du noyau et certains électrons sont facilement mobiles dans les conducteurs.

D'autre part, deux éléments de même espèce électrique se repoussent, deux éléments d'espèces électriques contraires s'attirent.

Pour un corps non électrisé, les charges positives des noyaux sont équilibrées par celles des électrons, pour l'extérieur l'action résultante est nulle.

**Électriser un corps c'est lui fournir ou lui enlever des électrons.**

Dans le premier cas il devient électrisé négativement, dans le second cas positivement.

Dans les deux cas la masse du corps est pratiquement inchangée.

#### **a. Électrisation par frottement.**

Des électrons de l'un des corps passent sur l'autre. Par exemple :

- des électrons de la laine sont passés sur la résine, la résine est électrisée négativement ;
- des électrons du verre sont passés sur la laine, le verre est électrisé positivement.

Après contact prolongé de deux corps électrisés par frottement l'un contre l'autre, ils redeviennent tous deux neutres : les électrons acquis par le corps électrisé négativement sont revenus sur le corps électrisé positivement.

#### **b. Électrisation par contact.**

Lorsque le corps A initialement chargé est négatif (excès d'électrons), il en cède à B qui s'électrise alors négativement.

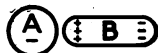
Lorsque le corps A est positif (manque d'électrons) le corps B lui fournit des électrons et s'électrise positivement.

*Dans les deux cas B s'électrise de la même façon que A.*

#### **c. Électrisation par influence.**

Le corps A est par exemple électrisé négativement, il repousse, dans la région de B la plus lointaine de A, des électrons de B.

Cette partie de B devient alors négative, la partie de B la plus proche de A devient positive (par perte d'électrons).



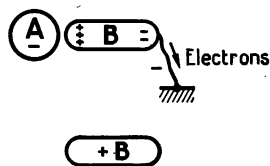
L'éloignement de A ramène sur B l'équilibre électrique.

- Lorsque A influence B il y a attraction entre ces deux corps du fait que les charges électriques qui s'attirent (prises sur A et B), sont plus proches que celles qui se repoussent.

*L'attraction des corps légers est due au phénomène d'influence.*

— Il est possible d'électriser définitivement B par influence.

Pendant que B est proche de A, touchons-le avec la main ou relions-le au sol, l'électricité de même nature que celle de A (négative par exemple), repoussée par A s'échappe au sol.



Isolons alors B et éloignons A, le, corps B n'est plus neutre : *il conserve une charge de nom contraire à celle de A.*

#### d. Conducteurs et isolants.

Dans les conducteurs des électrons se déplacent assez librement (même sous l'action de forces très faibles), avec des vitesses notables (cette vitesse moyenne de déplacement est inférieure à 1 m/s).

Dans les isolants leur déplacement est très difficile et toujours extrêmement lent.

Il n'y a ni conducteur parfait, ni isolant parfait.

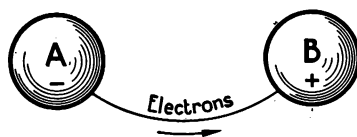
### 3. — COURANT ÉLECTRIQUE

*Le courant électrique est un déplacement d'électrons* (tome I, page 6).

#### a. Courant de conduction.

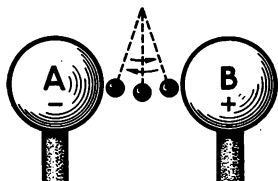
Tout conducteur dans lequel cheminent des électrons (tome I, page 21) est le siège d'un courant électrique de conduction.

Exemple : fil de cuivre reliant deux corps électrisés.



#### b. Courant de convection.

Entre deux corps, A électrisé négativement et B électrisé positivement, une petite boule conductrice *b*, suspendue par un fil de soie (isolant) est influencée et attirée par chacun des deux corps.



Du fait de sa position l'une des actions est prépondérante, celle de A par exemple ; la boule *b* vient toucher A, s'électrise par contact contre A (comme A), elle est alors repoussée par A et attirée par B : elle heurte B, se charge comme B et est de nouveau attirée par A, etc...

Au cours de ces oscillations, ce pendule électrique *b* transporte des électrons de A sur B, *il y a entre A et B un double courant de convection*, charges électriques transportées par un support matériel mobile :

- *b* allant de A à B, courant de charges négatives ;
- *b* allant de B à A, courant de charges positives.

**Remarque.**

Courant de conduction ou courants de convection tendent à ramener un équilibre électrique entre A et B.

**4. — CHAMP ÉLECTRIQUE** (ou champ de forces électriques).

Dans l'espace qui environne un corps électrisé, tous les autres corps subissent une action électrique : *cet espace est le siège d'un champ électrique.*

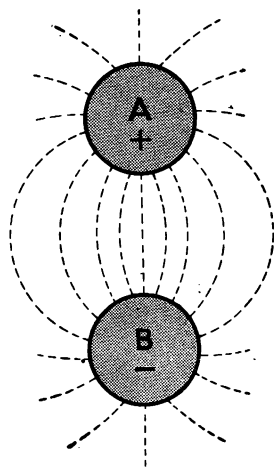
- a. Lorsque l'action subie par un corps électrisé, de très petites dimensions, est identique en tous les points d'un lieu (en grandeur, direction et sens), on dit que ce lieu est le siège d'un champ électrique uniforme.
- b. On peut réaliser des *spectres électriques* : sur une plaque de verre bien sèche on dispose deux disques métalliques A et B que l'on électrise (à l'aide d'une machine électrostatique). A est, par exemple, chargé positivement et B négativement.

Saupoudrons la plaque de poussière de mica (ou de débris de crins) et imprimons à cette plaque de petits chocs pour favoriser la mobilité de ces particules, on obtient un spectre électrique.

Les grains de mica se disposent comme des grains de limaille de fer au voisinage de deux pôles d'aimant nord et sud (tome I, page 112).

On peut aussi électriser A et B de la même façon, ajouter d'autres corps électrisés... ; on réalise alors différents spectres électriques.

Chaque grain de mica s'électrise par influence et se place dans le champ sous l'effet de forces électriques.

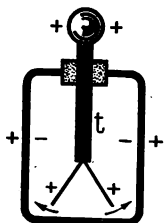


**Remarque.**

Limite d'électrisation. Le nombre d'électrons que l'on peut ajouter ou retrancher à un corps est très faible devant le nombre total des électrons de ce corps, cette propriété limite pratiquement l'état d'électrisation.

## 5. — ÉLECTROSCOPE

Un électroscope est un appareil qui permet de reconnaître si un corps est électrisé. Il se compose d'une tige  $t$  métallique verticale terminée à sa partie supérieure par une boule ou un plateau et supportant à sa partie inférieure deux *feuilles conductrices souples très minces*.



On utilise souvent des feuilles d'or battu, de quelques microns d'épaisseur.

Ces feuilles sont abritées dans une cage de verre, la tige  $t$  traverse un bouchon très isolant (paraffine ou ébonite par exemple).

Si l'on électrise, soit par contact, soit par influence, la tige de l'électroscope les feuilles électrisées de même nature se repoussent et s'écartent (les parois de la cage électrisées par influence ajoutent leur action à ces forces répulsives).

Lorsque l'électroscope est électrisé, positivement par exemple, l'approche d'un corps électrisé positivement accroît la divergence des feuilles, l'approche d'un corps électrisé négativement les rapproche.

*On peut ainsi déterminer le signe de l'électrisation et jusqu'à un certain point l'importance de l'électrisation.*

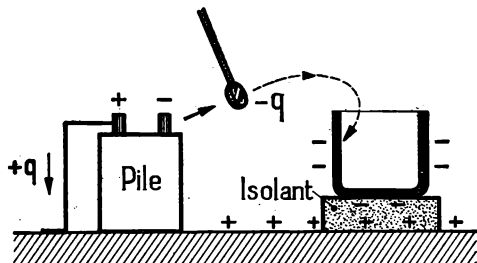


On utilise souvent dans les expériences d'électrostatique un *plan d'épreuve*, c'est une petite plaque  $s$  conductive fixée au bout d'une baguette isolante.

On électrise cette plaque  $s$  par contact sur le corps électrisé à étudier, on la présente ensuite à un électroscope chargé.

## 6. — CYLINDRE DE FARADAY, addition de charges.

- a. On peut électriser un plan d'épreuve par contact à l'une des bornes d'une source continue, l'autre borne étant reliée à une plaque assez conductrice  $P$  (le dessus de la table, mauvais isolant, peut convenir).



Dans le cas de la figure, la source fournit au plan d'épreuve  $q$  électrons prélevés sur  $P$ .

Le plan d'épreuve est alors électrisé, il porte une charge  $-q$ , tandis que la plaque P est électrisée de façon contraire, elle porte la charge  $+q$ .

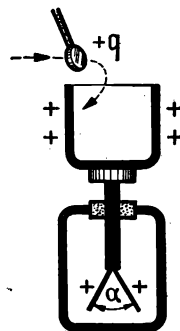
Transportons le plan d'épreuve dans un cylindre métallique, isolé et éloigné de la source, et mettons-le en contact avec la paroi intérieure. *La charge  $-q$  du plan d'épreuve passe à la surface extérieure du cylindre*, par suite de la répulsion des électrons entre eux et de l'attraction de ces électrons par les charges extérieures  $+q$ .

*Le plan d'épreuve est devenu neutre*, on peut recommencer l'opération et apporter une nouvelle charge  $-q$  sur la surface extérieure du cylindre.

*Le cylindre collecteur de charges est appelé cylindre de Faraday.*

(En inversant les pôles de la source on additionnerait de la même façon des charges  $+q$  sur le cylindre).

- b. Si le cylindre est relié par un conducteur à un électroscope, celui-ci fait partie de la surface extérieure du cylindre ; des électrons gagnent l'électroscope et les deux feuilles divergent d'un angle  $\alpha$  après la première opération. Au fur et à mesure que le plan d'épreuve apporte de nouvelles charges la divergence des feuilles de l'électroscope s'accroît.



*On peut ainsi graduer un électroscope conventionnellement dans les conditions d'expérience (on fait correspondre un angle à un nombre de charges égales transportées).*

On peut utiliser, pour des mesures relatives à une expérience, un cylindre de Faraday placé directement sur le plateau d'un électroscope.

#### Remarque.

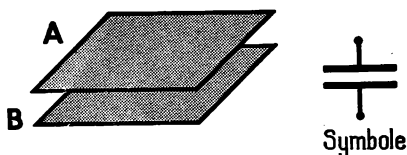
Nous avons réalisé le schéma d'une machine électrostatique, la source permet de séparer des charges (qui existent simultanément dans les corps à l'état neutre), le plan d'épreuve les transporte, le cylindre de Faraday permet de les ajouter.



## 2. — Le condensateur électrique

### I. — CONSTITUTION

Un condensateur est formé par deux conducteurs voisins, les armatures A et B, séparés par un isolant (ou diélectrique) qui peut être solide, liquide ou gazeux.



On utilise principalement les condensateurs plans et les condensateurs cylindriques.

Le condensateur le plus simple peut être réalisé par deux plaques métalliques planes parallèles, très rapprochées, séparées par de l'air, c'est un condensateur plan.

Quand le diélectrique est solide il peut servir de support aux armatures, exemples : deux feuilles d'étain collées sur les deux faces d'une feuille de mica constituent un condensateur plan ; deux feuilles d'étain collées respectivement sur les surfaces externe et interne d'un flacon en verre forment un condensateur cylindrique.

### 2. — CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

#### a. Expérience.

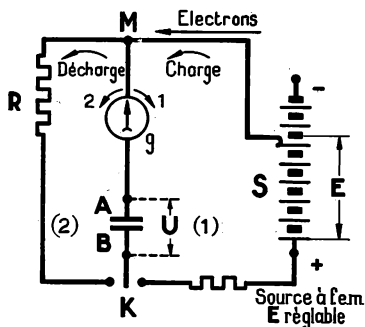
Dans le montage ci-contre le commutateur K peut fermer :

- soit le circuit (1) qui réunit le condensateur à la source S,
- soit le circuit (2) qui relie les armatures du condensateur aux bornes d'une résistance R.

Un galvanomètre balistique  $g$  est placé en série avec le condensateur.

Ce galvanomètre mesure la quantité d'électricité  $Q$  qui le traverse pendant un court intervalle de temps ; le sens de sa déviation est déterminé par le sens du courant.

Fermons le circuit (1), le galvanomètre  $g$  indique le passage d'une quantité d'électricité  $Q$  débitée par la source.

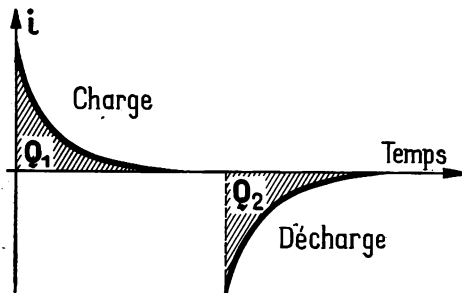
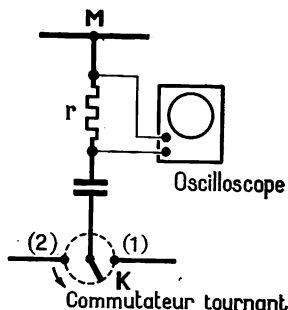




Dès que le galvanomètre  $g$  est revenu au zéro nous fermons le circuit (2), le galvanomètre indique le passage de la même quantité d'électricité  $Q$  en sens inverse.

Au cours de la première opération le *condensateur a emmagasiné une quantité d'électricité  $Q$* , on dit qu'il *s'est chargé*.

Au cours de la seconde opération le *condensateur a restitué cette même charge  $Q$*  dans le circuit, il *s'est déchargé*.



Avec un commutateur permettant de répéter, successivement, ces opérations un grand nombre de fois par seconde, l'oscilloscope cathodique (tome I, p. 103), connecté, aux bornes d'une résistance  $r$ , mise à la place du galvanomètre balistique, fournit une représentation graphique du phénomène.

Les quantités d'électricité  $Q_1$ , de charge, et  $Q_2$ , de décharge, sont représentées par des aires égales (de signes contraires).

## b. Interprétation.

La source de force électromotrice  $E$  pousse des électrons à sa borne  $-$  et en attire à sa borne  $+$  ; par suite, l'armature  $A$  du condensateur s'électrise négativement (excès d'électrons) et l'armature  $B$  s'électrise positivement (déficit d'électrons), la source débite le courant de charge et il apparaît une différence de potentiel  $U$  (différence de pression électronique) croissante entre les armatures. *La charge est achevée quand  $U = E$ .*

A la fermeture du second circuit les électrons, en excès sur l'armature  $A$ , se dirigent vers  $B$ , c'est le courant de décharge ; il dure jusqu'à ce que les charges  $-Q$  de  $A$  et  $+Q$  de  $B$  se soient neutralisées ; *en fin de décharge,  $U = 0$ .*

Le condensateur laisse le circuit ouvert ; pour le circuit tout se passe comme si le condensateur laissait passer du courant dans un sens pendant la durée de la charge et dans l'autre sens pendant la durée de la décharge.

### 3. — CAPACITÉ D'UN CONDENSATEUR

En utilisant une source de force électromotrice  $E$  réglable, on peut obtenir, en fin de charge, différentes tensions  $U = E$  aux bornes du condensateur.

Pour un condensateur donné, on trouvera par exemple :

pour les tensions  $U_1 = 10 \text{ V}$ ,  $U_2 = 20 \text{ V}$ ,  $U_3 = 30 \text{ V}$ ,  
les charges  $Q_1 = 20 \text{ } \mu\text{C}$  (microcoulombs),  $Q_2 = 40 \text{ } \mu\text{C}$ ,  $Q_3 = 60 \text{ } \mu\text{C}$ .

Il y a proportionnalité entre  $Q$  et  $U$ , ici  $\frac{Q}{U} = 2 \text{ } \mu\text{C/V}$ .

Pour un condensateur donné le quotient  $\frac{Q}{U}$  est indépendant de  $U$ , il caractérise ce condensateur, par définition c'est la **capacité  $C$  du condensateur**  $\frac{Q}{U} = C$ .

Avec un autre condensateur on a obtenu par exemple :

pour  $U$  : 10 V, 20 V et 30 V,

les charges respectives  $Q$  : 5, 10 et 15  $\mu\text{C}$ ,

ici  $\frac{Q}{U} = 0,5 \text{ } \mu\text{C/V}$ .

Dans l'expression  $Q = CU$ , la charge  $Q$  s'exprime en coulombs, la tension  $U$  en volts et la capacité en farads.

**Un condensateur de capacité 1 farad (1 F) emmagasine une charge de 1 coulomb lorsqu'il est chargé sous la tension 1 volt.**

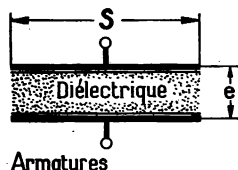
Une capacité de 1 farad est très grande ; pour exprimer la capacité des condensateurs usuels, on utilise des sous-multiples :

- le microfarad,  $1 \text{ } \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ ,
- le nanofarad,  $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$ ,
- le picofarad,  $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$ .

Dans les exemples précédents, le premier condensateur a une capacité

$C_1 = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{10} \text{ F}$  ou  $2 \text{ } \mu\text{F}$ , le second  $C_2 = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{10} \text{ F}$  ou  $0,5 \text{ } \mu\text{F}$ .

### 4. — CAPACITÉ D'UN CONDENSATEUR PLAN



Lorsque l'épaisseur  $e$  du diélectrique est faible devant les dimensions des armatures ( $e$  inférieur à  $\frac{1}{100}$  de la plus petite dimension des surfaces en regard), la capacité d'un condensateur plan :

- a. **est proportionnelle à la surface**  $S$  utile des armatures (valeur commune des surfaces en regard), elle ne dépend pas de leur épaisseur, ni du matériau conducteur qui les constitue ;
- b. **est inversement proportionnelle à l'épaisseur**  $e$  du diélectrique qui sépare les armatures ;
- c. **dépend de la nature de ce diélectrique**, dans les mêmes conditions, la capacité est, par exemple, 6 fois plus grande avec le mica qu'avec de l'air.

Ces résultats peuvent être vérifiés par l'expérience, et établis théoriquement (voir plus loin chap. 3).

Chaque diélectrique est caractérisé par un coefficient  $K$  appelé **constante diélectrique ou permittivité**.

Par définition, pour un diélectrique donné,  $K = \frac{C_1}{C}$ ,  $C$  est la capacité d'un condensateur plan dont l'isolant est le vide,  $C_1$  la capacité du condensateur plan de mêmes dimensions ( $S$  et  $e$ ) avec le diélectrique considéré.

#### Par exemple :

Air et tous les gaz ....	$K \simeq 1$	Paraffine et pétrole .....	$K = 2,2$
Eau .....	$K = 80$	Papier paraffiné .....	$K = 2,2$
Ébonite .....	$K = 2,7$	Porcelaine .....	$K = 6$
Mica .....	$K = 6$	Verre .....	$K = 5 \text{ à } 10$
Papier .....	$K = 2,2$	Quartz .....	$K = 4,5$

#### Conséquence.

La capacité d'un condensateur plan est donc de la forme  $C = m \frac{KS}{e}$ ,

où  $m$  est un coefficient qui dépend des unités choisies.

Pour  $S$  exprimée en mètres carrés,  $e$  en mètres et  $C$  en farads.

$$m = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \text{ soit environ } 0,884 \times 10^{-11} \text{ (1)}$$

#### Exemple.

Capacité d'un condensateur plan, à air, formé par deux armatures rectangulaires  $26 \times 32 \text{ cm}^2$ , parallèles, distantes de  $1 \text{ mm}$  :

$$C = 0,884 \times 10^{-11} \times \frac{0,26 \times 0,32}{0,001} = 0,735 \times 10^{-9} \text{ F ou } 0,735 \text{ nF.}$$

Pour un condensateur plan, de mêmes dimensions avec diélectrique mica

$$C = 0,735 \times 6 = 4,4 \text{ nF.}$$

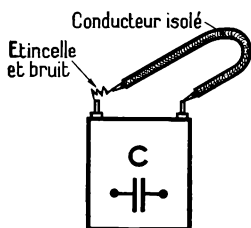
---

(1) Si  $S$  est en  $\text{cm}^2$ ,  $e$  en  $\text{cm}$ ,  $C$  en farads

$$m = \frac{1}{36\pi \cdot 10^{11}} \simeq 0,884 \cdot 10^{-13}.$$

## 5. — ÉNERGIE EMMAGASINÉE DANS UN CONDENSATEUR

Pendant la décharge le condensateur restitue l'énergie électrique  $W$  que lui a cédée le générateur pendant la charge. Cette énergie est dissipée en chaleur dans le circuit reliant les armatures ainsi que dans l'étincelle qui se produit à la fermeture de ce circuit et dans l'espace sous forme d'ondes électriques.



Cette énergie s'exprime par la relation  $W = \frac{1}{2} QU$ ,

et en tenant compte de la relation

$$Q = CU, \quad W = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

où  $W$  est exprimée en joules,  $C$  en farads,  $Q$  en coulombs,  $U$  en volts.

### Exemple.

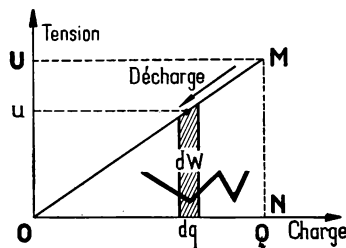
Pour le condensateur au mica, calculé plus haut, chargé sous la tension  $U = 220$  V

$$Q = CU = 4,4 \times 10^{-9} \times 220 = 0,968 \mu C$$

$$\text{et} \quad W = \frac{1}{2} \times 0,968 \cdot 10^{-6} \times 220 = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{J ou } 106 \mu \text{J}.$$

En effet, la tension  $U$  aux bornes des armatures est proportionnelle à la charge  $Q$  qu'elles ont prise. Pendant la décharge la tension baisse de la valeur  $U$  initiale jusqu'à zéro à mesure que la charge décroît de  $Q$  à zéro. Le premier électron quittant l'armature  $A$  est fourni à la tension  $U$ , le dernier à une tension voisine de zéro.

Pendant un intervalle de temps très court  $dt$  il passe dans le circuit l'élément de charge  $dq$  à la tension moyenne  $u$  correspondant au courant moyen  $i = \frac{dq}{dt}$ . Pendant ce temps la quantité élémentaire d'énergie  $dW = ui \times dt = u dq$  est représentée par l'aire du trapèze élémentaire hachuré.



L'énergie totale  $W$  est représentée par la somme de telles aires élémentaires, c'est-à-dire par la surface du triangle OMN, soit  $W = \frac{1}{2} Q \times U$ .

### Remarques.

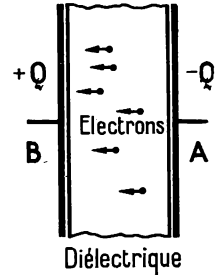
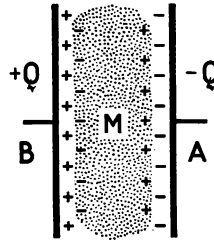
- a. Dans le diélectrique M, placé dans le champ électrique des armatures, des électrons sont attirés vers B, M s'électrise par influence, on dit qu'il s'est polarisé.

Réciproquement, les armatures sont influencées par les charges du diélectrique et la capacité du condensateur se trouve augmentée.

- b. *Le phénomène de charge n'est pas instantané.* Dans le cas où le circuit extérieur au condensateur, non inductif, a une très faible résistance :

— la polarisation d'un diélectrique gazeux est rapide et la charge du condensateur est pratiquement complète en 1 microseconde ;

— pour un diélectrique solide la polarisation est plus lente. Toutefois, pour un bon condensateur, les  $\frac{99}{100}$  de la charge sont acquis en moins d'une milliseconde.



Il est d'usage de considérer la capacité pour un temps court, 0,01 s (la durée d'une alternance de sens constant des courants alternatifs industriels est précisément 0,01 s).

Dans le cas où le circuit de charge (ou de décharge) du condensateur de capacité C, présente une résistance non inductive importante R, la durée pratique de charge (ou de décharge) est proportionnelle au produit CR, appelé *constante de temps du circuit* (C en farads, R en ohms, CR en secondes).

*Exemple :* Pour C = 10  $\mu$ F et R = 1M $\Omega$ , CR = 10 secondes. La charge (ou la décharge) du condensateur dans ce circuit atteint 63 % de sa valeur au bout de 10 secondes.

- c. Avec un condensateur démontable, à diélectrique solide on vérifie que l'énergie emmagasinée dans le condensateur réside surtout dans le diélectrique.

Après une charge prolongée nous séparons les armatures et les rechargeons en les mettant en contact nous remontons alors le condensateur, nous constatons qu'il est encore chargé. Nous pouvons recommencer un grand nombre de fois les décharges des armatures après séparation du diélectrique.

- d. Le diélectrique et l'air environnant, n'étant pas des isolants parfaits, *un condensateur chargé perd peu à peu sa charge*. Un bon condensateur peut mettre plusieurs heures à la perdre complètement.
- e. *La variation de tension* aux bornes d'un condensateur, et plus particulièrement l'emploi d'une tension alternative (qui change périodiquement de sens) provoque l'*échauffement du condensateur*. Ce phénomène est dû au travail interne du diélectrique dont « la polarisation » change de sens (analogie avec les pertes dans le fer par hystérésis). Le chauffage par hystérésis diélectrique est employé pour la fusion et le soudage des matières plastiques en utilisant des tensions de haute fréquence.

## 6. — ASSOCIATION DE CONDENSATEURS

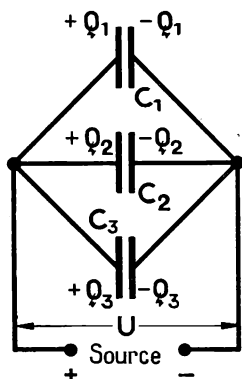
- a. La capacité équivalente à un système de condensateurs associés est celle d'un condensateur unique, qui, chargé sous la même tension  $U$ , prend la même charge  $Q$  que ce système.

*Deux capacités équivalentes, chargées sous la même tension  $U$ , emmagasinent la même énergie  $W$  ;*

en effet pour la première  $W_1 = \frac{1}{2} Q_1 U$  et pour la seconde  $W_2 = \frac{1}{2} Q_2 U$ , puisque  $Q_1 = Q_2$ , on a  $W_1 = W_2$ .

Réciproquement pour  $U$  donné si  $W_1 = W_2$  on a  $Q_1 = Q_2$  et  $C_1 = C_2$ .

### b. Association de condensateurs en parallèle.



Nous supposons que ces condensateurs, de capacité  $C_1, C_2 \dots$  sont assez éloignés les uns des autres pour pouvoir négliger les actions qui s'exercent entre eux par influence, leur capacité propre n'est alors pas modifiée.

L'énergie totale emmagasinée dans le système est alors

$$W = \frac{1}{2} C_1 U^2 + \frac{1}{2} C_2 U^2 + \dots = \frac{1}{2} (C_1 + C_2 + \dots) U^2$$

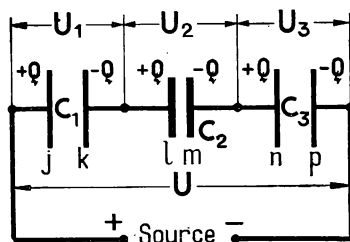
La capacité équivalente est alors  $C = C_1 + C_2 + \dots$ , capacité unique, qui sous la tension  $U$  emmagasinerait l'énergie totale  $W$ .

S'il s'agit de  $n$  condensateurs identiques,  $C = nC_1$  ; dans ce cas l'ensemble est équivalent à un seul condensateur présentant le même diélectrique, de même épaisseur, mais de surface utile  $n$  fois plus grande.

### c. Association de condensateurs en série.

La différence de potentiel  $U$  aux bornes de l'ensemble des condensateurs de capacité  $C_1, C_2 \dots$  se répartit aux bornes de chacun en  $U_1, U_2 \dots$  telles que

$$U = U_1 + U_2 + \dots$$



Les charges  $+Q$  et  $-Q$  sur les armatures extrêmes  $j$  et  $p$  du système sont égales (quantité d'électricité débitée par le générateur pendant la charge).

D'autre part les charges des deux armatures de chaque condensateur sont égales, et un élément conducteur tel que  $kl$  ou  $mn$  se trouve électrisé par influence, les armatures  $k$  et  $l$  ainsi que  $m$  et  $n$  prennent respectivement les charges  $-Q$  et  $+Q$  ; il s'ensuit que chacun des condensateurs prend la même charge  $Q$ .

L'énergie totale emmagasinée est

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2} + \dots \quad \text{soit} \quad W = \frac{1}{2} Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \right).$$

La capacité équivalente à l'ensemble est  $C$ , telle que  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

La capacité équivalente est plus faible que l'une quelconque d'entre elles.

Dans le cas de  $n$  condensateurs identiques ainsi associés  $\frac{1}{C} = \frac{n}{C_1}$  et  $C = \frac{C_1}{n}$ .

Les tensions aux bornes de chaque condensateurs sont inversement proportionnelles aux capacités correspondantes, les charges étant les mêmes, on a  $Q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = \dots$

#### d. Association de condensateurs de façon quelconque.

Dans le cas le plus général le calcul peut être compliqué ; dans les cas simples on déterminera la capacité équivalente à l'ensemble en décomposant le montage en groupes se rapportant à l'un des deux cas précédents.

##### Exemple.

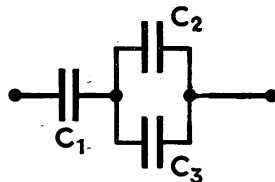
On dispose de trois condensateurs définis par  $C_1 = 2 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 5 \mu\text{F}$  et  $C_3 = 10 \mu\text{F}$ . Dans le cas du montage en parallèle la capacité équivalente est

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = 17 \mu\text{F}.$$

Dans le cas du montage en série la capacité équivalente  $C$  est telle que

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10}$$

$$C' = \frac{10}{8} = 1,25 \mu\text{F}$$



Dans le cas où  $C_2$  et  $C_3$  sont en parallèle, ce groupe en série avec  $C_1$ , on a pour le groupe  $C_2$  et  $C_3$ ,

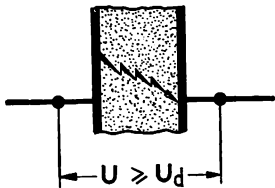
$$C' = C_2 + C_3 = 15 \mu\text{F}$$

et pour l'ensemble  $C$  tel que

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'} = \frac{1}{2} + \frac{1}{15} = \frac{17}{30} \quad C = \frac{30}{17} = 1,76 \mu\text{F}.$$

## Remarques,

- a. *Tension d'emploi.* La charge d'un condensateur de capacité  $C$  est proportionnelle à la tension de charge  $U$ . Mais celle-ci est limitée supérieurement. En effet, à partir d'une tension  $U_d$  (tension disruptive), variable avec la nature du diélectrique et son épaisseur (voir plus loin rigidité diélectrique), une étincelle peut jaillir entre les armatures, perçant l'isolant. (Si l'isolant est liquide ou gazeux il se répare de lui-même dès que la tension  $U_d$  est supprimée).



La tension d'emploi d'un condensateur est indiquée par le constructeur, elle est très inférieure à la tension dangereuse  $U_d$  (un coefficient de sécurité est prévu).

- b. Le mode d'association des condensateurs en parallèle est très employé, il permet de réaliser de grandes capacités.

— Pour des diélectriques parfaits, sous tension de sens constant, le mode d'association des condensateurs en série permet d'utiliser chacun d'entre eux à une tension  $U_1$ , plus faible que la tension totale  $U$ .

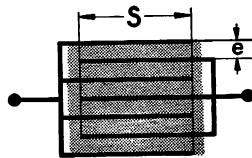
Sous tension alternative à fréquence suffisante les diélectriques se comportent comme s'ils étaient parfaits (les courants de fuite, qui modifieraient les tensions partielles, n'ont pas le temps d'intervenir).

## 7. — DIVERS TYPES DE CONDENSATEURS

### a. Bloc de condensateurs plans.

Pour augmenter la capacité et réduire l'encombrement on réalise un empilage de lames métalliques (feuilles d'étain par exemple) isolées par des feuilles de mica ou de papier paraffiné.

Les lames de rang pair reliées par un conducteur constituent une armature; les lames de rang impair reliées constituent l'autre armature.



Sauf aux extrémités chaque lame travaille sur les deux faces.

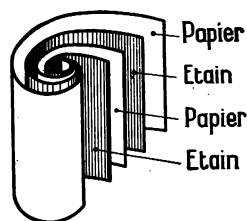
Souvent une armature enveloppe l'autre, le nombre total des lames est alors impair (ce dispositif est moins sensible aux influences extérieures). dans tous les cas, pour  $n$  lames conductrices et  $(n - 1)$  feuilles isolantes, l'ensemble constitue un groupement de  $(n - 1)$  condensateurs élémentaires en parallèle.

### Exemple.

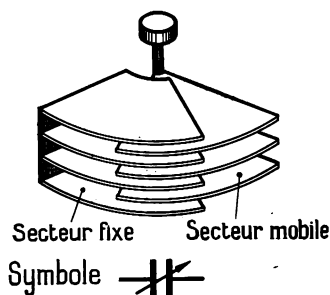
Sept armatures, 6 feuilles d'isolant = 6 condensateurs de surface  $S$ , d'épaisseur  $e$ , en parallèle.



b. **Bloc cylindrique** obtenu en enroulant concentriquement des feuilles alternées d'étain et de papier paraffiné.



c. **Condensateur industriel dans l'huile**, pour faciliter le refroidissement, améliorer l'isolement et empêcher la production d'ozone (en haute tension), des batteries d'éléments groupés soit en parallèle (basse tension), soit en série (haute tension), sont plongées dans des cuves contenant de l'huile minérale.



d. **Condensateur variable à air**, multicellulaire. Un groupe fixe de secteurs parallèles constitue une armature, un groupe mobile de secteurs parallèles s'emboîtant dans les précédents constitue l'autre armature.

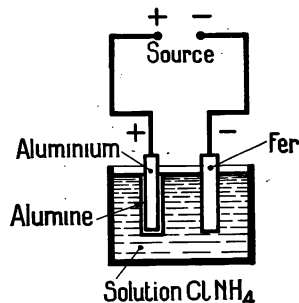
Commandée par bouton moleté, la rotation des secteurs mobiles fait varier la surface active utile des armatures.

e. **Condensateurs électrolytiques.**

Au cours de l'électrolyse d'un sel d'ammonium en solution, avec anode en aluminium (la cathode est quelconque), une très mince couche d'alumine isolante recouvre l'aluminium.

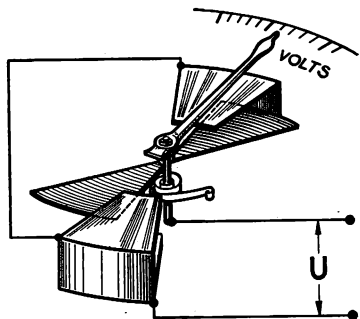
On obtient un condensateur ayant pour armatures l'électrolyte et l'anode, et pour diélectrique l'alumine.

De tels condensateurs, formés par deux minces bandes d'aluminium, séparées par du papier imprégné d'électrolyte, ont une grande capacité pour un volume réduit (d'autant plus que l'électrolyte, baignant toutes les aspérités, augmente la surface utile, 8 à 10 fois plus grande que la surface apparente).



## 8. — ÉLECTROMÈTRES

Les armatures d'un condensateur chargé sont toujours électrisées de façons contraires, elles sont l'objet de forces attractives réciproques croissantes avec la charge  $Q$ , donc avec la tension de charge  $U$ , quelle que soit la polarité de cette tension.



La mesure de l'attraction permet donc une mesure de la tension  $U$  appliquée aux armatures.

*Un électromètre est un condensateur variable à air.*

Des forces électriques sollicitent l'armature mobile à pénétrer dans les cellules de l'armature fixe, quel que soit le sens de la tension  $U$ .

Un ressort crée un couple antagoniste qui croît avec le déplacement.

A chaque tension appliquée  $U$  correspond, pour l'équipage mobile, une position d'équilibre repérée par une aiguille mobile en face d'un cadran.

Ce cadran est gradué en volts ou en kilovolts.

Il existe des électromètres pour mesurer soit des tensions de quelques volts, ils présentent une grande capacité (ils sont multicellulaires), soit des tensions de plusieurs milliers de volts et même des tensions de l'ordre du mégavolt ( $1 \text{ MV} = 10^6 \text{ volts}$ ):

Pour la mesure directe des très hautes tensions on ne peut pas employer d'autre type d'appareil.

L'électromètre ou voltmètre électrostatique est utilisable pour des *tensions de sens constant ou alternatives*.

## EXERCICES

1. — Pour construire une bouteille de Leyde (type ancien de condensateur) on utilise un flacon cylindrique de 12 cm de diamètre et d'épaisseur 2 mm, en verre de permittivité  $K = 6$ .

On tasse à l'intérieur du papier d'étain froissé réuni par un conducteur à une tige métallique qui traverse le bouchon en cire très isolante. On suppose que le papier d'étain, constituant une armature de condensateur, touche, d'une manière continue, la paroi interne du flacon jusqu'à une hauteur de 15 cm.

L'autre armature est formée de papier d'étain collé sur la paroi extérieure et sur le fond.

Calculer la capacité d'un tel condensateur, la charge qu'il prend, et l'énergie qu'il emmagasine sous la tension de 20 000 V fournie par une machine électrostatique. (On supposera égales les surfaces interne et externe en négligeant l'épaisseur du verre pour leur détermination.)

**Réponses :** 1,8 nF — 36  $\mu$ C — 0,36 J.

2. — Un condensateur est formé de 26 feuilles d'étain rectangulaires de  $10 \times 8$  cm<sup>2</sup> isolées par du papier paraffiné de 0,1 mm d'épaisseur pour lequel la permittivité est  $K = 2,2$ . Les feuilles d'étain, de rang pair d'une part et de rang impair d'autre part, sont réunies aux deux bornes du condensateur.

Calculer la capacité de ce condensateur, la charge qu'il prend à la tension  $U = 120$  V, et l'énergie qu'il emmagasine dans ce cas.

**Réponses :** 38,9 nF — 4,67  $\mu$ C — 280  $\mu$ J.

3. — Un condensateur enroulé est constitué par deux feuilles d'étain alternant avec deux feuilles de papier paraffiné. Chaque armature travaille sur les deux faces (sauf à la surface externe et interne du cylindre, négligeables par rapport à la surface totale des armatures). Ce papier a une épaisseur de 0,1 mm et une constante diélectrique  $K = 2,2$ . En utilisant la relation du condensateur plan calculer la surface de papier d'étain (mesurée d'un seul côté) à utiliser pour réaliser une capacité de 1  $\mu$ F.

**Réponse :** 5,14 m<sup>2</sup>.

4. — Calculer la capacité maximum d'un condensateur variable à air comprenant six armatures fixes entre lesquelles peuvent s'emboîter 5 armatures mobiles, les unes et les autres peuvent être assimilées à des demi-cercles de 6 cm de diamètre séparés par 1 mm d'air.

2° Sa capacité étant maximum, un tel condensateur est chargé à la tension  $U = 100$  V et isolé de la source. On réduit cette capacité de moitié par rotation des armatures mobiles, que devient la différence de potentiel entre ses bornes ?

3° Calculer les valeurs de l'énergie emmagasinée avant et après cette réduction de capacité. Qui a fourni ou absorbé la variation de cette énergie ?

**Réponses :** 200 V — 0,625  $\mu$ J — 1,25  $\mu$ J.

5. — On associe en série trois condensateurs parfaits de capacité  $C_1 = 2$   $\mu$ F,  $C_2 = 2$   $\mu$ F,  $C_3 = 5$   $\mu$ F. On charge ce groupe sous la tension  $U = 220$  V.

Calculer la charge prise par le groupe. La tension aux bornes de chaque condensateur et l'énergie emmagasinée par chacun.

**Réponses :** 129,4  $\mu$ C — 130 V ; 65 V ; 25 V — 8,4 mJ ; 4,2 mJ ; 1,7 mJ.

6. — Un condensateur  $C_1 = 10$   $\mu$ F est chargé à la tension  $U_1 = 200$  V, et séparé de la source, on réunit ses deux bornes à celles d'un condensateur  $C_2 = 6$   $\mu$ F non chargé.

1° Quelle tension  $U_2$  peut-on alors mesurer aux bornes communes ?

2° Calculer l'énergie  $W_1$  emmagasinée dans  $C_1$  seul, chargé initialement, et l'énergie  $W_2$  résidant dans le système  $C_1 C_2$  associés.

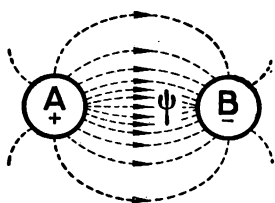
Calculer la variation d'énergie, comment peut-on l'expliquer ?

**Réponses :** 125 V —  $W_1 = 0,2$  J ;  $W_2 = 0,125$  J.

### 3. — Propriétés des isolants

#### I. — FLUX ÉLECTRIQUE

L'aspect du spectre électrique (p. 7) a suggéré l'idée d'un flux électrique traversant l'espace. Les lignes formées par les poussières de mica matérialisent dans le plan d'observation les lignes du flux.



Ce flux peut être considéré comme la cause locale de phénomènes qui ont lieu dans le champ électrique.

Cette notion est utilisée en construction électrique, elle permet de déterminer les formes et les dimensions qu'il faut donner aux isolants placés sur le trajet de ce flux.

Par convention le flux électrique est orienté du corps chargé positivement vers le corps chargé négativement.

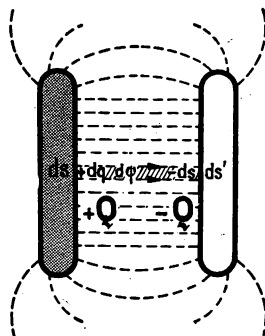
Le symbole du flux électrique, considéré comme une grandeur algébrique, est  $\Psi$  (se lit psi).

L'analyse des phénomènes qui se produisent dans le champ électrique a conduit aux hypothèses suivantes :

##### a. Surfaces correspondantes.

Dans un condensateur chargé, de chaque élément  $ds$  de l'armature positive, sort un flux élémentaire  $d\Psi$  qui aboutit à un élément correspondant  $ds'$  de l'armature négative.

Les charges portées par  $ds$  et  $ds'$  sont égales et de signes contraires,  $+dq$  et  $-dq$ , elles servent à définir la mesure de l'élément de flux  $d\Psi$ .



## b. Addition des flux.

Le flux total  $\Psi$ , émis par l'armature positive est la somme de tous ces flux élémentaires et aboutit à l'armature négative.

Il en résulte que le flux, reliant les armatures d'un condensateur chargé, est proportionnel à la charge  $Q$  de ce condensateur.

L'unité de flux électrique est émise par la charge de  $+1$  coulomb. Cette unité n'a pas reçu de nom, on dit par exemple un flux de  $2 \mu\text{C}$  (micro-coulombs).

*La mesure du flux électrique  $\Psi$  est numériquement égale à la charge  $Q$  qui l'émet.*

## 2. — RÉPARTITION DU FLUX ÉLECTRIQUE

Le spectre électrique donne une idée de la répartition du flux dans l'espace isolant qui sépare les conducteurs : lignes de flux plus ou moins serrées.

a. **Les lignes du flux électrique** sont normales aux surfaces des conducteurs électrisés.

b. **L'électrisation est localisée** à la surface de séparation des conducteurs et des isolants.

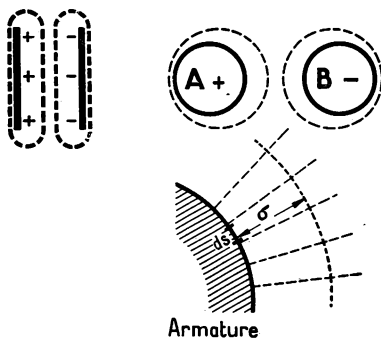
Cette propriété est établie par l'étude théorique et vérifiée par ses conséquences.

Nous pouvons l'interpréter : pour un corps électrisé A, supposons l'une de ses charges  $q$  placée dans la matière conductrice, où elle est facilement mobile, sous l'action :

- des forces de répulsion des autres charges du corps A,
- des forces attractives et répulsives des charges extérieures (autres corps électrisés au préalable ou influencés par A), la charge  $q$  ne peut trouver une position d'équilibre stable, elle gagne la surface et se trouve arrêtée par l'isolant.

c. **La répartition des charges**, à la surface des conducteurs électrisés, peut être étudiée à l'aide d'un plan d'épreuve (prélevant en divers points diverses charges) et d'un électroscope gradué. Elle renseigne sur le flux émis ou reçu par cette surface en ses divers éléments  $ds$ .

On peut représenter conventionnellement la densité de charge,  $\sigma = \frac{dq}{ds}$ , en chaque point, par un segment

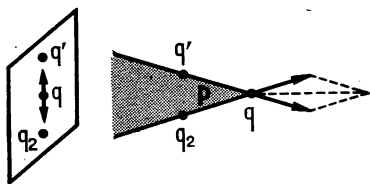
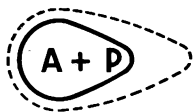


proportionnel à cette valeur  $\sigma$ , porté sur la normale, extérieurement au conducteur.

La ligne, lieu des extrémités de ces segments, donne une image de la répartition des charges sur la surface étudiée.

d. Nous pouvons mettre en évidence les résultats suivants :

1° *La densité de charge* (et la densité de flux émis ou reçu) est plus grande sur les surfaces en regard que sur les surfaces éloignées pour deux corps électrisés de façons contraires ; c'est le cas des armatures d'un condensateur chargé. Ceci est en accord avec la loi d'attraction des charges de noms contraires.



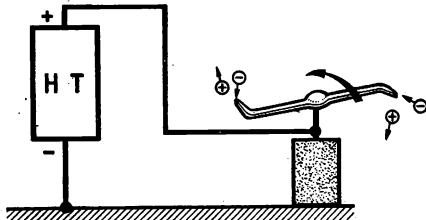
2° *Pouvoir des pointes.* Sur un corps conducteur électrisé A, éloigné de tout autre corps, la densité de charge est plus grande sur toute partie convexe P formant une pointe, que sur les autres régions.

L'approche d'un autre corps B peut modifier par influence cette répartition, accroître ou diminuer la charge sur la pointe, suivant l'électrisation, et la position de B par rapport à A.

Le pouvoir des pointes s'explique par la répulsion mutuelle des charges voisines sur la surface du conducteur A :

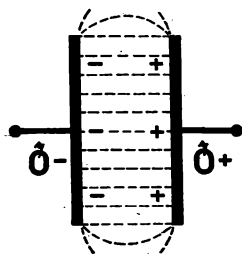
- sur une région plane les actions des charges voisines  $q_1$  et  $q_2$  sur  $q$  sont opposées deux à deux et présentent une résultante nulle ;
- sur la pointe P les actions de  $q_1$  et de  $q_2$  sur la charge  $q$  sont concordantes et présentent une résultante dirigée vers l'extérieur.

**Expérience : Moulinet électrique.** En face des pointes l'air est ionisé (voir courant dans les gaz). Dans le cas de la figure les ions + repoussent la pointe et les ions - attirés la bombardent. L'action résultante entraîne la rotation du moulinet.



3° *Cas d'un condensateur plan.* Sur les faces des armatures, en regard l'une de l'autre (sauf près des bords quand elles sont éloignées), la répartition des charges est uniforme.

Le spectre est formé de lignes parallèles entre les armatures. La distribution du flux est uniforme, on dit que le champ électrique est uniforme dans cette région.



### 3. — DENSITÉ DE FLUX OU INDUCTION ÉLECTRIQUE

Dans un champ électrique, au voisinage d'un point M, une surface très petite  $ds$  normale à la direction du flux en ce point, est traversée par un élément de flux électrique  $d\Psi$ .



La densité de flux  $\mathcal{D} = \frac{d\Psi}{ds}$  est appelée *induction électrique* en ce point. Dans toute région où le flux électrique est uniformément réparti, l'induction électrique  $\mathcal{D}$  est constante.

Entre les armatures d'un condensateur plan dont la charge est  $Q$ , l'induction électrique  $\mathcal{D} = \frac{d\Psi}{ds} = \frac{\Psi}{S}$  est mesurée par  $\frac{Q}{S}$ , elle s'exprime en *coulombs par mètre carré*.

### 4. — LOIS DU FLUX ÉLECTRIQUE

a. Pour un condensateur plan, de capacité  $C$ , ayant la charge  $Q$  sous la tension  $U$ , on peut écrire  $\Psi = Q$  et  $Q = CU$ , soit  $\Psi = \frac{U}{\frac{1}{C}}$ .

On pose  $\frac{1}{C} = \mathcal{R}_d$  appelée *résistance diélectrique*.

$\mathcal{R}_d$ , inverse de la capacité, est caractéristique du condensateur donné, elle dépend de la forme du condensateur et de la nature du diélectrique.

Avec cette convention  $\Psi = \frac{U}{\mathcal{R}_d}$ , cette relation montre que le flux électrique dans l'isolant, est proportionnel à sa cause, la différence de potentiel  $U$  entre les armatures, et inversement proportionnel à la résistance diélectrique de l'isolant qui caractérise le milieu traversé par le flux électrique.

La relation  $\Psi = \frac{U}{\mathcal{R}_d}$  présente la même forme que celle :

- de la loi d'Ohm  $I = \frac{U}{R}$ , entre courant, tension et résistance électrique du circuit ;
- de la loi d'Hopkinson  $\Phi = \frac{M}{\mathcal{R}}$  entre flux magnétique, force magnétomotrice et réluctance du circuit magnétique.

b. Nous avons vu (page 13) que la capacité d'un condensateur plan est de la forme  $C = m \frac{KS}{e}$ , la résistance du diélectrique est donc  $\mathcal{R}_d = \frac{1}{C} = \frac{1}{mK} \frac{e}{S}$ .

Dans cette relation  $e$  est la longueur du diélectrique traversé par le flux  $\Psi$ ,  $S$  sa section, et  $\frac{1}{mK}$  caractérise la nature du diélectrique et dépend des unités employées.

Ce terme  $\frac{1}{mK}$  est appelé *résistivité diélectrique*  $\rho_d$  de l'isolant.

Pour l'air  $K = 1$ , la résistivité diélectrique de l'air (dans les conditions normales) est  $\rho_d^{air} = \frac{1}{m} = 4\pi \times 9 \times 10^9$  unités du système MKSA.

La résistivité diélectrique d'un isolant est donc  $\rho_d = \frac{\rho_d^{air}}{K}$  ( $K$  pouvoir inducteur spécifique de l'isolant).

La relation  $\mathcal{R}_d = \rho_d \times \frac{e}{S}$  qui permet le calcul de la résistance diélectrique d'un isolant présente la même forme que celle :

- qui détermine la résistance électrique d'un conducteur  $R = \rho \frac{l}{S}$  ;
- qui détermine la réluctance d'un circuit magnétique  $\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$ .

### c. Application.

— Ces lois fournissent un procédé de calcul de la capacité d'un condensateur.

Considérons un condensateur plan à diélectrique solide  $C = \frac{1}{\mathcal{R}_d} = \frac{KS}{36\pi \times 10^9 \times e}$ .

Écartons les armatures (parallèlement à elles-mêmes) de manière à introduire une faible épaisseur d'air  $e_1$ .

La résistance diélectrique que traverse le flux est alors  $\mathcal{R}_d + \mathcal{R}_{d_1} = \mathcal{R}_d'$

$$\mathcal{R}_d' = \frac{36\pi \cdot 10^9}{K} \times \frac{e}{S} + \frac{36\pi \cdot 10^9}{1} \times \frac{e_1}{S} = \frac{36\pi \cdot 10^9}{S} \left( \frac{e}{K} + e_1 \right)$$

la nouvelle capacité  $C'$  est alors  $C' = \frac{1}{\mathcal{R}_d'}$ .

On peut généraliser cette méthode au cas d'un condensateur de forme géométrique telle qu'on puisse calculer la résistance diélectrique de l'isolant (calcul analogue à celui de la résistance d'un conducteur).



## 5. — RIGIDITÉ DIÉLECTRIQUE D'UN ISOLANT

L'étude du courant électrique dans les conducteurs métalliques a montré qu'il y avait destruction par fusion du conducteur quand la densité de courant  $\frac{I}{S}$  y est trop grande, de même, lorsque l'induction électrique  $\mathcal{D}$ , ou densité de flux électrique  $\frac{\Psi}{S}$ , dépasse une certaine valeur l'expérience montre que l'isolant est percé par une étincelle. Si la source est assez puissante, un arc électrique s'amorce qui endommage rapidement le diélectrique et les armatures. Il faut donc éviter d'imposer aux isolants des inductions électriques trop élevées.

### a. Définitions.

Pour dire qu'un isolant supporte sans « se rompre » une induction électrique élevée, on dit que sa rigidité diélectrique est grande.

Pour un isolant placé entre les armatures d'un condensateur chargé sous la tension  $U$ .

$$\mathcal{D} = \frac{\Psi}{S} = \frac{U}{R_d} \times \frac{1}{S} = \frac{U}{\rho_d \frac{e}{S}} = \frac{1}{\rho_d} \times \frac{U}{e}.$$

Pour cet isolant,  $\rho_d$ , résistivité diélectrique, est déterminée.

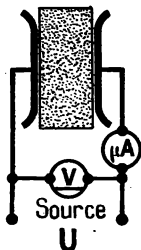
Pour un isolant donné l'induction électrique  $\mathcal{D}$  est proportionnelle au quotient  $\frac{U}{e}$  qui se mesure en volts par mètre.

*La rigidité diélectrique d'un isolant est mesurée par la limite supérieure du quotient  $\frac{U}{e}$ , définissant les conditions de « rupture » de cet isolant.*

Ainsi dans des conditions de température et de pression déterminées, une couche d'air de 2 mm d'épaisseur est traversée par une étincelle, pour une tension  $U = 6\,000$  V entre des armatures planes et parallèles. Dans ces conditions, la rigidité diélectrique de l'air est  $\frac{U}{e} = \frac{6\,000}{0,002} = 3 \times 10^6$  V/m ou 3 000 kV/m.

### b. Mesure.

Le diélectrique à éprouver est placé entre les armatures (à bords écartés) d'un condensateur plan, on fait croître lentement la tension  $U$ , mesurée à l'aide d'un électromètre.



Si  $e$  est l'épaisseur du diélectrique dans la région moyenne, et  $U$ , la tension de rupture qui provoque le passage de l'étincelle à travers l'isolant, la rigidité diélectrique est  $\frac{U_r}{e}$  dans les conditions de l'expérience (température, pression, humidité, nature de la tension, continue ou alternative...). La rupture de l'isolant est souvent accompagnée d'un claquement, le contrôle du passage du courant décèle plus sûrement la rupture.

### c. Isolants solides.

La rigidité diélectrique varie avec l'épaisseur et l'homogénéité de l'isolant, elle décroît quand la température augmente ; elle est plus grande pour des échantillons d'un matériau donné, de faible épaisseur.

Après rupture les diélectriques solides restent percés laissant un chemin de moindre résistance à l'étincelle ; s'ils contiennent du carbone (caoutchouc, ébonite...), le trou reste tapissé de particules charbonneuses qui constituent une chaîne d'amorçage conductrice.

### d. Isolants liquides.

On utilise souvent une huile minérale, dite « huile à transformateur », qui présente une bonne rigidité diélectrique, environ  $10^7$  V/m pour une couche de quelques centimètres.

Elle favorise, par convection, le refroidissement des conducteurs qui y sont plongés ; elle augmente l'isolement en imprégnant les autres isolants (fil guipé coton), elle protège les circuits contre l'amorçage des arcs et contre l'action destructrice de l'ozone.

### Emploi des isolants

La variété des isolants employés (leur nombre est considérable) fait l'objet d'une très importante activité industrielle. Leur étude systématique a permis de réaliser de grands progrès dans la construction des machines (diminution de l'encombrement et du poids, pour une puissance donnée, emploi des tensions élevées...).

Le choix de l'isolant fait intervenir, outre ses propriétés électriques (résistivité électrique, rigidité diélectrique, pouvoir inducteur spécifique <sup>(1)</sup>), ses

<sup>(1)</sup> Il faut tenir compte, en outre, de la conductibilité superficielle des isolants dans l'air. Leur surface fixe des particules conductrices, humidité, corpuscules électrisés... Les essais d'isolateurs comportent la détermination de la tension de rupture et de la tension de contournement.

Exemples de Diélectriques	Résistivité électrique en $M\Omega \text{ cm}^2/\text{cm}$ (isolement)	Rigidité diélectrique en $\text{kV/cm}$ (rupture)	Conditions d'emploi
Caoutchouc naturel ou synthétique... Résines artificielles <i>Exemples :</i> polyvyniles .....	environ $10^9$ » $10^{12}$	100 pour 1 mm 2000 pour 0,1 mm 160 pour 3 mm	Souple, mais résiste mal à la chaleur et à l'action des huiles inflammables. Plus ou moins souples, résistent mieux à la chaleur et surtout aux huiles et aux actions chimiques.
polystyrènes .....	» $10^{13}$	200 pour 3 mm	Certaines sont ininflammables.
Toile imprégnée de vernis .....	» $4 \cdot 10^6$	10 à $10^\circ\text{C}$ 3 à $100^\circ\text{C}$	Résiste mal à la chaleur; en ruban ou tronc cylindrique (souple); isolement des bobines de machines.
Papier paraffiné .....	» $10^7$	150 pour 0,2 mm	Utilisé pour les condensateurs enroulés.
Cartons glacés ou imprégnés <i>Exemples :</i> Press pahn .....	» $10^8$	30 pour 10 mm environ 10 pour 1 mm	Isolement des encoches de machines rondelles isolantes.
Ébonite .....	» $10^{10}$	1.000 pour 1 mm 350 pour 20 mm	Se travaille facilement, mais cassante; socles, poignées isolantes.
Mica .....	» $5 \cdot 10^{10}$	600 pour 1 mm	Naturel, résiste bien à la chaleur, mais fragile (condensateurs, collecteurs); aggloméré avec des matières plastiques <i>Ex. :</i> micanite devient moulable.
Porcelaine .....	» $10^9$	270 pour 2 mm 200 pour 6 mm	Résiste à la chaleur, peu fragile, résiste aux agents chimiques, vernissée, devient imperméable (socles, isolateurs).
Matières plastiques moulées <i>Exemples :</i> Bakélite .....	» $200 \cdot 10^9$	200 pour 1 mm	Moulable, résiste aux agents chimiques (socles, poignées, etc...)
Huile minérale .....	» $5 \cdot 10^9$	environ 200 pour 1 mm	Appareillage en cuve d'huile pour moyenne et haute puissance. (Disjoncteurs, transformateurs, etc...)
Silicones .....	$10^5$ à $10^8$	environ 300	Améliorent les isolants auxquels ils sont incorporés en particulier pour la résistance à l'humidité et à la chaleur. Des bobines de machines imprégnées de silicones peuvent supporter une température de $400^\circ$ .

Isole-  
ment  
des  
fils  
et  
câbles

propriétés mécaniques physiques et chimiques (résistance à la traction, aux chocs, souplesse, résistance à la chaleur, à l'humidité, aux agents chimiques...) ainsi que le prix de revient.

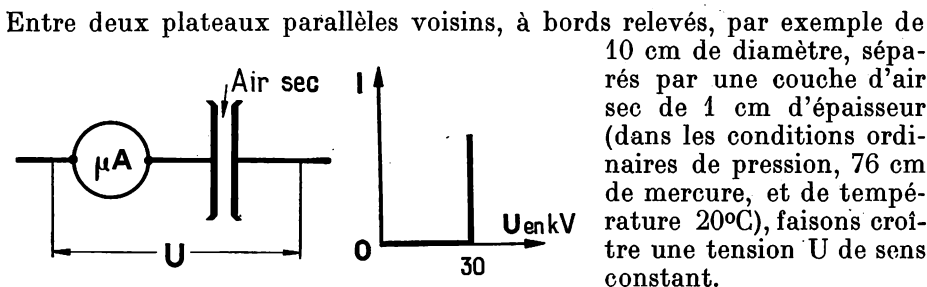
Pour tenir compte des variations de la rigidité diélectrique avec les conditions d'emploi, l'épaisseur des isolants est largement calculée compte tenu d'un coefficient de sécurité (2 à 5).

## 6. — RIGIDITÉ DIÉLECTRIQUE DE L'AIR ET DES GAZ

L'air baigne et isole les canalisations électriques, les appareils et les machines. Il peut être isolant parfait, mauvais isolant ou parfait conducteur suivant les conditions d'expérience.

L'étude de la rigidité diélectrique des gaz s'est révélée intéressante pour diverses applications industrielles (en particulier les tubes à gaz que nous étudierons plus loin).

### a. Rupture franche dans une lame d'air.



Un microampèremètre mesure le courant débité par la source.

Jusque vers 30 kV aucun courant n'est décelé, l'air est alors un isolant parfait.

Au-dessus de 30 kV une étincelle jaillit entre les plateaux, le courant passe et croît brusquement : *c'est la rupture franche*.

La valeur du courant n'est alors limitée que par la puissance du générateur (si le microampèremètre n'est pas protégé il peut être détruit), l'air est subitement devenu très bon conducteur, la valeur du quotient

$$\frac{U}{e} = \frac{30}{0,01} = 3000 \text{ kV/m}$$

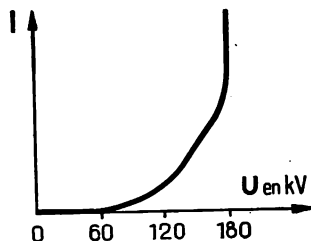
mesure la rigidité diélectrique de l'air dans les conditions d'expérience.

La rupture franche se produit avec des isolants solides, liquides, ou gazeux.

## b. Rupture partielle et rupture totale dans une colonne d'air.

Les plateaux précédents étant écartés de 20 cm par exemple, faisons croître progressivement la tension  $U$ , on peut observer par exemple.

- de 0 à 60 kV, aucun courant n'est décelé, l'air est isolant parfait.
- de 30 kV à 120 kV, l'ampèremètre décelé un courant croissant plus rapidement que la tension : l'air est devenu un peu conducteur, c'est la rupture partielle.
- de 120 kV à 180 kV, le courant croît de plus en plus vite.

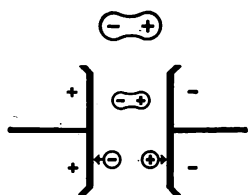


Dans l'obscurité on peut distinguer des points brillants ou des aigrettes lumineuses sur les plateaux, un léger crépitement se fait entendre, l'air est devenu plus conducteur et un peu lumineux.

Vers 180 kV, l'étincelle jaillit brusquement et un arc s'amorce si la source est assez puissante : l'air est devenu parfait conducteur et très lumineux : c'est la *rupture totale*.

## c. Interprétation.

Les molécules de gaz entre les plateaux sont électrisées par influence, les charges de noms contraires qui y apparaissent sont attirées de part et d'autre par les actions électrostatiques des plateaux.



A partir de 60 kV, cette action est assez grande pour disloquer une molécule en deux ions, le mécanisme devient analogue à celui de l'électrolyse (tome I, leçon 6), l'ampèremètre décelé un courant (1).

A partir de 120 kV, les ions attirés par les plateaux acquièrent une vitesse et une énergie cinétique suffisantes pour favoriser la dislocation en ions d'autres molécules influencées qu'ils rencontrent. Ceci explique la croissance plus rapide du courant : il y a ionisation par chocs.

A partir de 180 kV, l'*ionisation par chocs* devient de plus en plus importante, le phénomène devient explosif ; la rupture est totale.

(1) Le phénomène s'accompagne d'une émission lumineuse que nous étudierons plus loin (tubes luminescents).

#### d. Influence de la masse volumique de l'air.

Pour des températures comprises entre  $-50^{\circ}$  et  $+200^{\circ}$  C et pour des pressions comprises entre 0,05 et 20 atmosphères, la rigidité diélectrique de l'air est proportionnelle au nombre de molécules par  $\text{cm}^3$ , c'est-à-dire à sa masse volumique.

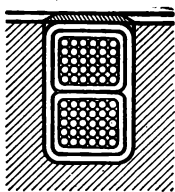
Dans les conditions ordinaires, pression 1 atmosphère, température  $20^{\circ}$  C, la rigidité diélectrique de l'air est  $3 \cdot 10^6$  V/m,  
pour 10 atmosphères à  $20^{\circ}$  C elle est  $3 \cdot 10^7$  V/m,  
et pour 0,1 atmosphère à  $20^{\circ}$  elle est  $3 \cdot 10^5$  V/m. } Pour une épaisseur voisine de 1 mm.

*Par contre aux très basses pressions* la rigidité diélectrique de l'air croît quand la pression diminue. Il faut une tension de plus en plus grande pour obtenir une étincelle entre deux électrodes fixes dans une enceinte où l'air est de plus en plus raréfié.

Les phénomènes constatés se reproduisent de manière analogue dans les autres gaz ; la rigidité diélectrique des gaz dépend aussi de leur nature chimique (c'est-à-dire du nombre des électrons périphériques de l'atome gazeux et de la distance qui sépare ces électrons de leur noyau).

#### Remarque.

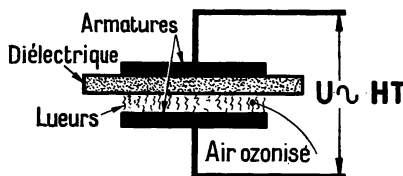
*Air interposé entre les isolants.* Dans les générateurs, les enroulements, isolés par une série de diélectriques superposés, sont noyés dans les encoches ménagées dans la masse des tôles du circuit magnétique.



Entre les fils conducteurs et le fer, distants de quelques millimètres, les actions électrostatiques peuvent être très grandes, en particulier pour les générateurs à haute tension (continue ou alternative). Si des intervalles, si petits soient-ils, contiennent de l'air, cet air « électrolysé » produit de l'ozone <sup>(1)</sup> qui corrode les isolants. À l'action chimique de l'ozone vient s'ajouter le martelage incessant des ions qui pulvérise peu à peu les isolants.

Pour cette raison les bobinages des machines à haute tension sont imprégnés d'isolants liquides à chaud et solides à froid qui ne laissent aucune place à l'air. On évite aussi l'air dans la construction des câbles électriques à haute tension.

L'air ozonisé est employé pour la stérilisation des eaux et certaines oxydations.



<sup>(1)</sup> L'ozone est un gaz à odeur particulière, oxydant énergique (puissant désinfectant). Sa molécule  $\text{O}_3$  est formée de trois atomes d'oxygène au cours de « l'électrolyse » de l'oxygène qui a fourni des atomes libres. L'ozone oxyde les métaux, altère de nombreux isolants (en particulier le caoutchouc) est dangereux à respirer à dose notable.

## 4. — Courant électrique dans le vide

### I. — DIODE

#### I. — PRINCIPE

Dans une enceinte où l'on a réalisé un vide très poussé (on ne peut réaliser le vide absolu), il faut une tension très élevée pour faire passer un courant entre deux électrodes, même très rapprochées.

La force attractive des noyaux, qui maintient les électrons dans la cathode, est supérieure à l'action attractive de l'anode, et ceci pour les plus hautes tensions que nous pouvons réaliser (de l'ordre de  $10^6$  volts).

Par contre, si la cathode est chauffée à température suffisante, la source débite un courant pour une tension  $U_A$  même faible, entre l'anode et la cathode.

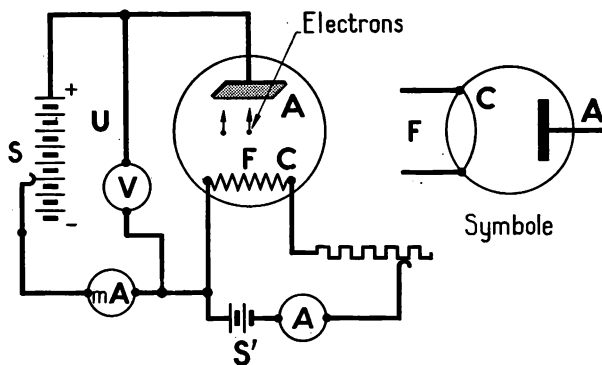
L'agitation moléculaire thermique produit autour de cette cathode un nuage d'électrons éloignés de leurs atomes, *ce phénomène est appelé émission thermo-électronique*.

Ces électrons peuvent être captés par l'anode : *un courant électrique se produit dans le vide entre les électrodes, la source S débite ce courant*.

Dans le vide les électrons font « un saut gigantesque » du voisinage de la cathode jusqu'à l'anode.

#### 2. — RÉALISATION

Ce tube à vide est appelé une **diode**, il comporte une plaque métallique, électrode positive A ou **anode** et un filament F, électrode négative ou **cathode** C. Une source S maintient la tension U entre C et A ; une source auxiliaire S' produit le « *courant de chauffage* » qui maintient le filament F à haute température.



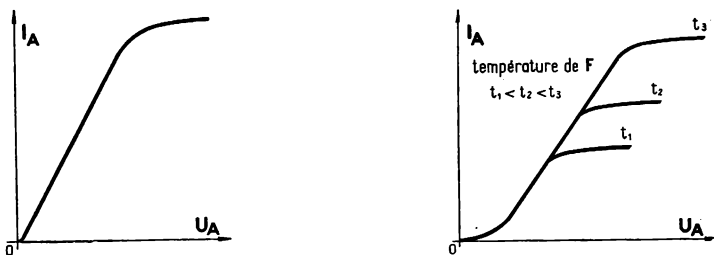
Si le filament chauffé est connecté à la borne + de la source S et la plaque à la borne —, aucun courant n'est décelé, quelle que soit la tension  $U$  établie par S.

Une diode constitue « une valve » qui ne laisse passer le courant (sens électronique) que dans un sens, celui de l'électrode chaude (filament, cathode) vers l'électrode froide (plaque, anode).

Cette propriété trouve son application dans la réalisation de certains redresseurs de courant alternatif.

### 3. — COURANT D'ANODE D'UNE DIODE A FILAMENT DE TUNGSTÈNE PUR

- a. Maintenons le *courant de chauffage constant* et appliquons une tension d'anode  $U_A$  croissante depuis zéro : le courant d'anode  $I_A$  croît d'abord faiblement, puis rapidement et tend ensuite à prendre une valeur constante, appelée *courant de saturation*.



- b. Reprenons l'expérience pour *différentes valeurs du courant de chauffage* : les courbes du courant  $I_A$  en fonction de  $U_A$ , présentent au début une partie commune et, pour des valeurs élevées de  $U_A$ , indiquent des valeurs différentes du courant de saturation.

L'élévation de température du filament accroît le courant de saturation, c'est-à-dire le nombre d'électrons émis par le filament ;

pour une tension  $U_A$  suffisante, tous les électrons sont captés par l'anode.

#### c. Rendement électronique.

C'est le quotient du courant  $I_A$  par la puissance  $p$  dépensée pour le chauffage, il s'exprime en milliampères par watt.

Ce rendement électronique croît en même temps que la température de la cathode et dépend de la surface extérieure de celle-ci.

Avec le tungstène pur on ne peut guère dépasser 2 200°C, pour une durée d'au moins 1 000 heures (avant de fondre vers 3 400°C le tungstène se désagrége). Dans ces conditions le rendement électronique varie entre 2 et 20 mA/W.



Le courant maximum utilisable est le courant de saturation (ordre de grandeur quelques centaines de milliampères suivant les dimensions du tube et du filament).

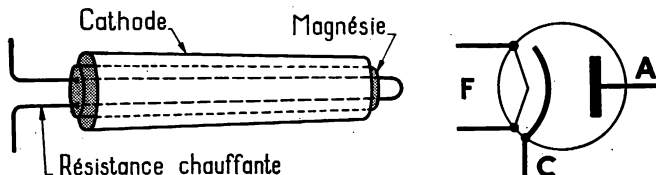
#### 4. — AUTRES RÉALISATIONS

- a. Le rendement électronique dépend beaucoup de la *nature du filament*. Le pouvoir émissif de certains corps est supérieur à celui du tungstène pur. On emploie des filaments de tungstène allié à du thorium ou recouvert d'oxydes (baryum, strontium...)

Pour ces derniers, à une température voisine de  $870^{\circ}$ , on obtient un rendement électronique de 50 à 200 mA/W. Ces diodes ne présentent pas de courant de saturation (le courant  $I_A$  croît toujours avec  $U_A$ ), la tension d'anode doit être limitée pour obtenir une longue durée de la cathode (5 000 heures par exemple).

#### b. Chauffage indirect.

La cathode n'est pas parcourue par le courant de chauffage, mais portée aux environs de  $900^{\circ}$  par une résistance de chauffage auxiliaire.



Dans ce cas, la cathode (cylindre ou grillage de nickel) enveloppe un cylindre réfractaire (magnésie), traversé par la résistance chauffante qui est noyée dans un ciment isolant réfractaire :

Ce dispositif présente des avantages : grande surface de cathode, grande capacité calorifique insensible aux variations rapides du chauffage (utilisation du courant alternatif), *uniformité de température et de potentiel de la cathode* dont tous les éléments travaillent dans les mêmes conditions.

L'inconvénient de ce procédé est le délai de chauffage (quelques secondes) précédant l'utilisation de la cathode.

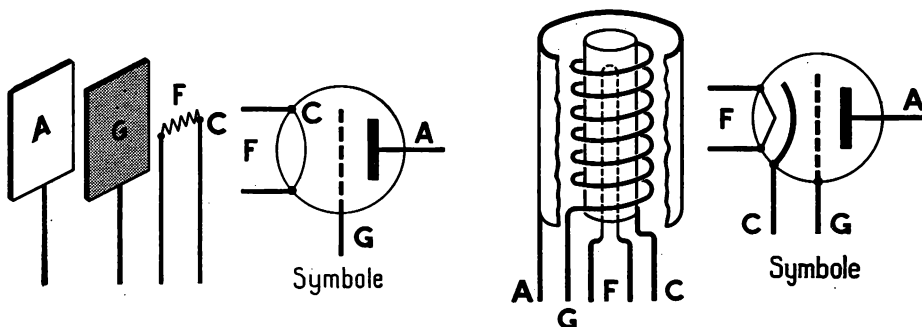
#### Remarque.

Le nuage d'électrons qui entoure la cathode chaude constitue autour d'elle une *charge d'espace* (ou charge spéciale) *négative*, qui repousse les nouveaux électrons émis, et neutralise en grande partie l'action attractive de l'anode. Ceci explique qu'il faut une tension suffisante  $U_A$  pour obtenir un courant  $I_A$  notable. Tout dispositif diminuant la charge d'espace augmente sensiblement le courant d'anode pour une même tension.

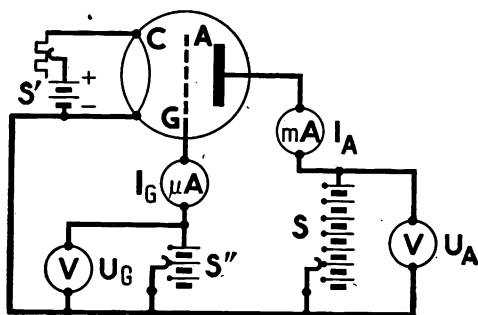
## II. — TRIODE

### I. — PRINCIPE

Entre la *cathode* C et l'*anode* A d'une diode, on intercale une *grille* métallique G, on obtient un tube à trois électrodes ou *triode*.



La cathode peut être à chauffage direct ou indirect, la grille (souvent en nickel) est un grillage ou une simple hélice, l'anode est une plaque ou un cylindre.



- Si la grille est reliée à la cathode (au même potentiel), la triode fonctionne comme une diode.
- Si la grille est électrisée positivement (par rapport à la cathode), à l'aide d'une source auxiliaire S'', le courant d'anode  $I_A$  est accru.
- Si la grille est électrisée négativement le courant  $I_A$  est affaibli.

Les variations de l'état électrique de la grille modifient le courant  $I_A$ , en effet la charge spatiale négative, autour de la cathode, se trouve modifiée : la charge de la grille fait partie de la charge d'espace à laquelle elle apporte des charges positives ou négatives suivant sa polarité.

## 2. — CARACTÉRISTIQUES STATIQUES

Ce sont les courbes qui caractérisent les propriétés d'une triode, dans le cas où le circuit d'anode ne comporte pas de récepteur.

La tension d'anode  $U_A$  présente alors la même valeur que la tension  $E$  aux bornes de la source  $S$  indépendamment du courant  $I_A$  débité.

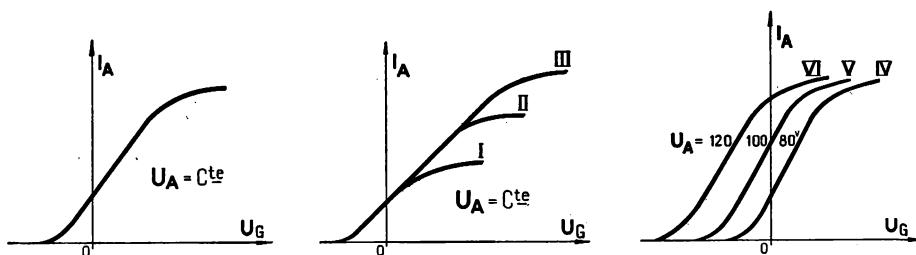
Dans tout ce qui suit nous supposons  $E$  indépendante elle-même de  $I_A$  (source de résistance intérieure négligeable).

Nous désignerons par  $U_g$  la tension (grille-cathode) appliquée à la grille et par  $I_g$  le courant dans le circuit de grille.

- a. *A chauffage constant et à tension d'anode  $U_A$  constante*, l'action de la grille s'ajoute ou se retranche de celle de l'anode suivant que cette grille est électrisée positivement ou négativement.

On obtient une caractéristique, courbe du courant  $I_A$  en fonction de  $U_g$ , courbe I.

- b. *A tension d'anode  $U_A$  constante mais pour des régimes de chauffage différents* nous obtenons les courbes I, II, III (dans l'ordre des chauffages croissants), par variation de tension grille  $U_g$ .

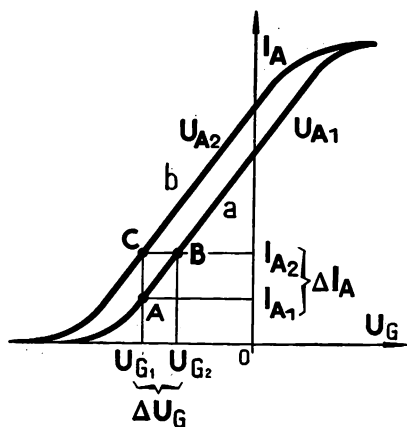


- c. *A chauffage constant, mais pour des tensions d'anode  $U_A$  différentes*, nous obtenons les courbes IV, V, VI (dans l'ordre des tensions  $U_A$  croissantes) par variation de tension grille  $U_g$ . Ces dernières courbes sont presque parallèles.

Dans la partie sensiblement rectiligne de ces courbes, une faible variation de la tension grille  $U_g$  entraîne une importante variation du courant d'anode  $I_A$ .

### 3. — COEFFICIENT D'AMPLIFICATION EN VOLTS

Considérons les deux courbes *a* et *b*, à tension d'anode constante,  $I_A$  fonction de  $U_G$ .



- a. Sur la courbe *a* (tension  $U_{A1}$ ) le point de fonctionnement A indique un courant  $I_A$ , pour une tension  $U_{G1}$ .

Donnons par exemple à la tension grille un accroissement positif  $\Delta U_G$ , le point de fonctionnement passe en B indiquant un accroissement de courant  $\Delta I_A$ .

- b. Pour la tension de grille initiale  $U_G$ , le même accroissement de courant  $\Delta I_A$  peut être obtenu par une variation positive  $\Delta U_A$  lue sur le graphique, on passe au point de fonctionnement C sur la courbe *b* (tension  $U_{A2}$ ).

L'expérience montre que  $\Delta U_A$  est notablement supérieur à  $\Delta U_G$  pour le même accroissement  $\Delta I_A$ .

Le rapport  $\mu = \frac{\Delta U_A}{\Delta U_G}$  est le *facteur d'amplification* de la triode pour la région rectiligne des caractéristiques ; il est déterminé expérimentalement. (Il est plus faible dans les parties coudées des courbes que dans les parties rectilignes.)

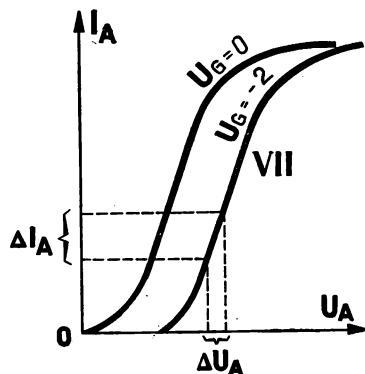
### 4. — RÉSISTANCE INTÉRIEURE

A chauffage et à tension de grille constants le courant d'anode  $I_A$  varie dans le même sens que la tension d'anode  $U_A$ .

La courbe VII est une caractéristique à tension de grille constante.

Pour des petites variations correspondantes de ces grandeurs,  $\Delta U_A$  et  $\Delta I_A$  le quotient  $R_i = \frac{\Delta U_A}{\Delta I_A}$  est, par définition, la *résistance intérieure de la triode*.

Dans cette expression  $\Delta U_A$  est en volts,  $\Delta I_A$  en ampères,  $R_i$  en ohms.



Dans les triodes actuellement en usage  $R_i$  a pour valeur : 2 000, 6 000, 10 000, 100 000 ohms.

Cette résistance intérieure varie suivant la position du point sur la caractéristique à tension de grille constante (par exemple courbe VII).

Cette résistance est déterminée expérimentalement.

## 5. — PENTE DE LA TRIODE

Toute variation soit de  $U_A$ , soit de  $U_g$  entraîne une variation de  $I_A$ .

Pour de faibles variations simultanées  $\Delta U_A$  et  $\Delta U_g$  la variation résultante du courant est

$$\Delta I_A = \frac{\Delta U_A + \mu \Delta U_g}{R_i}.$$

A chauffage constant et à tension  $U_A = \text{cte}$  (courbe IV par exemple).

$\Delta U_A = 0$ , on a  $\Delta I_A = \frac{\mu}{R_i} \times \Delta U_g$ .

Le quotient  $p = \frac{\mu}{R_i} = \frac{\Delta I_A}{\Delta U_g}$  est la pente de la triode, elle se mesure en milliampères-anode par volts-grille (c'est la pente de la courbe au point considéré).

*La pente d'une triode caractérise le pouvoir d'une variation de tension grille sur le courant d'anode,  $\Delta I_A = p \cdot \Delta U_g$ .*

## 6. — CARACTÉRISTIQUES DYNAMIQUES

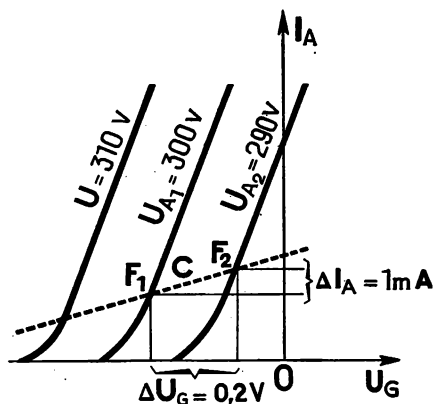
Dans la plupart des applications, la tension de commande  $U_g$  détermine, pour une valeur constante de la tension  $E$  aux bornes de la source  $S$  et à chauffage constant, un courant anodique  $I_A$  dans un circuit d'utilisation.

Nous supposons pour simplifier que *ce circuit d'utilisation* comporte seulement une résistance non inductive  $R_A$ , *résistance de charge*.

Dans ce cas  $U_A = E - R_A I_A$ , nous ne pouvons plus confondre  $U_A$  avec  $E$ .

Toute *augmentation*  $\Delta U_g$  de la tension grille entraîne un accroissement de courant  $\Delta I_A$  mais aussi une *chute de tension*  $\Delta U = R_A \Delta I_A$  qui *diminue la tension anodique*  $U_A$ .

Considérons le point de fonctionnement  $F_1$  sur la caractéristique statique à chauffage constant pour  $U_{A1} = 300$  V.



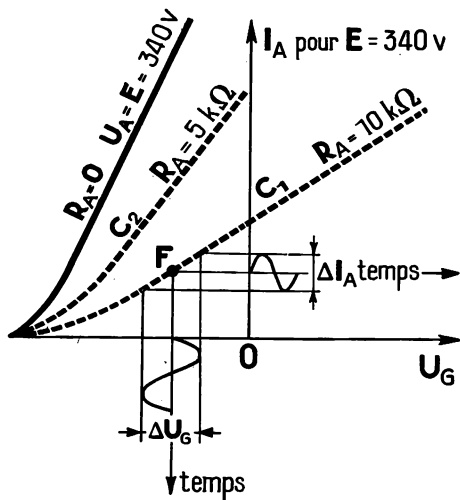
La variation  $\Delta U_g = +0,2 \text{ V}$  entraîne par exemple l'accroissement  $\Delta I_A = 1 \text{ mA}$ .

Si  $R_A = 10\,000 \, \Omega$ , la chute de tension dans cette résistance s'est accrue de  $R_A \Delta I_A = 10 \text{ V}$ , la tension  $U_A$  est devenue  $U_{A2} = 290 \text{ V}$ , le nouveau point de fonctionnement est en  $F_2$  sur la caractéristique statique définie par cette tension  $U_{A2}$  (pour le même chauffage).

Le lieu des points F obtenus par variations successives de  $U_g$  est *une caractéristique dynamique* (à chauffage constant) qui correspond à cette valeur de  $R_A$  pour une tension de source  $E$  donnée (courbe C).

La pente de cette caractéristique  $p' = \frac{\Delta I_A}{\Delta U_g}$  est d'autant plus faible que  $R_A$  est plus grande.

Les caractéristiques statiques considérées correspondent au cas particulier  $R_A = 0$ .



A chauffage constant et pour une valeur constante de la tension  $E$ , à une valeur de  $U_g$  correspond un point de fonctionnement F sur la caractéristique en charge, déterminée par  $R_A$ .

A partir de cette tension, toute variation  $\Delta U_g$ , continue ou alternative, entraîne le déplacement du point F sur la caractéristique, le déplacement correspond à une variation de  $\Delta I_A$  et à une variation  $\Delta U$  aux bornes de la résistance de charge  $R_A$ .

L'amplification en tension est

$$A = \frac{\Delta U}{\Delta U_g}$$

Dans l'exemple précédent  $A = \frac{10}{0,2} = 50$

Elle définit la variation de tension aux bornes du circuit d'utilisation par rapport à la variation de tension grille.

## 7. — ÉNERGIE MISE EN JEU

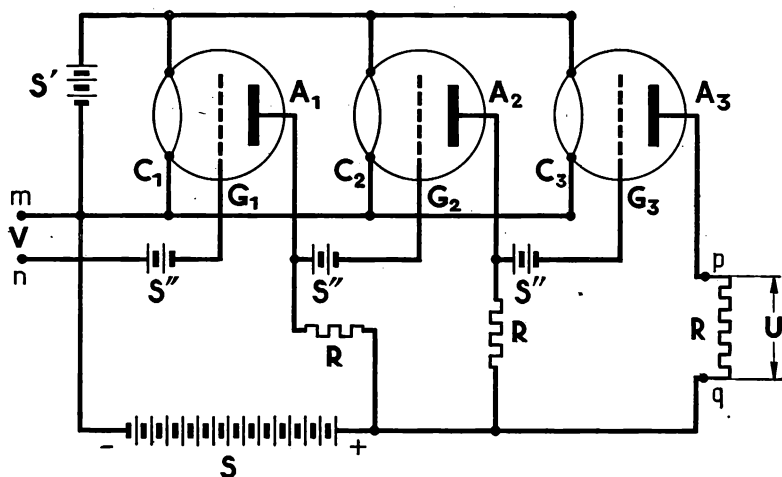
Le courant de grille  $I_g$  est en général très faible (il peut même s'annuler si la grille est négative). La variation  $\Delta U_g$  correspond donc à une énergie toujours très faible mise en jeu dans le circuit de commande (circuit de grille).

La source  $S'$  fournit l'énergie nécessaire au chauffage, et la source  $S$  l'énergie fournie au circuit anodique.

Dans le circuit d'anode, alimenté par la source à tension  $E$ , la variation correspondante d'énergie est  $E \times \Delta I_A$ , une partie de variation de cette énergie  $\Delta W = U \Delta I_A = (E - U_A) \Delta I_A$  est mise en jeu dans le circuit d'utilisation,  $\Delta W$  peut être importante si  $E$  a une grande valeur et est très différente de  $U_A$ . Ce résultat peut être obtenu avec une source de force électromotrice très élevée et un appareil d'utilisation de résistance importante placé sur le circuit d'anode.

Cette propriété de la triode est à la base de très nombreuses applications, la triode est un relais amplificateur de d'énergie.

## 8. — EXEMPLE. AMPLIFICATEUR A RÉISTANCES



On peut réaliser plusieurs étages d'amplification en associant en cascade plusieurs triodes.

Dans le montage ci-contre à trois étages,  $S'$  est la source de chauffage commune aux trois cathodes,  $S$  la source qui assure les tensions d'anode,  $S''$  des piles qui polarisent les grilles de manière à ce que le point de fonctionnement initial soit sensiblement au milieu de la partie rectiligne de la caractéristique dynamique  $I_A$  fonction de  $U_G$ ,  $R$  sont des résistances très élevées (dix fois celle d'une triode).

Le circuit de commande, ou circuit d'entrée est en  $mn$ , celui d'utilisation ou de sortie en  $p q$ . Les résistances de  $S$ ,  $S'$  et  $S''$  sont faibles.

Une tension  $V$  appliquée en  $mn$  produit une variation  $\Delta I_1$  du courant d'anode de la première triode, cette variation se traduit par une variation de tension  $R \Delta I_1$ , ( $A$  fois plus grande que  $V$ ), appliquée à la grille de la seconde triode.

La seconde triode amplifie cette variation de tension qui devient sensiblement  $A^2 V$  appliquée à la grille de la troisième triode.

Si le circuit de sortie est lui-même une résistance  $R$ , la variation de tension  $\Delta U$  à ses bornes est sensiblement  $A^2V$ .

Si ce circuit est constitué par un appareil d'utilisation approprié, les variations d'énergie mise en jeu dans cet appareil et fournies par la source  $S$ , seront très grandes par rapport à celles fournies à la grille d'entrée.

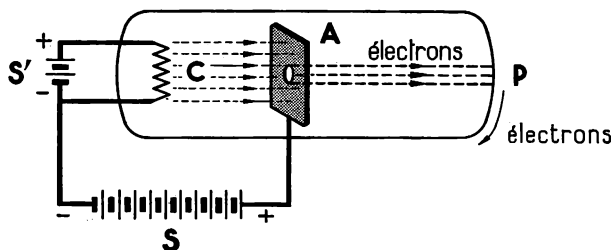
*Un tel amplificateur est fidèle* s'il amplifie de la même façon toutes les variations de tension appliquées à la grille d'entrée, soit  $\Delta U = A^n \Delta V$ .

Il faut pour cela que chaque triode garde son *point de fonctionnement* sur la *partie rectiligne de la courbe*  $I_A$  fonction de  $U_G$ ; dans ces conditions les variations de la tension de sortie conservent la même forme que celles appliquées à l'entrée.

### III. — AUTRES TUBES A VIDE

#### I. — RAYONS CATHODIQUES

Dans une diode où l'anode, percée d'un trou, est portée à un potentiel très élevé (par rapport à la cathode), les électrons émis par la cathode chaude acquièrent une grande vitesse. Un grand nombre d'électrons atteignent l'anode, d'autres passent par l'orifice et, continuant leur trajectoire sous l'effet de la vitesse acquise, viennent bombarder la paroi du tube en P.



Si le fond du tube est recouvert d'une matière fluorescente (platino-cyanure de baryum par exemple) il s'illumine en P (tache verte dans ce cas).

Les électrons arrivés en P retournent au pôle + de la source en suivant les parois (suffisamment conductrices).

Ces trajectoires des électrons dans le vide sont appelées *rayons cathodiques*. On accroît l'intensité du rayonnement en augmentant le chauffage de la cathode, et la vitesse des électrons en augmentant la tension anodique.

*Les rayons cathodiques sont arrêtés par les solides* (les électrons sont des particules matérielles).



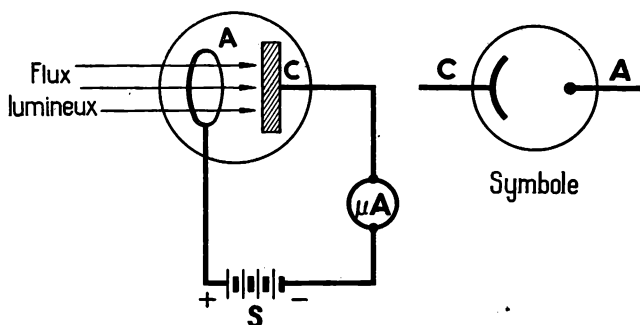
*Les rayons cathodiques sont déviés dans un champ électrique (chaque électron est une charge élémentaire d'électricité négative).*

*Les rayons cathodiques sont déviés dans un champ magnétique (les électrons en déplacement constituent un courant électrique dans le vide).*

*L'oscilloscope cathodique (voir tome I, page 103) constitue une application importante des rayons cathodiques.*

## 2. — CELLULE PHOTOÉLECTRIQUE

*Certains métaux comme le lithium, le sodium, le potassium, le rubidium, le césium, sous l'action de la lumière, émettent des électrons en quantités sensibles.*

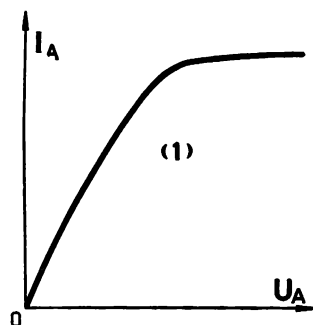


La cellule photoélectrique est un tube à vide contenant une cathode, constituée par un tel métal, et une anode, en tungstène ou en nickel, en forme de grille ou d'anneau.

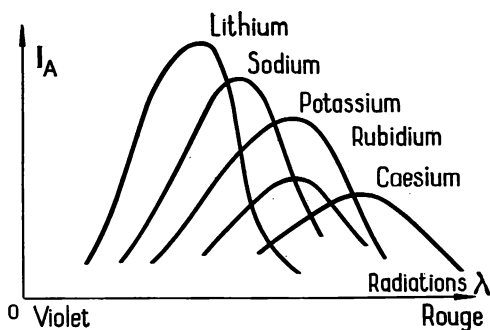
Lorsqu'un faisceau lumineux éclaire la cathode et qu'une source S établit une tension  $U$  entre les électrodes, un microampèremètre peut détecter un courant  $I_A$ , débité par la source, correspondant au courant d'électrons captés par l'anode.

*Ce courant ne passe que si le métal sensible est cathode, il est fonction de l'éclairement de cette cathode et de la tension  $U_A$  appliquée.*

Pour un éclairage constant  $I_A$  varie avec  $U_A$  suivant la courbe (1) ci-contre.



Pour une tension  $U$  constante, et pour une même énergie lumineuse, le courant  $I$  dépend de la radiation lumineuse reçue (couleur).



Pour une tension  $U_A$  constante, quelle que soit la radiation lumineuse, le courant  $I$  est proportionnel à l'énergie lumineuse reçue (cette énergie correspond au chauffage de la cathode d'une diode).

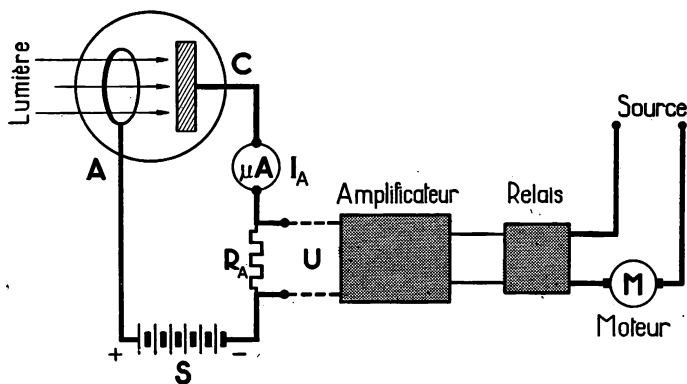
### Conséquence.

Pour des tensions élevées (courbe 1) le courant  $I_A$  ne varie pas sensiblement avec cette tension  $U_A$  (courant de saturation comme pour une diode), il ne dépend donc que des variations de l'énergie lumineuse et est proportionnel à celle-ci.

Aux bornes d'une résistance  $R_A$  placée dans le circuit d'anode la différence de potentiel varie proportionnellement à l'énergie lumineuse reçue.

*Cette propriété permet de mesurer avec précision l'énergie lumineuse, et de faire correspondre à une énergie lumineuse reçue, soit un courant, soit une différence de potentiel proportionnelle à ce courant, donc une énergie électrique proportionnelle mise en jeu par la source. Cette énergie électrique peut être beaucoup plus grande que l'énergie lumineuse reçue.*

La cellule photoélectrique constitue un relais très sensible qui se prête à de nombreuses applications : photométrie ; déclenchement sur signal lumineux : comptage, protection (accidents, vol, incendie, circulation) ; films sonores, téléphotographie, télévision, astronomie, triage des couleurs, analyse des fumées.



### Exemple.

Commande d'un moteur par cellule photoélectrique et amplificateur à triodes.

### 3. — TUBE A RAYONS X

Le choc des électrons sur une anode élève la température de celle-ci, et dans certaines conditions provoque de la part de cette anode une émission de radiations visibles (lumière) ou invisibles (rayons X par exemple).

Un tube à rayons X comprend une ampoule bien vide d'air, contenant une cathode chaude et une anode appelée aussi anticathode. Pour une tension suffisante (40 000 V par exemple) la surface de l'anticathode, bombardée par les électrons émet des rayons X dans toutes les directions.

(Une cathode froide en U canalise les électrons. L'anticathode est refroidie, l'orientation de l'anticathode agit sur la direction des rayons X.)

*Les rayons X traversent plus ou moins facilement les corps, en général d'autant mieux que leur masse volumique est plus faible (le plomb est difficilement traversé), ils rendent lumineux les écrans fluorescents (enduits de platinocyanure de baryum ou de tungstate de calcium par exemple), ils impressionnent les plaques photographiques.*

Les rayons X sont d'autant plus pénétrants (plus durs) que la tension d'anode est plus élevée (avec 250 000 V ils traversent plusieurs centimètres d'acier).

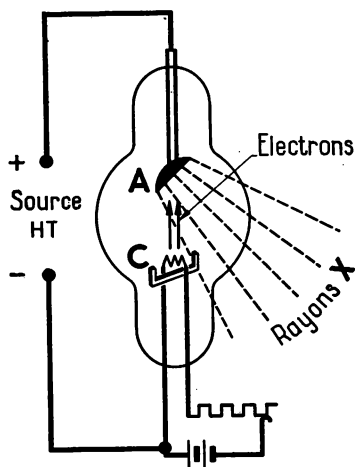
#### **Radioscopie.**

Le corps à examiner est placé entre le tube émetteur et un écran fluorescent, celui-ci s'illumine plus ou moins en diverses régions suivant la transparence aux rayons X des matériaux traversés.

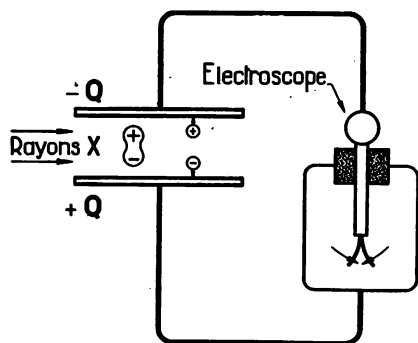
#### **Radiographie.**

L'écran est remplacé par une plaque ou pellicule sensible (soustraite à la lumière par une enveloppe de papier noir, ou d'aluminium facilement traversés par les rayons X).

Radioscopie et radiographie trouvent leur application en médecine et dans l'étude de certains matériaux, métallographie par exemple.



## Les rayons X ionisent l'air.



Si nous envoyons des rayons X entre les armatures d'un condensateur à air chargé, ce condensateur se décharge très rapidement : les rayons X ont rendu l'air conducteur.

On peut dire qu'il y a eu « électrolyse » de l'air, les rayons X ont disloqué les molécules d'air en deux parties : un ion positif, attiré par l'armature négative du condensateur, un ion négatif ou électron attiré par l'armature positive. Ces ions ont déchargé les armatures.

## EXERCICES

### 1. — Diode.

Sur la partie sensiblement rectiligne de la caractéristique d'une diode, ( $I_A$  fonction de  $U_A$ ), on relève le point  $F_1$ , 90 V, 10 mA, et  $F_2$ , 106 V, 12 mA.

- Déterminer, pour cette partie de la caractéristique, la résistance interne de la diode, définie par  $R_i = \frac{\Delta U_A}{\Delta I_A}$ . ( $\Delta$  signifie variation de...)
- Sur le circuit d'anode, la source, de résistance négligeable, est en série avec une résistance de charge  $R = 32\,000\ \Omega$ . Quelle est la variation  $\Delta E$  nécessaire de la force électromotrice de la source pour que le courant  $I_A$  passe de 8 à 12 mA ?
- Faire le bilan des puissances mises en jeu quand le circuit anodique, comprenant la résistance  $R$ , est parcouru par  $I_A = 10$  mA ; on supposera que, dans ces conditions, le rendement électronique de la cathode est 10 mA/W. Distinguer :
  - la puissance  $p_1$  mise en jeu dans le circuit de chauffage, et préciser ce courant  $I_1$  de chauffage entretenu par une source à tension constante  $U_1 = 4$  V ;
  - la puissance  $p_2$  absorbée dans le tube pour communiquer de l'énergie cinétique aux électrons (qui la cèdent sous forme de chaleur à l'anode qu'ils bombardent).
  - la puissance  $p_u$  utilisée dans la résistance de charge.

**Réponses :**  $R_i = 8\,000\ \Omega$  ;  $\Delta E = +160$  V ;  $p_1 = 1$  W,  $I_1 = 0,25$  A ;  $p_2 = 0,9$  W ;  $p_u = 3,2$  W.

### 2. — Triode (à chauffage constant).

Dans tout ce qui suit on supposera que les régimes considérés correspondent à des points de fonctionnement situés chacun sur une partie pratiquement rectiligne des caractéristiques statiques à tension anodique constante ( $I_A$  fonction de  $U_G$ ), ces portions de caractéristiques seront supposées parallèles.

On a relevé expérimentalement :

- |                                      |                                  |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| pour $U_G = -12$ V et $U_A = 300$ V, | $I_A = 6$ mA, (point $F_1$ ) ;   |
| pour $U_G = -12$ V et $U_A = 280$ V, | $I_A = 4,4$ mA, (point $F_2$ ) ; |
| pour $U_G = -10$ V et $U_A = 300$ V, | $I_A = 9$ mA, (point $F'_1$ ).   |

- Déterminer, le facteur d'amplification  $\mu$ , la résistance interne  $R_i$  et la pente  $p$  de la triode.

b. Calculer le courant  $I_A$  débité dans les conditions suivantes :

$$U_A = 300 \text{ V}, \quad U_G = -14 \text{ V (point } F_1')$$

$$U_A = 322 \text{ V}, \quad U_G = -10,5 \text{ V (point } F_3)$$

$$U_A = 250 \text{ V}, \quad U_G = -8 \text{ V (point } F_4).$$

c. Reporter ces points sur un graphique ( $I_A$  fonction de  $U_G$ ) et tracer les caractéristiques à tension  $U_A = \text{Cte}$  définies par ces points.

d. La source d'alimentation assure à ses bornes une tension constante  $U_s = 400 \text{ V}$ , une résistance de charge  $R = 25\,000 \, \Omega$  est placée sur le circuit anodique. Pour quelles tensions de grille  $U_G$  obtient-on les courants  $I_A$  de valeur 4 mA et 6 mA.

En déduire la pente  $p'$  de la *caractéristique dynamique* de la triode ( $I_A$  fonction de  $U_G$ ) pour cette tension d'alimentation et cette résistance de charge.

Tracer cette caractéristique sur le graphique.

Déterminer l'amplification en tension,

$$A = \frac{\Delta U \text{ variation de tension utile aux bornes de } R}{\Delta U_G}.$$

**Réponses :** a.  $\mu = 18,75$ ,  $R_i = 12\,500 \, \Omega$ ,  $p = 1,5 \text{ mA anode par volt grille}$ .

b. 3 mA, 10 mA, 8 mA.

d.  $-13,3 \text{ V}$ ,  $-9,3 \text{ V}$ ,  $p' = 0,5 \text{ mA anode par volt grille}$ ,  $A = 12,5$ .

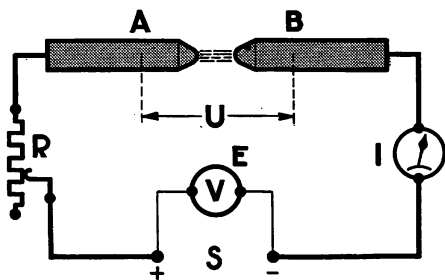


## 5. — Courant dans les gaz

### I. — ARC ÉLECTRIQUE DANS L'AIR

Deux électrodes de cuivre, A et B, en série avec une résistance R (d'une dizaine d'ohms), sont connectées à une source S capable de débiter une dizaine d'ampères sous une tension d'environ 60 volts.

Initialement A et B sont séparées par de l'air, aucun courant n'est décelé dans le circuit.



#### a. Amorçage.

Mettons en contact A et B, le courant passe. Écartons A et B de quelques millimètres : un arc jaillit et se maintient dans l'intervalle, avec vif dégagement de chaleur et de lumière.

#### b. Interprétation.

Pendant l'ouverture du circuit la pression et la surface de contact diminuent. La densité de courant augmente dans cette section et les dernières particules de métal en contact sont portées à une température élevée : *elles émettent des électrons* (effet thermoélectronique). L'anode attire ces électrons ; l'ionisation par chocs de l'air traversé rend alors conducteur l'intervalle d'air entre A et B.

Un arc ne conduit pas le courant comme un conducteur métallique : *d'une part les électrons, charges négatives, vont à l'anode, d'autre part les ions positifs vont à la cathode.*

#### c. Stabilité de l'arc.

La tension U entre les électrodes A et B diminue quand le courant I, débité par la source, augmente.

Si la source de force électromotrice E a une résistance interne  $r$  négligeable devant R, on a  $U = E - RI$ .

Un accroissement éventuel de l'ionisation entraînerait un accroissement du courant I, donc une diminution de U (cause du courant I dans l'intervalle). Cette diminution de U entraînerait une réduction du courant I : le régime est stable.

#### d. Extinction de l'arc.

Elle peut être obtenue :

- soit par *diminution de la tension d'alimentation*,
- soit par *augmentation de la distance entre A et B*,
- soit par *augmentation de la pression de l'air* dans l'intervalle AB (ceci exige que l'arc soit réalisé dans une enceinte fermée).

Dans le premier cas, on diminue les charges sur les électrodes, donc leur action accélératrice sur les ions ; il en résulte, pour eux, une diminution d'énergie cinétique, facteur de l'ionisation par chocs.

Dans le second cas, ces charges plus éloignées ont moins d'action sur les ions en cours de trajet.

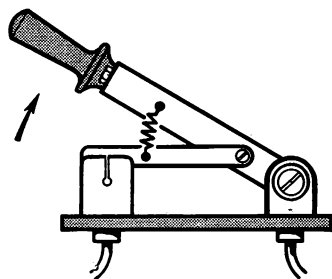
Dans le troisième cas, l'intervalle entre deux molécules est plus réduit et ne permet pas aux ions d'acquérir une vitesse suffisante pour réaliser l'ionisation par chocs.

#### e. Applications.

- 1° A la coupure d'un circuit il y a intérêt à éteindre dès que possible l'arc amorcé surtout en circuit inductif, pour *éviter la détérioration des rupteurs* (interrupteurs, sectionneurs et disjoncteurs).

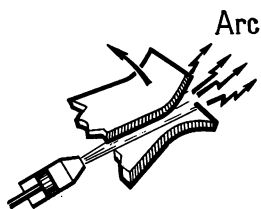
Il faut donc provoquer, à l'aide de ressorts, un *éloignement rapide et suffisant des pièces assurant le contact* : c'est la *rupture brusque*. Dans ces conditions l'arc s'éteint avant d'avoir échauffé suffisamment les pièces du rupteur.

Divers procédés sont employés pour la protection des appareils de rupture en moyenne et grande puissance.



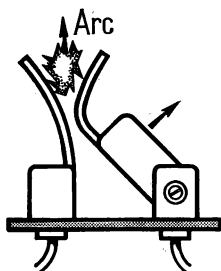
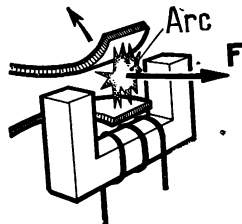
Le *pouvoir de coupure* d'un tel appareil est déterminé par KUI (K, constante, dépend du système de distribution, de courant continu, alternatif..., U et I les conditions de fonctionnement de cette distribution).

Citons en particulier :



— *soufflage pneumatique de l'arc* qui introduit de l'air froid non ionisé dès la rupture,

— *soufflage magnétique de l'arc* ; dans ce procédé le champ magnétique d'une bobine dévie l'arc (véritable courant mobile, loi de Laplace), l'allonge et l'éteint,



— *rupteur à cornes* ; l'air chaud ionisé monte, l'arc s'allonge et s'éteint,

— *rupteur en atmosphère comprimée* ; il est placé dans une chambre de compression,

— *rupteur dans l'huile*.

2° *L'arc électrique entre électrodes de charbon*, très lumineux, a été longtemps utilisé pour l'éclairage surtout pour obtenir des sources de lumière de dimensions très réduites et de très grande brillance (projecteurs).

Actuellement l'arc électrique est surtout utilisé comme source de chaleur à très haute température (dépasse 3 000°).

Dans les fours, l'arc jaillit entre électrodes de charbon, ou entre une électrode de charbon et la sole conductrice. En métallurgie on utilise parfois des électrodes de grandes dimensions (par exemple 50 cm de diamètre) alimentées par des courants de l'ordre de 10 000 A.

3° *Éclateurs*.

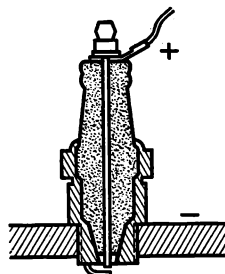
Ce sont des appareils à fonctionnement intermittent. Ils comportent deux électrodes métalliques séparées par un isolant gazeux.



Ces électrodes sont soumises à des impulsions très courtes de tension ; la tension est suffisante pour assurer la rupture de l'isolant gazeux ; une étincelle jaillit entre les électrodes...

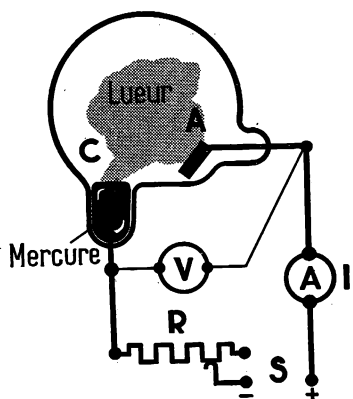
On utilise des éclateurs pour la protection de condensateurs ou d'isolants, et pour la mesure de tensions très élevées.

L'allumage des gaz dans les moteurs à combustion interne (moteurs à essence et à gaz) est obtenu à l'aide d'éclateurs appelés *bougies*. Pour une pression des gaz de 4 à 10 atmosphères et une distance d'environ 0,5 mm entre les électrodes, la tension de rupture est de l'ordre de 12 000 V. La source d'alimentation de l'éclateur est alors une bobine d'induction ou une magnéto à haute tension.



## 2. — L'ARC ÉLECTRIQUE DANS LA VAPEUR DE MERCURE

Une ampoule de verre, vidée d'air, comporte deux électrodes : l'anode est en fer ou en graphite ; la cathode est constituée par du mercure.



### a. Fonctionnement.

Le tube est froid, la pression de la vapeur de mercure est très faible (vide barométrique) environ  $10^{-5}$  mm de mercure.

Appliquons une tension d'une centaine de volts entre l'anode A, connectée au pôle + et la cathode C, connectée au pôle — d'une source (une résistance R est mise en série dans le circuit), la source ne débite aucun courant.

Inclinons le tube de manière à ce qu'un filet de mercure touche l'anode, puis redressons le tube, le contact est interrompu, un arc s'amorce.

La température s'élève, la pression de la vapeur de mercure augmente, la lueur de l'arc emplit la partie centrale du tube, la source débite un courant I.

La vapeur se condense sur les parois du tube et la pression de cette vapeur est déterminée par le refroidissement de cette paroi (environ 0,05 mm de mercure pour une température de 70°C).

Ce récepteur présente une chute de tension d'une quinzaine de volts, indépendante du courant débité par la source.

Pour une ampoule de petite dimension (10 cm de hauteur par exemple), on limite le courant à quelques ampères (par les valeurs de la tension à la source et de la résistance extérieure  $R$ ) afin d'éviter l'échauffement exagéré du tube.

Il suffit d'abaisser la tension aux bornes du tube à une valeur inférieure à 15 volts pour éteindre l'arc.

Pour le rallumer il faut procéder à un nouvel amorçage. Des dispositifs d'amorçage sont prévus pour éviter le basculement du tube, par exemple, électrode auxiliaire mobile, ou gaz rare à faible pression introduit dans le tube.

*Ce récepteur est conducteur, à sens unique, du courant, les électrons vont du mercure à l'anode.*

Si nous tentons de recommencer l'expérience après avoir inversé les connexions à la source nous ne pouvons plus obtenir d'arc, ni de débit de la source : il est nécessaire que le mercure soit connecté au pôle — de la source.

#### **b. Interprétation.**

L'amorçage provoque un point chaud sur le mercure, avec émission de vapeur de mercure, et d'électrons.

Ces électrons attirés par l'anode provoquent l'ionisation par chocs des atomes de vapeur de mercure.

Les ions positifs bombardent la cathode et entretiennent à sa surface une tache brillante très mobile, à haute température (environ 2 000°). Cette tache constitue le départ de la lueur qui illumine le tube.

Pour maintenir, entre les atomes de mercure, la distance moyenne convenable qui conditionne l'ionisation par chocs, la masse volumique de cette vapeur (proportionnelle à sa pression), est réglée par la température de la paroi froide.

#### **c. Utilisation comme source de lumière.**

La lumière de l'arc au mercure est différente de la lumière blanche ; elle ne contient pas de radiations rouges et elle est très riche en radiations ultraviolettes. On l'utilise en particulier en photographie industrielle et pour le tirage de plans (papier ozalid).

### 3. — COURANT ÉLECTRIQUE DANS LES GAZ RARÉFIÉS

Nous avons vu que la rigidité diélectrique des gaz dépend de leur nature et de leur pression (p. 31). Nous nous placerons dans le cas de la rupture partielle.

#### a. Tubes lumineux.

Nous avons déjà signalé la luminescence des gaz dans l'étude de la rupture partielle des gaz, et de l'arc dans la vapeur de mercure.

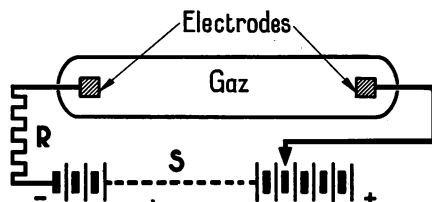
##### 1° Mécanisme de la luminescence des gaz.

Un atome gazeux frappé par un électron peut être :

- soit ionisé si l'électron incident présente une énergie cinétique suffisante,
- soit, dans le cas contraire, simplement excité ; un électron de l'atome utilise alors une grande partie de cette énergie pour passer sur une orbite plus éloignée du noyau. Cet état est instable, le retour à l'équilibre initial de l'atome libère l'énergie acquise au cours de l'excitation sous forme d'énergie lumineuse.

##### 2° Réalisation.

Un tube de verre contient un gaz à la pression de quelques millimètres de mercure ; il est muni de deux électrodes inattaquables par le gaz lui-même et par les ions produits.



A partir d'une tension suffisante entre les électrodes, dite *tension d'illumination*, le gaz devient conducteur et lumineux : la source débite un courant.

*Les électrodes et le tube s'échauffent peu.*

Dans le cas où la source présente une puissance suffisante, une résistance importante est mise en série avec l'appareil. Cette résistance réduit la tension appliquée au tube ( $U = E - RI$ ), elle stabilise le courant débité par la source. En effet, sans elle, l'émission thermo-électronique de la cathode échauffée par les ions positifs qui la frappent et l'ionisation par chocs dans le gaz entraîneraient un régime croissant à caractère explosif (véritable court-circuit).

Les gaz employés doivent être chimiquement inertes et se reconstituer après « l'électrolyse », ils doivent être peu absorbables par les parois du tube et par les électrodes.

On emploie des gaz rares de l'air : l'argon donne une couleur bleu pâle, le néon rouge orangé, le krypton violette, le xénon bleu ciel.

Pour obtenir d'autres teintes on emploie des mélanges de gaz et des tubes de verre coloré.

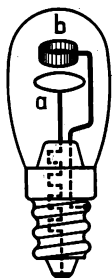
Ces tubes sont très employés pour l'éclairage publicitaire (ils sont souvent alimentés sous tension alternative, dans ce cas la résistance de protection est remplacée par une inductance).

*La tension d'emploi* est fonction de la longueur du tube, de sa section, de la nature et de la pression du gaz.

### Exemple.

Pour un tube de 1 à 3 cm de diamètre, contenant du néon à une pression voisine de 5 mm de mercure, la tension d'amorçage est de l'ordre de 1 000 V par mètre de longueur (l'efficacité lumineuse est environ 14 lumières par watt).

### 3° Lampe au néon.



Une ampoule de verre contient un mélange de néon (75 %) et d'hélium (25 %), à basse pression (quelques mm de mercure).

Pour une tension supérieure à 70 volts entre les deux électrodes, espacées d'environ 1 mm, la lampe s'allume.

Une résistance importante est insérée dans le culot.

Cette lampe n'absorbe que quelques milliampères.

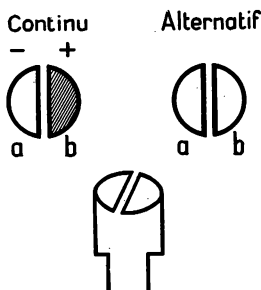
— On l'utilise souvent comme veilleuse ou comme lampe témoin, dans ce cas les électrodes sont deux fils voisins enroulés en hélice, et l'ampoule en verre dépoli, la tension ordinaire du réseau (120 V) convient à son fonctionnement.

— Certaines ampoules en verre transparent, sont munies d'électrodes de forme spéciale : soit un anneau et un disque, soit deux demi-disques.

Avec une source de polarité constante, la lampe s'allume pour une tension suffisante et une seule électrode, la cathode, présente autour d'elle une pellicule lumineuse.

Ce phénomène peut être utilisé pour reconnaître la polarité d'une source à tension suffisante.

Avec une source de tension et de polarité variable (voir tension alternative), la lampe s'éteint dans les intervalles de temps où la tension



est insuffisante. Elle s'allume par éclats intermittents, alternant d'une électrode à l'autre. Nous utiliserons ce phénomène pour réaliser la stroboscopie (voir chapitre 16).

### **Tubes fluorescents.**

Certaines substances, par exemple la fluorine, émettent de la lumière quand elles sont frappées par des radiations ultraviolettes (invisibles, de très courte longueur d'onde) ces substances sont dites fluorescentes.

Un tube fluorescent est une lampe à vapeur de mercure dont la paroi interne est enduite de telles substances, choisies convenablement pour obtenir la teinte désirée : par exemple « tube à lumière du jour ».

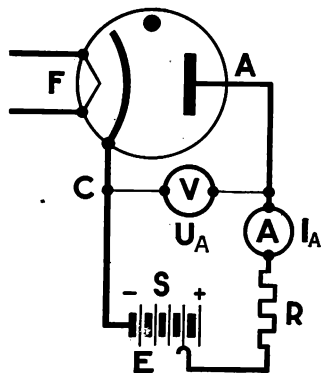
La vapeur de mercure, traversée par le courant, émet des rayons ultraviolets très intenses qui excitent fortement la fluorescence de l'enduit du tube.

Ces tubes, utilisables en basse tension, sont de plus en plus employés, surtout à cause de leur excellent rendement (de l'ordre de 40 lumens par watt).

### **b. Diode à gaz ou phanotron.**

L'existence d'un gaz, dans un tube diode, permet le passage d'un courant anodique très supérieur à celui qui serait obtenu avec un tube à vide analogue, et ceci pour une tension anodique très inférieure.

En effet, dans le cas de la diode à gaz, à l'émission thermoélectronique initiale due au chauffage de la cathode, s'ajoute l'effet de l'ionisation par chocs dans le gaz. Il y a accroissement du courant, d'une part par la double convection des ions positifs et des ions négatifs (électrons) libérés par chocs, et d'autre part l'échauffement de la cathode par bombardement des ions positifs accroît son émission thermoélectronique.



*La diode à gaz est un « conducteur à sens unique » utilisé comme redresseur (voir chapitre 18).*

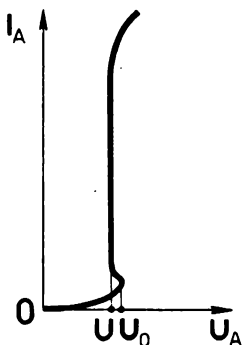
On réalise des diodes à gaz contenant de l'argon sous une pression voisine de 1 cm de mercure, ou de la vapeur de mercure émise par une goutte de mercure introduite dans le tube.

Une petite ampoule fermée contenant du mercure a été introduite dans le tube, après vidage et fermeture de celui-ci, l'ampoule est rompue par chauffage par induction.

À partir de  $U_0$  tension d'amorçage, le gaz s'illumine, le courant  $I_A$  croît très rapidement.

Le courant anodique peut atteindre une centaine d'ampères pour certaines diodes industrielles de grandes dimensions.

La chute de tension anode-cathode  $U_{\text{arc}}$  d'un phanotron est d'environ 10 V, elle est indépendante du courant. La partie rectiligne de la caractéristique  $I_A$  fonction de  $U_A$  est sensiblement parallèle à l'axe des courants  $I_A$ .



On limite le débit  $I_A$  à l'aide d'une résistance  $R$ , en série sur le circuit d'anode, pour éviter l'échauffement exagéré de la cathode et la destruction du tube.

Les conditions d'emploi, sont fixées par le constructeur.

Le courant anodique s'arrête instantanément dès que la tension  $U_A$  est abaissée au dessous de  $U_{\text{arc}}$  (tension d'extinction).

### c. Cellule photoélectrique à gaz.

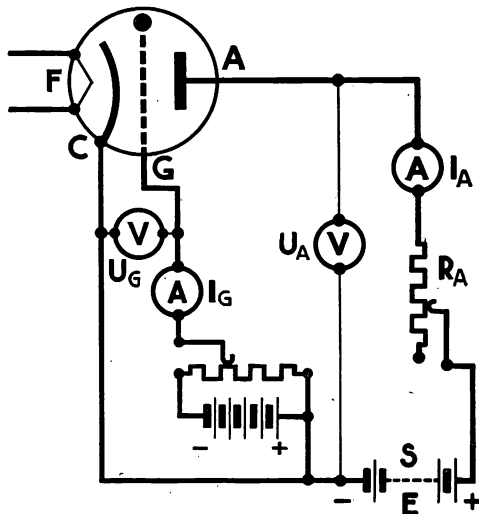
L'ionisation par chocs d'un gaz (par exemple de l'argon à la pression de quelques millimètres de mercure), introduit dans l'ampoule, permet d'augmenter considérablement le courant que fournirait la photocellule à vide de mêmes dimensions, dans des conditions d'éclairement semblable.

Toutefois le fonctionnement de la photocellule à gaz est moins régulier ; il est plus sensible aux variations de température.

### d. Triode à gaz ou thyatron.

Nous avons vu que le courant anodique  $I_A$  de la triode à vide est contrôlé (à chauffage constant), à la fois par la tension d'anode  $U_A$  et par la tension grille  $U_{G+}$ .

Dans le cas de la triode contenant un gaz, la polarisation de la grille ne contrôle que l'amorçage du courant, et n'intervient plus, ni pour le réglage du courant, ni pour son arrêt.



Pour éteindre l'arc, c'est-à-dire arrêter le fonctionnement du tube, il faut réduire la tension  $U_A$  au-dessous de la tension  $U_{\text{arc}}$  (environ 10 V pour les thyatrons usuels).

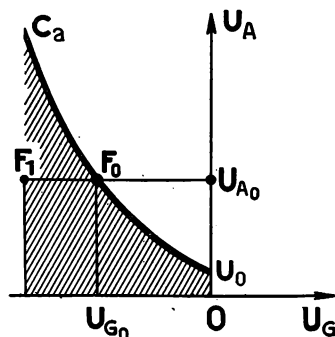
La tension  $U_A$  d'amorçage du tube est déterminée par la valeur de la tension grille  $U_G$ , suivant la courbe d'amorçage  $C_a$ .

Considérons un point d'amorçage  $F_0$  défini par  $U_{A_0}$  et  $U_{G_0}$ ; le tube n'est traversé par aucun courant pour les conditions du point  $F_1$  définies par  $U_{A_0}$  et  $U_{G_1} < U_{G_0}$ .

Augmentons la tension grille, à tension anodique constante. Dès que l'on atteint le point  $F_0$  le tube s'illumine et un courant anodique s'établit à une valeur  $I_A$  qui dépend des conditions du circuit d'anode (tension de la source  $S$  et résistance  $R$ ).

A partir de cet instant, une modification de la tension grille n'intervient plus, le thyatron se comporte comme un phanotron.

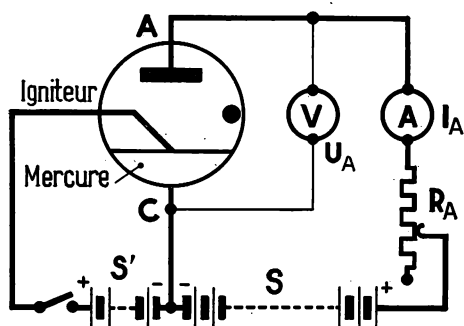
En particulier le retour du réglage aux conditions de  $F_1$  ne bloque pas le courant  $I_A$ .



### Interprétation.

Le thyatron étant en fonctionnement, la grille polarisée négativement attire une couche d'ions positifs qui la neutralisent (on décèle un faible courant de grille) ; la tension grille cathode  $U_G$  se trouve pratiquement ramenée à zéro ; la grille n'intervient plus.

Après extinction de l'arc (la durée de désionisation est inférieure à 0,001 s), la grille peut reprendre son rôle de blocage.



### e. Ignitron.

Un igniteur est une diode à cathode de mercure dans laquelle une électrode de commande, l'igniteur, provoque l'amorçage de l'arc et la formation de la tache cathodique.

Cette troisième électrode est réalisée en une substance peu conductrice, très résistante à la chaleur (carborandum), non mouillée par le mercure dans lequel elle est plongée.

Une impulsion de tension (+ 100 V par exemple) appliquée entre l'igniteur et le mercure provoque un arc auxiliaire avec vaporisation du mercure ; c'est l'amorçage de la tache cathodique.

L'anode principale joue alors son rôle ; l'igniteur n'intervient plus pendant le fonctionnement.

L'arc ne s'arrête que pour une tension anodique inférieure à la tension d'ionisation (environ 15 V).

## 6. — Propriétés générales du courant alternatif

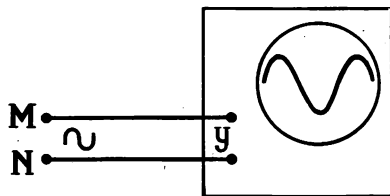
### I. — TENSION ET COURANT

#### I. — TENSION ALTERNATIVE

La distribution de l'énergie électrique est réalisée en courant alternatif. La prise de courant constitue la source à laquelle l'utilisateur relie ses appareils d'utilisation.

Nous étudierons d'abord la distribution à deux fils, appelée distribution monophasée.

#### a. Tension instantanée.



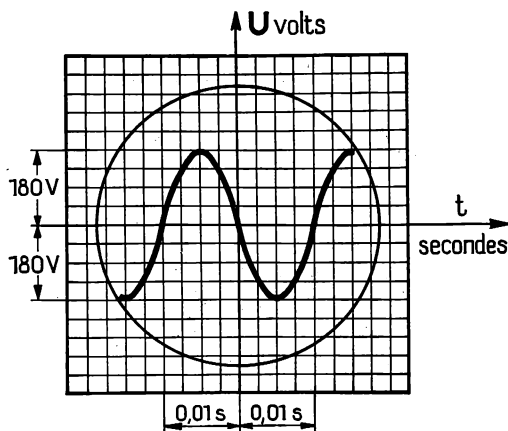
Relions les bornes MN d'une prise de courant aux deux plaques de déviation verticale d'un oscilloscope cathodique (tome I, page 106), le balayage horizontal étant uniforme, de vitesse connue, nous obtenons sur l'écran



une courbe appelée **sinusoïde**, qui représente les variations de la tension du réseau en fonction du temps.

Un cadrillage transparent gradué en secondes et en volts, appliqué sur l'écran, permet des mesures.

Cette tension présente des alternances positives (au-dessus de l'axe des temps) et négatives (au-dessous), chacune d'une durée de 0,01 seconde, la *polarité de la source charge donc 100 fois par seconde*.



La tension reprend la même valeur, avec le même sens de variation, à intervalles de temps  $T$  égaux.

Le phénomène est dit périodique, de période  $T = 0,02$  seconde, il se reproduit identiquement à lui-même 50 fois par seconde, sa fréquence  $f = \frac{1}{T}$  est 50 hertz.

L'unité de fréquence est le hertz, fréquence d'un phénomène dont la période est 1 seconde.

Entre deux instants où elle s'annule, c'est-à-dire au cours de chaque alternance, la tension atteint une *valeur maximum* (en valeur absolue), nous trouvons dans ce cas  $U_{\max} = 180$  V environ.

En raison de la forme de ses variations cette tension est dite **sinusoïdale**.

## b. Mesures.

Relions les deux bornes d'une prise de courant :

1° **aux bornes d'un voltmètre thermique** ou électromagnétique (de calibre 150 V), il indique 127 V.

Nous savons que ces appareils donnent une indication indépendante du sens du courant (tome I, pages 25 et 183).

2° **aux bornes d'un voltmètre magnétoélectrique** à cadre mobile (de même calibre), l'aiguille reste au zéro, il en est de même si l'on inverse les connexions ; pour cet appareil le sens de la déviation dépend du sens du courant (tome I, page 26).

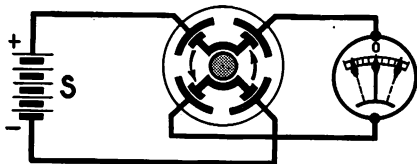
Si la polarité de la source change assez souvent en un temps donné, l'inertie de l'équipage mobile empêche l'aiguille de dévier dans un sens, puis dans l'autre à la même cadence. La tension alternative du réseau de distribution change de polarité 100 fois par seconde. Cette tension est désignée, sur la plaque du compteur par exemple, par  $U = 127 \text{ V} \sim 50 \text{ hertz}$ .

## Expérience.

Relions une source continue (batterie d'accumulateurs à un voltmètre magnétoélectrique dont le zéro est au milieu du cadran, par l'intermédiaire d'un inverseur rotatif.

Entraînons lentement ce dernier, l'aiguille du voltmètre oscille de part et d'autre du zéro ;

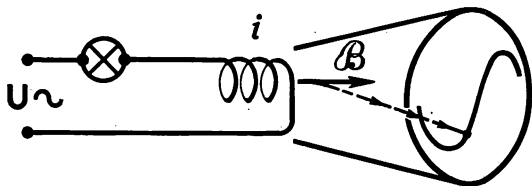
Accélérons progressivement la vitesse de l'inverseur, les oscillations de l'aiguille du voltmètre deviennent plus rapides et plus faibles, à partir d'une certaine vitesse de l'inverseur l'aiguille reste au zéro.



## 2. — COURANT ALTERNATIF

Utilisée dans un récepteur, par exemple un groupe de lampes, cette tension variable  $u$  produit un courant variable  $i$ .

Un oscilloscope cathodique, pour lequel la déviation verticale du spot est obtenue par le champ magnétique d'une bobine parcourue par le courant étudié  $i$ , fournit (avec balayage horizontal uniforme) la courbe des variations du courant  $i$  en fonction du temps <sup>(1)</sup>.



*Nous obtenons une sinusoïde de même fréquence que celle de la tension.*

*Le courant  $i$  est périodique sinusoïdal, de période 0,02 s.*

Au cours de chaque alternance il atteint une valeur maximum (en valeur absolue), par exemple  $I_{\max} = 2,8 \text{ A}$ .

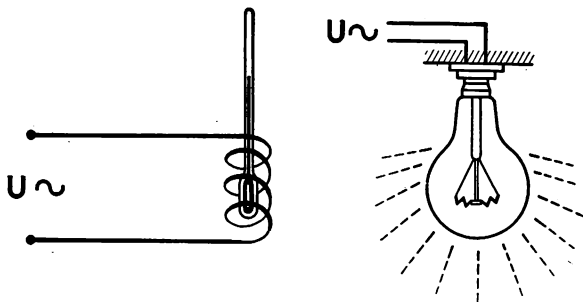
<sup>(1)</sup> Le faisceau cathodique, courant électrique  $I$  dans le vide, est dévié par un champ magnétique (loi de Laplace, tome I, page 158).

Le déplacement du spot est proportionnel à l'induction magnétique  $B$  donc au courant  $i$  qui la crée.

## II. — EFFETS DU COURANT ALTERNATIF

### I. — EFFET THERMIQUE

L'effet Joule ne dépend pas du sens du courant dans le conducteur. Le courant alternatif est utilisé pour le chauffage et l'éclairage par incandescence. Le courant étant variable (de 0 à  $I_{\max}$ ) les quantités de chaleur dégagées pendant deux intervalles de temps très courts successifs ne sont pas égales et la température prise par le conducteur n'est pas constante.



Pour une faible fréquence ( $< 10$  Hz) on perçoit très bien les variations de brillance du filament d'une lampe (papillotement). Pour des fréquences suffisantes (en particulier la fréquence 50 Hz), l'inertie thermique des corps (qui conditionne la rapidité de leur échauffement et de leur refroidissement) et la durée des impressions lumineuses sur l'œil (voisine de 0,1 seconde) ne permettent pas d'observer les variations du courant dans le filament d'une lampe.

#### Valeurs efficaces.

Un ampèremètre thermique (tome I, page 25), à cause de son inertie thermique et mécanique, ne peut indiquer les variations rapides et faibles de la température de son fil dilatable.

L'aiguille de l'appareil se stabilise en face d'une division du cadran qui mesure la *valeur efficace du courant*.

*Cette valeur est celle d'un courant constant produisant le même effet thermique dans la même résistance (celle du fil dilatable de l'ampèremètre).*

Nous trouvons par exemple pour la valeur efficace du courant  $I = 2$  A, alors que mesurée sur l'écran de l'oscilloscope la valeur maximum de ce courant est  $I_{\max} = 2,8$  A.

#### Remarque.

Cette définition de la valeur efficace d'un courant s'applique à un courant de forme quelconque (sinusoïdal ou non).

De même, branché aux bornes de la prise de courant, un *voltmètre thermique* indique la *tension efficace*  $U = 127 \text{ V}$  (alors que la valeur maximum de la tension est  $U_{\max} = 180 \text{ V}$ ).

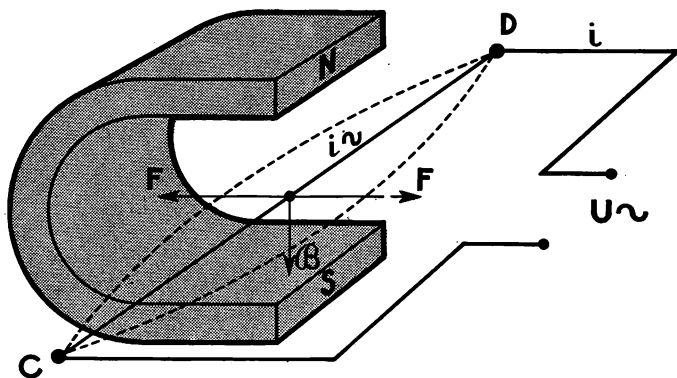
La *valeur efficace*  $U$  d'une tension variable est celle d'une tension continue constante provoquant dans une même résistance non inductive le même effet thermique que cette tension variable.

**Nota.** Nous désignerons par  $u$  et  $i$  les valeurs instantanées (fonctions du temps) d'une tension et d'un courant variables, par  $U_{\max}$  et  $I_{\max}$  les valeurs maximum qu'elles atteignent et par  $U$  et  $I$  leurs valeurs efficaces indiquées par les appareils de mesure.

## 2. — EFFET ÉLECTROMAGNÉTIQUE

### a. Effet polarisé.

Dans le champ magnétique d'un aimant, le fil de cuivre CD, très fin, peu tendu, parcouru par le courant alternatif  $i$  est sollicité par une force  $F$  (loi de Laplace) qui change périodiquement de sens en même temps que  $i$ , le fil vibre à la fréquence du courant.

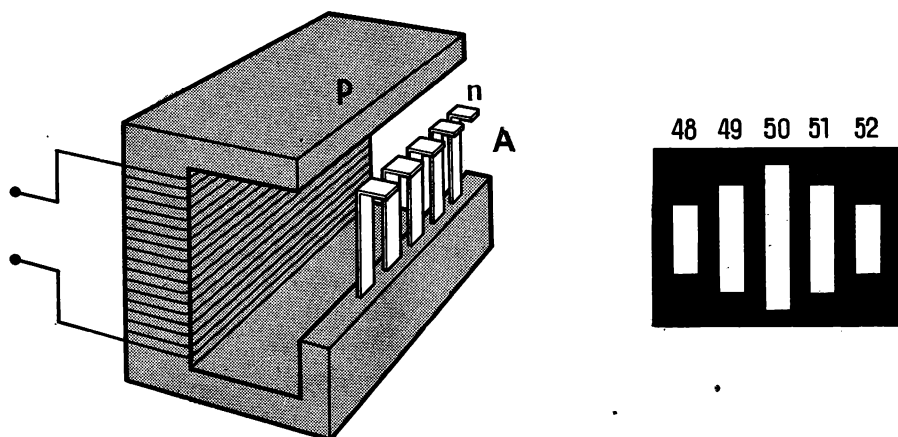


Le cadre d'un ampèremètre magnétoélectrique, sollicité par un couple de sens variable à la fréquence du courant, à cause de l'inertie de son équipement mobile, vibre, à la fréquence industrielle 50 Hz, autour de sa position de repos (l'aiguille marque zéro).

## Fréquence-mètre à lames vibrantes.

On utilise le phénomène de résonance. Une lame élastique en acier a une fréquence de vibration propre  $f_0$  dépendant de sa nature et de ses dimensions. L'amplitude de ses vibrations croît considérablement quand elle est sollicitée par une force alternative de même fréquence que  $f_0$ .

Une série de lames d'acier de fréquence propre 48-49-50-51-52 sont alignées. Ces lames aimantées présentent leur extrémité A (pôle nord par exemple) à un pôle P d'électroaimant alimenté en courant alternatif  $i$ .



Quand  $i$  est dans un sens, P est pôle nord et repousse A, quand  $i$  est dans l'autre sens, P est pôle sud et attire A. L'extrémité A est sollicitée par une force alternative de même fréquence que celle du courant.

Les extrémités de ces lames vibrantes, vues en bout, dessinent des traits dans l'espace.

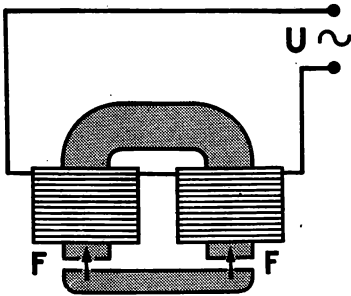
Celle des lames, dont la fréquence propre est égale à celle du courant, vibre avec un maximum d'amplitude.

Les extrémités A sont peintes en blanc, sur fond noir, et sont placées en face d'une graduation repère.

Au trait blanc le plus long correspond la fréquence du réseau qui alimente l'électroaimant.

### b. Effet non polarisé.

Un électroaimant à noyau de fer doux, alimenté en courant alternatif  $i$ , attire une armature de fer et fait entendre un ronflement décelant une vibration.



Quel que soit le sens de  $i$ , l'armature de fer doux est attirée par les pôles, mais cette force d'attraction varie avec le courant  $i$  (pour un circuit magnétique non saturé, elle est à chaque instant sensiblement proportionnelle au carré du courant), pendant chaque période  $T$  du courant elle passe deux fois par une valeur maximum, et deux fois par une valeur nulle.

La valeur moyenne de cette force  $F$  dépend de la valeur efficace  $I$  du courant (analogie avec l'effet thermique lui-même fonction de  $i^2$ ).

*Un ampèremètre électromagnétique à fer doux, appareil non polarisé (tome I, pages 183-184), indique donc la valeur efficace  $I$  du courant alternatif.*

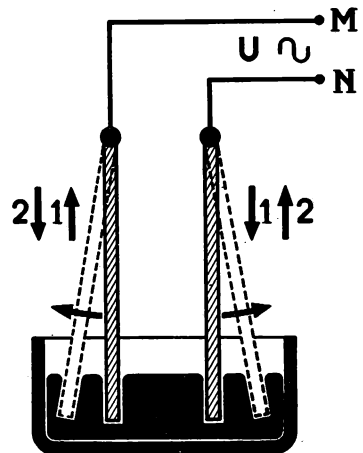
De même les voltmètres, construits sur le même principe, indiquent la valeur efficace  $U$  d'une tension alternative.

### 3. — EFFET ELECTRODYNAMIQUE

Dans le cas de deux fils parallèles, ou de deux bobines parcourues par le même courant alternatif, les forces électrodynamiques ne sont pas polarisées puisque le courant change de sens en même temps dans l'un et l'autre fil.

Dans ce cas ces forces sont fonction de  $i^2$ .

Pour une fréquence suffisante, l'un des fils, mobile (ou l'une des bobines, mobile), prend une position moyenne correspondant à la valeur efficace du courant.



*Un ampèremètre électrodynamique pour lequel le couple moteur de l'équipage mobile est fonction de  $i^2$  mesure la valeur efficace  $I$  du courant alternatif  $i$ . De même un voltmètre électrodynamique mesure la valeur efficace  $U$  d'une tension alternative  $u$ .*

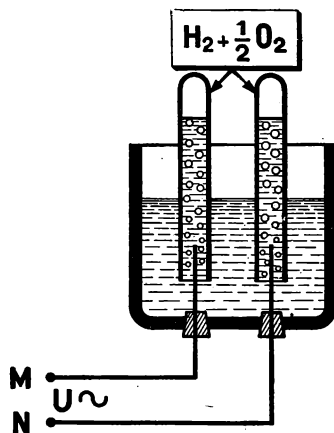
#### 4. — EFFET CHIMIQUE

*L'électrolyse est un phénomène polarisé.*

Dans un voltamètre, alimenté en courant alternatif, les électrodes changent périodiquement de rôle.

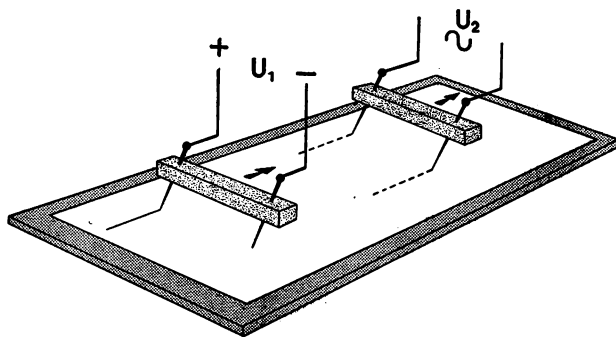
a. S'il s'agit d'un voltamètre à eau acidulée (ou additionnée de soude) avec électrodes inattaquables (platine ou charbon), on obtiendra à chaque électrode des volumes égaux de gaz tonnant ( $H_2 + \frac{1}{2} O_2$ ).

b. S'il s'agit d'un voltamètre à « anode soluble », par exemple électrolyte  $SO_4Cu$  en solution et une électrode de cuivre, aucun changement n'apparaît (il y a alternativement transport de cuivre d'une électrode à l'autre).



#### Remarque.

En faisant glisser rapidement sur du papier « cherche pôles » (papier imprégné d'une solution de chlorure de sodium et de ferrocyanure de potassium) placé sur une plaque de métal :



1° deux électrodes réunies aux bornes d'une source continue : on obtient à l'anode un trait bleu continu.

2° deux électrodes réunies aux bornes d'une source à tension alternative, on obtient deux traits ponctués, chaque électrode marque le papier d'un trait bleu quand elle est anode.

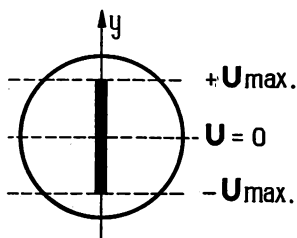
Pour un déplacement effectué dans un temps donné, on peut compter les alternances du courant, et mesurer ainsi la fréquence.



## 7. — Fonction sinusoïdale

### I. — MOUVEMENT SINUSOIDAL

A l'aide de l'oscilloscope cathodique nous avons mis en évidence la forme des variations de la tension  $u$  du réseau en fonction du temps, nous avons appelé cette courbe une sinusoïde.

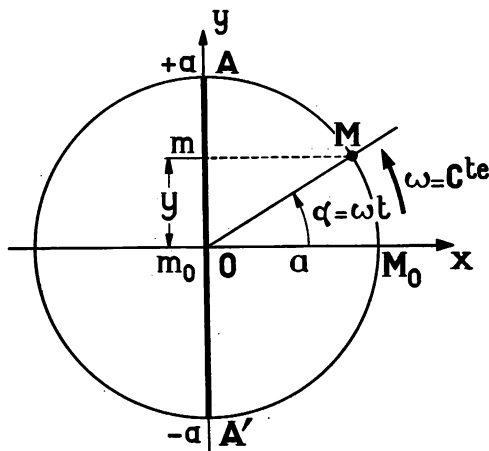


Supprimons le balayage horizontal, suivant  $ox$ , le spot se déplace suivant  $oy$ , d'un mouvement très rapide, entre deux positions extrêmes,  $+U_{\max}$  et  $-U_{\max}$ , un tel mouvement vibratoire est dit *sinusoïdal*.

Nous allons préciser la définition d'un tel mouvement.

Considérons un point  $M$  animé d'un mouvement circulaire uniforme, dans le sens trigonométrique, sur un cercle de rayon  $a$ , de vitesse angulaire  $\omega$  radians par seconde.

A l'instant initial  $t_0 = 0$ , le mobile  $M$  part du point  $M_0$  sur l'axe  $ox$ , pris comme origine des angles ; à un instant quelconque  $t$  la position de  $M$  est définie par l'angle  $\alpha = \omega t$ .



Associions au mobile  $M$ , sur le cercle, sa projection  $m$  sur l'axe  $oy$ , directement perpendiculaire à  $ox$ . (c'est-à-dire  $\widehat{ox, oy} = +\frac{\pi}{2}$  radian) le point  $m$  se déplace



(en même temps que le point M), entre deux positions extrêmes A et A' définies par  $\overline{OA} = +a$  et  $\overline{OA'} = -a$  sur l'axe *oy* : le mouvement de *m* est *alternatif*, *a* est l'*amplitude* de ce mouvement.

A chaque instant *t* la position du point M est définie par son *élongation*  $y = \overline{om} = a \sin \alpha = a \sin \omega t$  ; l'angle  $\alpha = \omega t$  qui définit la position de M et celle de *m*, à l'instant *t* est la *phase du mouvement* à cet instant.

La vitesse angulaire  $\omega$  du mouvement de M est appelée *pulsation* du mouvement de *m*.

Le mouvement de *m* est *périodique*, c'est-à-dire qu'il se reproduit identiquement à des intervalles de temps T égaux ; en effet, chaque fois que M aura fait un tour complet à partir d'une position repérée, *m* reprendra sa position correspondante et y passera dans le même sens et avec la même vitesse (sur *oy*).

Cet intervalle de temps T est la *période* du mouvement de *m* ; c'est la *durée d'un tour du mobile M* sur le cercle, donc  $T \text{ secondes} = \frac{2\pi \text{ radians}}{\omega \text{ radians par seconde}}$ .

La *fréquence* *f* du mouvement de *m*, est égale au nombre *n* de tours par seconde du mobile M :  $f = n = \frac{1}{T} \text{ hertz,} = \frac{\omega}{2\pi}$

par suite la pulsation  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ .

### Exemple.

Un mouvement de fréquence 400 Hz se reproduit 400 fois par seconde, sa période est  $T = \frac{1}{400} = 0,0025 \text{ s}$ , sa pulsation  $\omega = 800\pi \simeq 2500 \text{ radians par seconde}$  ; pour  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $\omega = 100\pi = 314 \text{ radians par seconde}$ .

### Remarque.

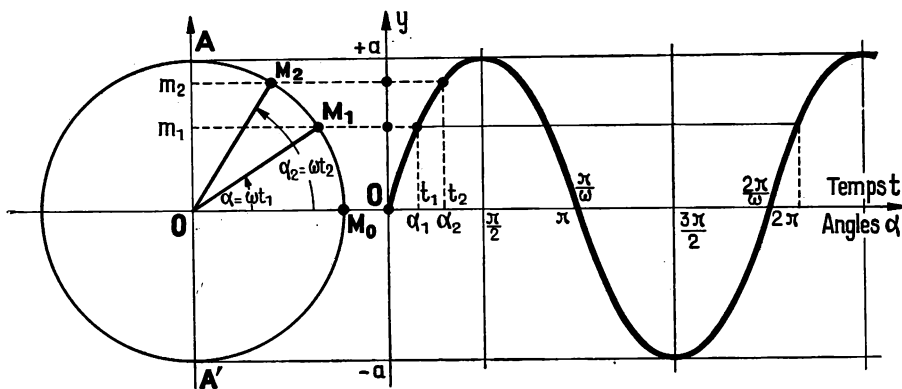
Le temps pendant lequel le mouvement de *m* conserve le même sens est une alternance de durée  $\frac{T}{2}$  secondes.

Le point *m* reprend la même élongation *y* à deux instants *t*, et *t*<sub>2</sub> au cours d'une même alternance, les phases correspondantes  $\alpha_1 = \omega t$ , et  $\alpha_2 = \omega t_2$  sont supplémentaires.

## 2. — REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

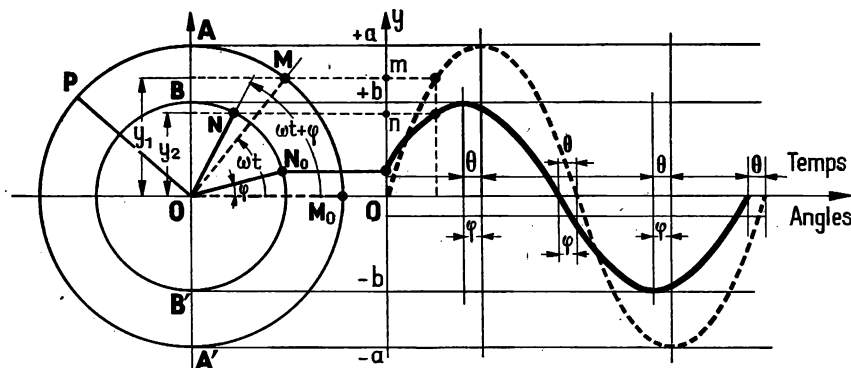
La courbe représentative de l'élongation  $y$  (en ordonnée), en fonction du temps  $t$  (en abscisse) est une *sinusoïde*, le mouvement de  $m$  est appelé *mouvement sinusoïdal*.

On peut aussi porter en abscisse les angles  $\alpha$  décrits par le rayon  $OM$ , ces angles sont proportionnels aux temps puisque  $\alpha = \omega t$  et que la pulsation  $\omega$  est constante.



## 3. — DIFFÉRENCE DE PHASE (ou déphasage) présentée par deux mouvements sinusoïdaux de même fréquence.

Considérons deux points  $M$  et  $N$  d'un solide indéformable animé autour de l'axe  $O$  d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire  $\omega$  dans le sens trigonométrique.



Les projections  $m$  et  $n$  sur l'axe  $oy$  des points mobiles M et N sont animés de *mouvements sinusoïdaux de même fréquence*, d'amplitudes respectives  $a$  et  $b$ . Supposons qu'à l'instant initial  $t_0 = 0$  le mobile M soit en  $M_0$  sur l'axe  $ox$  (origine des angles), à un instant  $t$  quelconque l'élongation de  $m$  est :

$$om = y_1 = a \sin \omega t.$$

A l'instant initial  $t_0 = 0$  le mobile N est par exemple en  $N_0$  tel que  $\widehat{ox, ON_0} = \varphi$ . Ce décalage angulaire de N sur M se conserve dans la rotation, et à l'instant  $t$  considéré, l'élongation de  $n$  est  $y_2 = b \cdot \sin (\omega t + \varphi)$ .

Dans cette expression  $\varphi$  est la *phase initiale* de  $y_2$  (à l'époque  $t = 0$ ).

- Si  $\varphi$  est dans le *sens positif*, N est en avance sur M, il en est de même pour  $n$  qui est en avance sur  $m$ .
- Si  $\varphi$  est de *sens négatif*, N est en retard sur M, il en est de même de  $n$  par rapport à  $m$ .

Les mouvements de  $n$  et de  $m$  présentent une *différence de phase  $\varphi$  constante* appelée aussi *déphasage* entre ces deux mouvements.

Pour  $\widehat{OM_0, ON_0} = \varphi > 0$ , le mobile N (en avance sur M) passera avant M sur un rayon OP, de référence, arbitrairement choisi.

A la différence de phase  $\varphi$ , ou décalage angulaire, correspond un décalage dans le temps

$$\theta \text{ secondes} = \frac{\varphi \text{ radians}}{\omega \text{ radians par seconde}}.$$

avance dans le temps de N (et de  $n$ ) sur M (et  $m$ ).

Dans le cas de la figure,  $n$  atteindra par exemple son maximum  $+ b$ ,  $\theta$  secondes avant que  $m$  atteigne le sien  $+ a$ .

Représentons les deux courbes  $y_1 = a \sin \omega t$  et  $y_2 = b \sin (\omega t + \varphi)$  sur le même graphique, l'axe des abscisses étant gradué en angles et en temps, nous pouvons contrôler le *décalage constant* mesuré par l'angle  $\varphi$  ou le temps  $\theta = \frac{\varphi}{\omega}$  qui sépare les points correspondants de ces deux courbes (abscisses des maximums, des points où les ordonnées s'annulent...).

**Cas particulier.** Si  $\varphi = \widehat{OM, ON} = 0$ , les deux mouvements sont dits *en phase*.

#### Remarque.

La fonction étudiée  $y = a \sin \omega t$  représente les variations de l'élongation d'un point mobile sur un axe  $oy$ , elle définit un mouvement vibratoire dont les exemples sont très répandus : vibration d'un point, d'une corde tendue, d'une lame d'acier encastrée, de l'extrémité d'un ressort suspendu et chargé, d'un pendule...

#### 4. — GÉNÉRALISATION

Toute grandeur physique,  $y$ , tension, courant, induction magnétique, flux magnétique, élongation d'une vibration sonore, dont la valeur, en fonction du temps, est définie par une loi semblable  $y = a \sin \omega t$  ou  $y = a \sin (\omega t + \varphi)$  est une *fonction sinusoïdale du temps*.

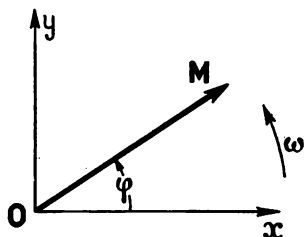
Le point figuratif  $m$ , qui définit cinématiquement à chaque instant, par son élongation  $om = y$ , sur un axe de référence  $oy$ , la valeur instantanée de cette grandeur, est animé sur cet axe d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude  $a$ , de pulsation  $\omega$ , de période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , de fréquence  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ .

La phase initiale  $\varphi$  définit la valeur de  $y$  à l'instant zéro.

#### 5. — CONVENTION DE FRESNEL

a. La grandeur, de nature quelconque, définie par la relation

$$y = a \sin (\omega t + \varphi)$$



est représentée par le vecteur  $\overrightarrow{OM}$  mesurant l'amplitude  $a$ , placé par rapport à  $ox$  origine des angles, tel que  $\overrightarrow{ox}, \overrightarrow{OM} = \varphi$ .

On suppose implicitement que ce vecteur tourne d'un mouvement circulaire uniforme à la vitesse angulaire  $\omega$  et que  $y$  est la mesure à chaque instant de  $om$  projection de  $\overrightarrow{OM}$

sur l'axe directement perpendiculaire à  $ox$ .

$\varphi$  correspond à la phase initiale du vecteur tournant  $\overrightarrow{OM}$ .

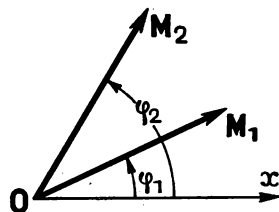
b. Plusieurs grandeurs sinusoïdales  $y_1, y_2, \dots$  de même fréquence, c'est-à-dire de même pulsation (et seulement dans ce cas), peuvent être figurées sur un même graphique.

Leurs vecteurs représentatifs sont  $\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2}, \dots$  (l'angle  $\widehat{M_1OM_2}$ , représentant le déphasage  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ , de ces deux fonctions, est indéformable dans la rotation des vecteurs tournant à même vitesse angulaire).

$\overrightarrow{OM_1}$  représente  $y_1 = a \sin (\omega t + \varphi_1)$ ,

$\overrightarrow{OM_2}$  représente  $y_2 = b \sin (\omega t + \varphi_2)$ ;

si  $\varphi_2 > \varphi_1$ ,  $y_2$  est déphasée en avant sur  $y_1$  de  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  radians,  $y_2$  est en avance sur  $y_1$ , d'un temps  $\theta = \frac{\varphi}{\omega}$  secondes.



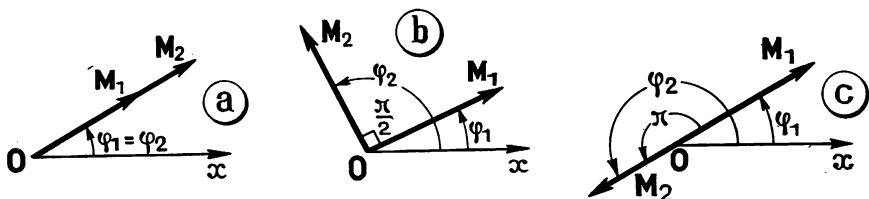
### Cas particuliers.

1°  $\varphi_1 = \varphi_2$ ,  $\varphi = 0$ ,  $y_1$  et  $y_2$  sont en phase ; (a)

2°  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ ,  $y_1$  et  $y_2$  sont en quadrature. (b)

**Exemple :**  $y_1 = a \sin \omega t$  et  $y_2 = b \cos \omega t = b \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$  sont en quadrature.

3°  $\varphi = \pm \pi$ ,  $y_1$  et  $y_2$  sont en opposition. (c)



## 6. — VALEUR MOYENNE D'UNE FONCTION POUR UN INTERVALLE DONNÉ

### a. Définition.

La moyenne arithmétique d'un nombre  $n$  de grandeurs  $A, B, C, \dots$  est définie par

$$m = \frac{A + B + C + \dots}{n}$$

Cette notion peut être étendue à la moyenne algébrique de  $n$  grandeurs (positives ou négatives)  $a, b, c, \dots$  moyenne  $m = \frac{a + b + c + \dots}{n}$

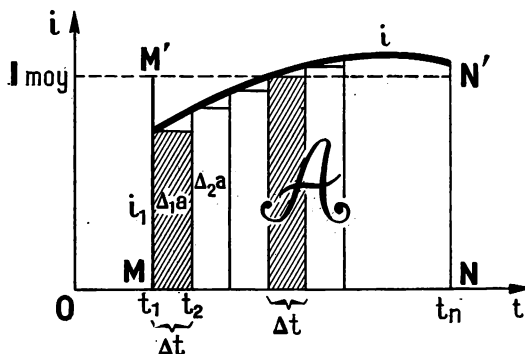
Considérons une fonction du temps, par exemple un courant  $i$ , qui varie d'une manière quelconque et sa courbe représentative  $i = f(t)$ .

A des intervalles de temps  $\Delta t$  égaux, pris dans l'intervalle  $t_1 t_n$  le courant prend les valeurs  $i_1, i_2, \dots, i_n$ , dont la valeur moyenne est

$$m = \frac{i_1 + i_2 + \dots + i_n}{n}$$

que l'on peut écrire

$$m = \frac{i_1 \Delta t + i_2 \Delta t + \dots}{n \Delta t}$$



Les termes tels que  $i_1 \Delta t_1$  qui mesurent des quantités d'électricité  $\Delta_1 q$ ,  $\Delta_2 q \dots$ ) sont représentées par les aires des rectangles  $\Delta_1 a$ ,  $\Delta_2 a \dots$

Si les intervalles de temps  $\Delta t$  deviennent de plus en plus petits (tendent vers zéro), leur nombre devient pour le même temps total de plus en plus grand (tend vers l'infini), la somme des aires élémentaires  $\Delta a$  tend vers l'aire  $\mathcal{A}$  comprise entre la courbe  $i$  et l'axe des temps dans l'intervalle  $t_1, t_n$  (cette aire  $\mathcal{A}$  mesure la quantité totale d'électricité  $Q$  transportée par le courant  $i$  au cours de cet intervalle de temps).

La valeur moyenne du courant dans cet intervalle est  $I_{\text{moy.}} = \frac{\mathcal{A}}{t_n - t_1}$  (c'est la valeur d'un courant continu constant qui transporterait dans le même intervalle de temps la même quantité d'électricité  $I = \frac{Q}{t_n - t_1}$ ).

L'aire  $\mathcal{A}$  est considérée comme une mesure algébrique, les éléments d'aire du côté  $i$  positif sont comptés positivement et du côté  $i$  négatif comptés négativement.

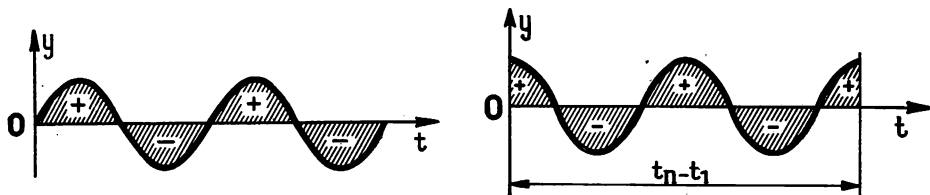
L'expression  $I_{\text{moy.}} \times MN = \mathcal{A}$  dans laquelle  $MN$  mesure l'intervalle total de temps ( $t_1, t_n$ ) montre que la valeur  $I_{\text{moy.}}$  mesure la largeur du rectangle de longueur  $MN$  d'aire équivalente à  $\mathcal{A}$  (rectangle  $MNM'N'$ ).

Nous pouvons généraliser ces résultats à une fonction quelconque  $y = f(t)$ .

$Y_{\text{moy.}} = \frac{\Sigma y \Delta t}{t_n - t_1}$  dans l'intervalle de temps ( $t_1, t_n$ ).

### b. Cas d'une fonction sinusoïdale.

$y = a \sin \omega t$ , pour une période ou un nombre entier de périodes la valeur moyenne de cette fonction est nulle, l'aire  $\mathcal{A}$  comprenant autant de parties positives que de parties négatives.

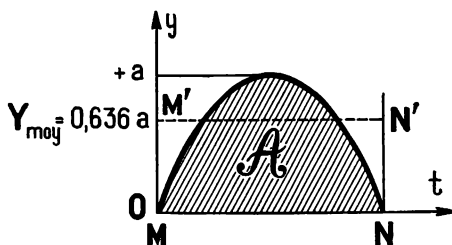


Pour un grand nombre de périodes, même si la première ou la dernière sont incomplètes, on peut considérer que la valeur moyenne de la fonction est pratiquement nulle, la valeur algébrique de  $\mathcal{A}$  restant faible pour un intervalle de temps qui peut être très grand.

Pour une alternance de signe constant (positive par exemple) on démontre que  $Y_{\text{moy.}} = a \times \frac{2}{\pi} \simeq 0,636 a$ , où  $a$  est l'amplitude ou la valeur maximum de la fonction.

Ainsi la valeur moyenne d'un courant sinusoïdal de valeur  $I_{\text{max.}} = 2,8 \text{ A}$  est

$$I_{\text{moy.}} = 2,8 \times 0,636 = 1,78 \text{ A.}$$



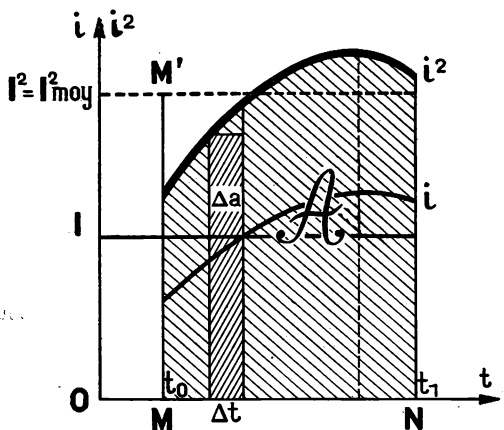
### Remarques.

On peut vérifier approximativement ce résultat en évaluant l'aire  $\mathcal{A}$  découpée dans une feuille homogène d'épaisseur constante et pesée (connaissant le poids de l'unité de surface de la feuille).

## 7. — GRANDEURS EFFICACES

### a. Définition.

Certains phénomènes dépendent du carré d'une grandeur par exemple : l'effet thermique du courant, l'attraction d'une pièce de fer doux par un électroaimant, l'effet électrodynamique s'exerçant entre deux conducteurs parcourus par le même courant  $i$ , dépendent de  $i^2$ .



Pendant un intervalle de temps très court  $\Delta t$ , pendant lequel le courant peut être considéré constant et de valeur  $i_1$ , l'énergie thermique élémentaire mise en jeu est

$$\Delta W = Ri_1^2 \Delta t \text{ joules.}$$

Pendant un intervalle de temps notable de  $t_0$  à  $t_1$ , l'énergie thermique mise en jeu est  $W = \Sigma Ri^2 \Delta t$ , somme de ces éléments d'énergie.

Si la résistance  $R$  reste constante (elle est en facteur dans tous les termes de cette somme), l'énergie thermique est  $W = R \Sigma i^2 \Delta t$ .

L'élément  $i^2 \Delta t$  est représenté sur le graphique par l'élément d'aire  $\Delta a$ , et  $\Sigma i^2 \Delta t$  est représentée par la somme  $\Sigma \Delta a$  de tous ces éléments d'aire, compris entre l'axe des temps et la courbe  $i^2$  dans l'intervalle  $t_0 t_1$ , mesuré par MN.  $\Sigma \Delta a = \mathcal{A}$  aire totale comprise entre ces limites.

L'énergie thermique est donc mesurée par  $W = R \times \mathcal{A}$ .

Un courant constant  $I$  tel que  $I^2 \times MN = \mathcal{A}$  dégagerait la même énergie thermique dans la résistance  $R$  pendant le même temps.

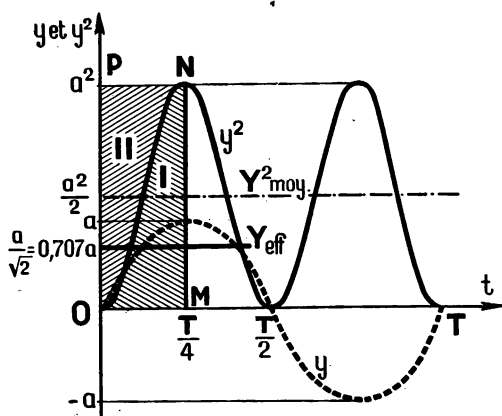
Cette valeur  $I$  est par définition la **valeur efficace du courant**  $i$  variable. D'autre part  $I^2$  est la largeur du rectangle de longueur MN et d'aire équivalente à  $\mathcal{A}$ ,  $I^2$  est donc la **valeur moyenne de la fonction  $i^2$** .

Nous pouvons en conclure la définition de la valeur efficace d'un courant  $i$  ou d'une fonction quelconque  $y$ , **valeur efficace  $Y = \sqrt{\text{valeur moyenne de } y^2}$**

**b. Cas particulier, Valeur efficace d'une fonction sinusoïdale** (courant tension, induction magnétique, flux magnétique...)

$y = a \sin \omega t$  est une sinusoïde, de période  $T$  de fréquence  $f$ .

On démontre (et on peut contrôler par construction) que  $y^2 = a^2 \sin^2 \omega t$  est une sinusoïde de fréquence  $2f$  dont l'axe a pour ordonnée  $\frac{a^2}{2}$ .



Dans l'intervalle  $0, \frac{T}{4}$ , par raison de symétrie aire I = aire II  
 $= \frac{1}{2}$  aire du rectangle OMNP  
 $= \frac{1}{2} a^2 \times \frac{T}{4}$ .

La valeur moyenne de  $y^2$  dans cet intervalle est donc  $\frac{a^2}{2}$

la valeur efficace de  $y$  est donc

$$Y = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}},$$

$a$  est l'amplitude de  $y$  c'est-à-dire la valeur  $Y_{\max}$ .

$$Y = \frac{Y_{\max}}{\sqrt{2}} = Y_{\max} \times 0,707.$$



## Exemples.

Les appareils de mesure fournissent les valeurs efficaces d'une tension  $U = 127 \text{ V}$  et d'un courant  $I = 2 \text{ A}$ , les valeurs maximums mesurées sur l'écran de l'oscilloscope sont  $U_{\text{max.}} = 127 \times \sqrt{2} = 180 \text{ V}$  et  $I_{\text{max.}} = 2 \times \sqrt{2} = 2,8 \text{ A}$ .

## Remarques.

1. Les résultats précédents s'appliquent à toute fonction de la forme  $y_1 = a \sin \omega t$  ou  $y_2 = a \sin(\omega t + \varphi)$ ,  $y_1$  et  $y_2$  ont même forme,  $y_2$  ne diffère de  $y_1$  que par un déphasage  $\varphi$ , c'est-à-dire un décalage dans le temps  $\theta = \frac{\varphi}{\omega}$  secondes.

2. Ne pas confondre les diverses expressions.

$y$  valeur instantanée fonction du temps.

$Y_{\text{max.}}$  amplitude ou valeur maximum de la fonction  $y$ .

$Y$  valeur efficace de la fonction  $y$ ,  $Y = \frac{Y_{\text{max.}}}{\sqrt{2}}$ .

$Y_{\text{moy.}}$  valeur moyenne de la fonction  $y$ ,  $Y_{\text{moy.}} = \frac{Y_{\text{max.}}}{\frac{\pi}{2}}$ .

( $Y$  et  $Y_{\text{moy.}}$  sont définies pour un intervalle de temps déterminé).

## EXERCICES

### 1. — Mouvements sinusoidaux sur un même axe.

1° Construire sur un même graphique les courbes représentatives des fonctions  $y_1 = a \sin \omega t$  et  $y_2 = b \sin(\omega t + \varphi)$ , représentant deux mouvements sur l'axe  $oy$ .

On donne  $a = 4 \text{ cm}$   $\left\{ \begin{array}{l} \omega = \frac{\pi}{4} \text{ radian/seconde, } \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ radian.} \\ b = 5 \text{ cm} \end{array} \right.$

Porter en ordonnée  $y$  en vraie grandeur et en abscisse le temps  $t$ , 2 cm pour 1 seconde ; graduer aussi l'axe des abscisses en angles évalués en radians décrits à partir de l'origine.

2° Préciser les grandeurs : période, fréquence, amplitude, de chaque mouvement ainsi que le déphasage angulaire et le décalage dans le temps de ces deux mouvements.

3° Résoudre graphiquement les deux questions réciproques.

a. à un instant donné  $t$  par exemple 2,5 secondes, quelle est la position de chaque mobile et la direction de son mouvement ?

b. pour une position donnée par exemple  $y = -3 \text{ cm}$ , quels sont les instants de passage de chacun de ces deux mobiles ?

### 2. — Valeur moyenne d'une fonction du temps dans un intervalle donné.

Déterminer la valeur moyenne d'une fonction du temps  $y = f(t)$  dans l'intervalle  $\Delta t$  de  $t_0 = 0$  à  $t_1 = 10$  secondes dans les cas suivants :

1°  $y_1$  est représentée par une courbe en crêteaux :

$y_1$  est nulle dans les intervalles, de  $t = 0$  à  $t = 2 \text{ s}$ , et de  $t = 5 \text{ s}$  à  $t = 7 \text{ s}$ ,

$y_1 = \text{Cte} = 6$  unités dans les intervalles de  $t = 2 \text{ s}$  à  $t = 5 \text{ s}$  et de  $t = 7 \text{ s}$  à  $t = 10 \text{ s}$ .

2°  $y_2$  est représentée par une courbe en triangle, croissant linéairement depuis l'origine jusqu'à la valeur  $y_{2\text{max.}} = 6$  unités pour  $t = 5 \text{ s}$  et ensuite décroissant linéairement pour reprendre la valeur  $y_2 = 0$  pour  $t = 10 \text{ s}$ .

3°  $y_3$  est représentée par une arche de sinuséide :

$y_3 = 0$  pour  $t = 0$  et  $t = 10$  s,  $y_{3\text{max.}} = 6$  unités pour  $t = 5$  s.

Réponses :  $Y_{1\text{moy.}} = 3,6$  ;  $Y_{2\text{moy.}} = 3$  ;  $Y_{3\text{moy.}} = 3,8$ .

3. — Valeur efficace d'une fonction du temps dans un intervalle donné.

Déterminer la valeur efficace des fonctions  $y_1$  et  $y_3$ , définies dans l'exercice précédent pour le même intervalle de temps de  $t = 0$  à  $t = 10$  s.

Réponses :  $Y_{1\text{eff.}} = 4,65$ ,  $Y_{3\text{eff.}} = 4,24$ .

4. — Convention de Fresnel.

Figurer sur un même graphique les vecteurs représentatifs des fonctions suivantes :

$$y_1 = 6 \sin \omega t ;$$

$$y_2 = 10 \cos \omega t ;$$

$$y_3 = 8 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) ;$$

$$y_4 = 4 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) ;$$

$$y_5 = 10 \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) ;$$

$$y_6 = 4 \sin \left( \omega t + \frac{5\pi}{6} \right) ;$$

Parmi ces différentes fonctions, préciser celles qui sont en quadrature, celles qui sont en opposition, et celles qui sont directement opposées.

5. — Fréquences.

La fréquence  $f$  d'une tension sinuséide,  $u = U_{\text{max.}} \sin \omega t$ , est *a priori* arbitraire : elle dépend du générateur (alternateur à nombre de pôles plus ou moins grand, tournant plus ou moins vite, ou générateur à tubes électroniques).

a. Pour les emplois industriels (possibilité d'interconnexion des réseaux), une normalisation s'est avérée nécessaire, pour le réseau français, la fréquence normale est  $f = 50$  Hz. Il existe d'autres fréquences employées, soit à l'étranger,  $f = 60$  Hz en Amérique, soit en France pour certains usages particuliers :  $f = 16 \frac{2}{3}$  et  $f = 25$

pour certains réseaux de traction,  $f = 400$  Hz pour le matériel aéronautique.

Exprimer la pulsation  $\omega$  d'une tension pour les diverses fréquences citées.

Calculer, pour ces diverses fréquences, le décalage  $\theta$ s, dans le temps, de deux tensions en quadrature.

b. Les télétransmissions : radiotéléphonie, télévision, radar... utilisent des vibrations électromagnétiques sinuséides (de fréquence très élevée) qui se propagent dans l'espace avec une vitesse  $V$  voisine de 300 000 km/s.

On appelle longueur d'onde de ces vibrations le produit  $\lambda = V \times T$  où  $T$  secondes est la période de ces phénomènes vibratoires. Déterminer la fréquence des émissions de longueur d'onde 300 m, 3 m et 3 cm.

Réponses : a.  $f = 50$  Hz     $\omega = 314$  rad/s     $\theta = 0,005$  s  
 $f = 60$  Hz     $\omega = 377$  rad/s     $\theta = 0,0042$  s  
 $f = 16,66$  Hz     $\omega = 104,6$  rad/s     $\theta = 0,015$  s  
 $f = 25$  Hz     $\omega = 157$  rad/s     $\theta = 0,01$  s  
 $f = 400$  Hz     $\omega = 2\,512$  rad/s     $\theta = 0,000625$  s

b. 10<sup>6</sup>Hz ou 1 mégahertz, 100 mégahertz, 10 000 mégahertz.



## 8. — Lois du courant alternatif

### I. — LOIS GÉNÉRALES.

#### I. — PRINCIPE GÉNÉRAL

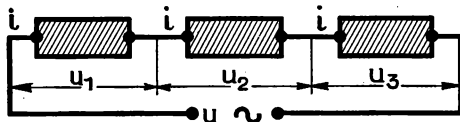
Au cours de l'étude de la valeur moyenne et de la valeur efficace d'un courant variable  $i$  nous avons considéré comme constante, à un instant donné, pendant un intervalle de temps  $\Delta t$  très court, la valeur instantanée  $i$  du courant.

Cette approximation est légitime car elle permet des calculs dont les résultats sont contrôlés par l'expérience ; nous pourrons l'appliquer à différentes grandeurs fonctions du temps, en particulier tension  $u$ , flux magnétique  $\Phi$  ... et utiliser ainsi des résultats établis en courant continu.

#### 2. — LOIS FONDAMENTALES

##### a. Éléments récepteurs ou générateurs en série

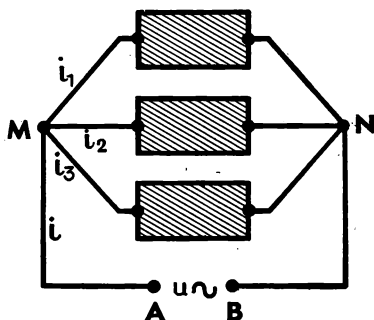
- 1° A tout instant, la valeur instantanée  $i$  du courant est la même en tout point du circuit (tome I, page 27).



- 2° A tout instant, la valeur instantanée  $u$  de la tension aux bornes de l'ensemble est la somme algébrique des valeurs instantanées  $u_1$ ,  $u_2$ , ... tensions partielles aux bornes des divers éléments en série (tome I, page 37).

**b. Éléments récepteurs ou générateurs en dérivation entre deux points M et N.**

— 1° A tout instant chaque élément présente la même tension instantanée  $u$  entre ses bornes M et N.



— 2° A tout instant la valeur instantanée du courant  $i$  dans le circuit principal AM et NB est la somme algébrique des valeurs instantanées des courants  $i_1, i_2, \dots$  dans les diverses dérivation entre M et N.

Ces lois peuvent être contrôlées à l'aide d'un oscilloscope permettant, grâce à un commutateur spécial, de figurer simultanément sur l'écran divers courants ou diverses tensions.

**3. — SOMME OU DIFFÉRENCE**

**a. Deux fonctions sinusoïdales de même fréquence.**

L'étude générale d'un circuit nous conduira donc à effectuer des sommes algébriques de valeurs instantanées de tensions ou de courants.

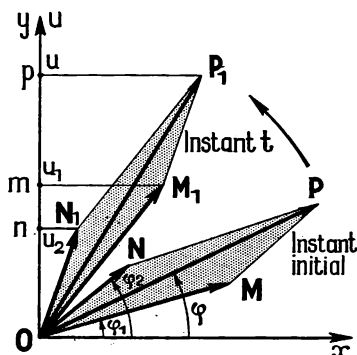
Par exemple :

$$u_1 = U_{1\max} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$u_2 = U_{2\max} \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$u = u_1 + u_2$ , sous cette forme l'opération est compliquée.

Une méthode simple, déduite de la convention de Fresnel, utilise l'emploi des vecteurs tournants.



La fonction  $u_1$  est représentée par le vecteur  $\overrightarrow{OM}$ , la fonction  $u_2$  par le vecteur  $\overrightarrow{ON}$ .

Ces fonctions ayant même fréquence, les vecteurs  $\overrightarrow{OM}$  et  $\overrightarrow{ON}$  tournent à la même vitesse  $\omega$  et forment une figure indéformable OMN tournant à cette vitesse.

Le vecteur  $\overrightarrow{OP}$ , leur résultante géométrique, conserve même valeur et tourne à la même vitesse angulaire. Ce vecteur représente une tension fonction sinusoïdale  $u$  de même fréquence, qui a un instant donné  $t$  à la valeur

$$\overline{op} = \overline{om} + \overline{on}.$$

En effet la projection sur un axe de la somme géométrique de plusieurs vecteurs a pour mesure algébrique la somme algébrique des projections des vecteurs composants ;  $om$  et  $on$  sont précisément les valeurs à cet instant de  $u_1$  et de  $u_2$ , donc  $u = u_1 + u_2$ .

La somme cherchée est donc représentée par le vecteur  $\overrightarrow{OP}$ . C'est une fonction sinusoïdale de même fréquence que  $u_1$  et  $u_2$ , elle est de la forme

$$u = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi),$$

— son amplitude est la mesure de  $\overrightarrow{OP}$  et sa phase initiale  $\varphi$  est définie par

$$\varphi = \widehat{ox, \overrightarrow{OP}}.$$

Cette construction géométrique définit complètement la somme de deux fonctions sinusoïdales (tensions ou courants).

La mesure directe sur un graphique à échelle convenable, fournit la solution du problème (avec l'approximation du tracé et des mesures).

— Les valeurs des tensions (ou des courants), lues sur les appareils de mesure, sont des valeurs efficaces.

On remplace pratiquement dans la construction précédente les valeurs maximums par les valeurs efficaces, le diagramme conserve la même forme (homothétie ou changement d'échelle).

**b. Cette construction permet un calcul de grandeurs :**

soit en utilisant les relations dans le triangle OMP,

soit en utilisant le théorème des projections :

— projections sur  $ox$

$$U_x = U_{1x} + U_{2x}$$

en valeurs algébriques,

— projections sur  $oy$

$$U_y = U_{1y} + U_{2y}$$

en valeurs algébriques,

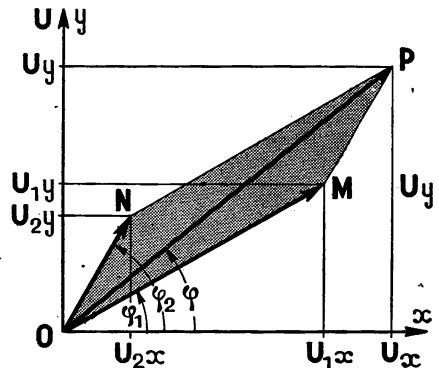
et  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_y}{U_x}$  ou  $\cos \varphi = \frac{U_x}{U}$  et

$\sin \varphi = \frac{U_y}{U}$  en valeurs algébriques,

d'où  $U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$

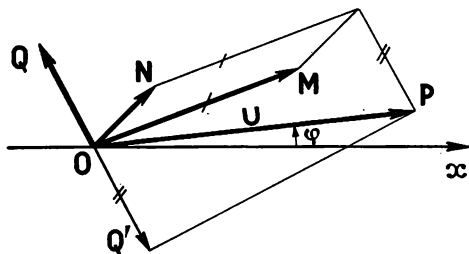
ou mieux  $U = \frac{U_x}{\cos \varphi} = \frac{U_y}{\sin \varphi}$

en utilisant la règle à calculs.



### c. Généralisation.

Cette méthode se généralise à des sommes ou différences d'un nombre quelconque de fonctions sinusoïdales de même fréquence.



#### Exemple.

$$u = u_1 + u_2 - u_3$$

$u$  est sinusoïdale, de même fréquence, représentée par

$$\vec{OP} = \vec{OM} + \vec{ON} - \vec{OQ}$$

dans laquelle  $-\vec{OQ}$  peut se remplacer par  $+\vec{OQ'}$  ( $\vec{OQ'}$  directement opposé à  $\vec{OQ}$ ). Cette méthode est analogue à celle de la composition géométrique des forces concourantes.

Le vecteur  $\vec{OP}$  définit l'amplitude ou la valeur efficace et la phase initiale  $\varphi$  de la fonction

$$u = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi).$$

#### Remarque.

En courant continu la valeur d'une tension ou d'un courant par exemple lue sur un voltmètre ou un ampèremètre, est suffisante pour déterminer cette grandeur ; en courant alternatif il est nécessaire de préciser en outre la phase initiale de cette tension ou de ce courant.

## II. — LOIS DES RÉCEPTEURS SIMPLES

### I. — CAS D'UNE RÉSISTANCE PURE

Nous appellerons résistance pure tout élément de circuit ne comportant ni inductance, ni capacité, ni force électromotrice appréciable.

Soit par exemple un rhéostat de résistance  $R = 50 \, \Omega$ , supposée constante (indépendante de la température).

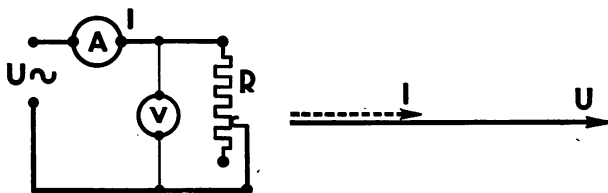
Alimentons cette résistance par le réseau de distribution 127 V-50 Hz, l'ampèremètre indique environ 2,5 A.

*La valeur efficace du courant alternatif est égale à la valeur du courant continu, qui traverserait cette résistance sous la tension continue 127 V ( $\frac{127}{50} = 2,5\dots$ ).*

Nous avons contrôlé avec l'oscilloscope que le *courant alternatif est sinusoïdal, de même fréquence que la tension.*

D'autre part, pendant tout intervalle de temps  $\Delta t$  suffisamment petit pour qu'on puisse considérer la tension  $u$  constante, nous pouvons appliquer la loi du courant continu  $i = \frac{u}{R}$ , (relation entre valeurs instantanées).

Si  $u = U_{\max.} \sin \omega t$  on a  $i = \frac{U_{\max.}}{R} \sin \omega t$  :



— le courant  $i$  est en phase avec la tension  $U$ ,

$\frac{U_{\max.}}{R}$  est la valeur  $I_{\max.}$ , amplitude du courant, et nous pouvons écrire

entre valeurs efficaces (en divisant  $U_{\max.}$  et  $I_{\max.}$  par  $\sqrt{2}$ ),

$$I = \frac{U}{R}$$

### Application.

Relions les bornes d'un shunt, de résistance constante  $r$ , aux bornes de déviation verticale d'un oscilloscope cathodique. Nous obtenons, avec balayage horizontal uniforme, la courbe de la tension  $u_s$  aux bornes du shunt en fonction du temps.

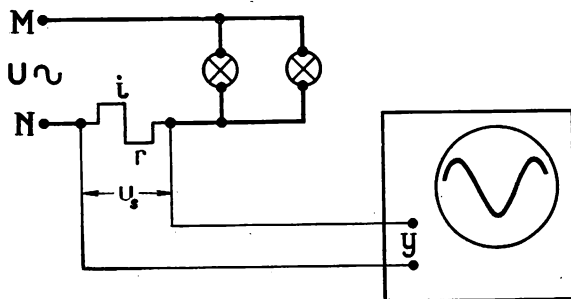
Le courant dans le shunt

est  $i = \frac{u_s}{r}$ , il a même forme

et est en phase avec la tension  $u_s$ .

La courbe  $u_s$  représente donc aussi, à échelle différente, la courbe  $i$  du courant dans le shunt.

Nous utiliserons cet artifice pour obtenir la courbe  $i$  sur l'écran de l'oscilloscope.



A l'aide d'un commutateur mécanique ou électronique on peut obtenir simultanément sur l'écran les deux courbes  $u$  et  $i$  ( $u$  tension entretenue par la source aux bornes d'un récepteur,  $i$  courant dans ce récepteur).

Dans le cas où le récepteur est une résistance pure, elles sont en phase, et toute variation de l'amplitude de  $u$  entraîne une variation proportionnelle de  $i$ , ce qui met en évidence les propriétés d'un tel circuit.

## 2. — CAS D'UN CIRCUIT INDUCTIF

### a. Expérience.

Une bobine alimentée par une source de courant continu de tension constante  $U = 24 \text{ V}$

absorbe un courant de  $2 \text{ A}$ .

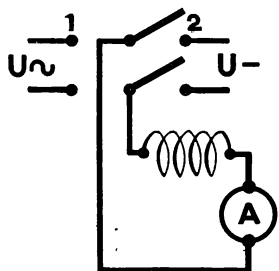
Aux bornes d'une source de courant alternatif, de tension sinusoïdale  $U = 24 \text{ V}$ , la même bobine absorbe un courant  $I = 0,5 \text{ A}$ .

*La première expérience définit la résistance de la bobine*

$$R = \frac{U}{I} = \frac{24}{2} = 12 \Omega.$$

*Par analogie la seconde expérience définit une grandeur  $Z = \frac{U}{I} = \frac{24}{0,5} = 48 \Omega$ . appelée impédance de la bobine, dans ces conditions d'alimentation.*

Pour simplifier l'étude, nous examinerons le cas d'une *inductance pure*.

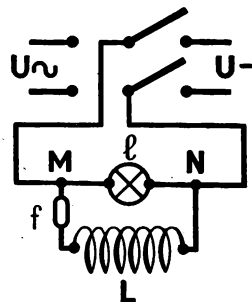


### b. Cas d'une inductance pure.

Nous appellerons inductance pure (voir tome I, page 176), une bobine de grande inductance  $L$  et de très faible résistance  $R$  (nombreuses spires de fil de cuivre de très forte section).

#### 1° Effet d'une inductance.

Aux bornes M et N d'une lampe témoin  $l$  (contrôle de l'existence de la tension) nous plaçons une bobine  $L$  (répondant aux conditions précédentes), en série avec un fusible  $f$ .





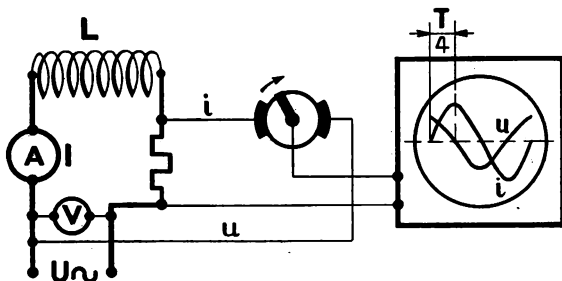
Un commutateur permet d'utiliser :

- une tension continue constante  $U_1 = 127$  V, dans ce cas la lampe s'allume et le fusible fond, coupant le circuit de la bobine,
- une tension sinusoïdale, de valeur efficace  $U_2 = 127$  V- 50 Hz, la lampe s'allume et le fusible ne fond pas.

*Dans le même circuit MLN, de grande inductance, une tension continue  $U$  crée un courant très intense, alors qu'une tension alternative, de même valeur efficace, crée un courant beaucoup plus faible.*

## 2° Forme du courant.

Nous pouvons obtenir simultanément sur l'écran de l'oscilloscope cathodique les courbes de la tension  $u$  et du courant  $i$  en fonction du temps, (à l'aide d'un commutateur schématisé ci-dessous).



Pour une tension sinusoïdale  $u$  le courant  $i$  est sinusoïdal, de même fréquence, mais le courant présente avec la tension le déphasage  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  en arrière, et le décalage dans le temps de  $\frac{T}{4}$  en retard : le courant est en quadrature arrière avec la tension.

## 3° Mesures.

A l'aide du montage ci-dessus nous pouvons vérifier les propriétés suivantes :

- Des tensions sinusoïdales, de même fréquence, appliquées aux bornes d'une inductance pure, créent des courants de valeurs efficaces  $I$  proportionnelles aux valeurs efficaces  $U$  de ces tensions.
- Une tension sinusoïdale, de valeur  $U$  constante, et de fréquence constante appliquée successivement aux bornes d'inductances différentes  $L$ , crée des courants  $I$  inversement proportionnels aux valeurs  $L$  des inductances.
- Des tensions sinusoïdales, de même valeur efficace  $U$ , mais de fréquences  $f$  différentes, appliquées successivement aux bornes d'une inductance  $y$  créent des courants de valeurs  $I$ , inversement proportionnelles aux fréquences  $f$  (ou aux pulsations  $\omega = 2 \pi f$ ) de ces tensions.

### Conséquence.

Dans une inductance pure  $L$ , alimentée sous tension sinusoïdale  $U$  de pulsation  $\omega$ , la valeur  $I$  du courant peut s'exprimer par  $I = k \frac{U}{L\omega}$  (où  $k$  est une constante de proportionnalité) on prend  $k = 1$  avec les unités suivantes :

$I$  en ampères,  $U$  en volts,  $L$  en henrys,  $\omega$  en radians par seconde.

Dans ces conditions

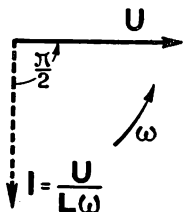
$$I = \frac{U}{L\omega}$$

L'expression  $L\omega$ , qui intervient dans cette relation comme une résistance, est appelée *réactance  $X$  de l'inductance* et se mesure en ohms.

### Nota.

*La réactance d'une bobine n'est pas une constante de l'élément de circuit, elle dépend de la pulsation  $\omega$  de la tension d'alimentation.*

La relation  $U = L\omega I$  entre valeurs efficaces entraîne  $U_{\max.} = L\omega I_{\max.}$  entre valeurs maximums.



D'autre part, si  $u = U_{\max.} \sin \omega t$  ( $\vec{U}$  pris comme origine des phases), on a compte tenu du déphasage de

$$i \text{ sur } u, \quad i = I_{\max.} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

### c. Étude théorique.

Nous avons vu (tome I, page 175) qu'un circuit inductif est le siège d'une force électromotrice d'autoinduction (loi de Lenz).

Le phénomène d'autoinduction n'intervient en courant continu qu'au cours de l'établissement et de la disparition du courant ; *en courant alternatif l'effet d'inductance est permanent puisque le courant  $i$  varie sans interruption.*

Considérons, entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , l'intervalle de temps  $dt$  infiniment petit où la tension a la valeur  $u$ .

Appliquons la loi d'Ohm à l'inductance, considérée comme un récepteur présentant la force contre-électromotrice  $e'$  d'autoinduction,  $u + e' = RI$  ( $u$  et  $e'$  sont des valeurs algébriques de signes contraires).

Dans le cas d'une inductance pure  $R = 0$ , donc  $u = -e'$ .

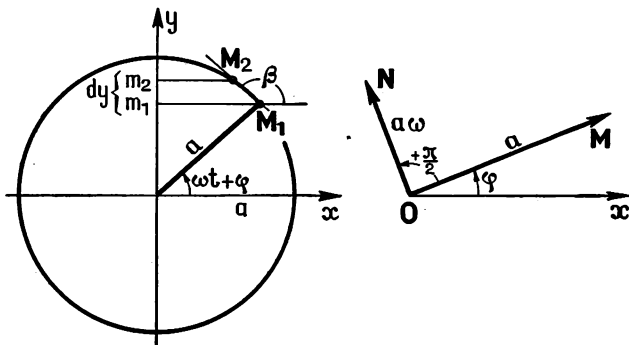
Nous avons exprimé  $e' = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$  (tome I, page 176). Nous obtenons la relation  $u = L\frac{di}{dt}$ , entre valeurs instantanées, dans laquelle : l'inductance  $L$  est une constante,  $\frac{di}{dt}$ , quotient de la variation infiniment petite  $di$  du courant par l'intervalle de temps  $dt$ , est la *vitesse de variation du courant* à l'instant  $t$  considéré.

La tension d'alimentation est de la forme  $u = U_{\max} \sin \omega t$  ; nous avons contrôlé que le *courant  $i$  est une fonction sinusoïdale du temps* de pulsation  $\omega$ , de la forme  $i = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$ , relation dans laquelle  $I_{\max}$  et  $\varphi$  sont à déterminer.

Étudions, d'une manière générale, la vitesse de variation  $v = \frac{dy}{dt}$  d'une fonction sinusoïdale  $y = a \sin(\omega t + \varphi)$ .

Pour cela utilisons l'interprétation cinématique, mouvement sinusoïdal du point  $m$ , projection sur  $oy$  de l'extrémité du vecteur tournant  $\overrightarrow{OM}$  représentant la fonction.

A l'instant  $t$ ,  $M$  est en  $M_1$ , et  $m$  en  $m_1$  à l'instant très voisin  $t + dt$ ,  $M$  est en  $M_2$  et  $m$  en  $m_2$ ,  $\overline{m_1m_2} = dy =$  projection sur  $oy$  du petit arc  $M_1M_2$ .



Cet arc  $M_2M_1 = a \times \omega dt$  peut être assimilé à une portion de tangente et fait avec  $ox$  l'angle  $\beta = \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ , par suite  $\overline{m_1m_2} = dy = M_1M_2 \sin \beta$  et  $dy = a\omega dt \times \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ .

La vitesse de variation cherchée est  $v = \frac{dy}{dt} = a\omega \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ . C'est une fonction sinusoïdale de même fréquence que  $y$ , d'amplitude  $a \times \omega$ , et en quadrature avance sur la fonction  $y$ .

Si  $y$  est représentée par le vecteur tournant  $\overrightarrow{OM}$ , on obtient le vecteur  $\overrightarrow{ON}$  représentatif de  $v = \frac{dy}{dt}$ .

1. — en multipliant la longueur  $OM = a$  par  $\omega$

2. — en faisant tourner de  $+\frac{\pi}{2}$  le vecteur obtenu.

Appliquons ce résultat à  $i = I_{\max.} \sin(\omega t + \varphi)$

$$\frac{di}{dt} = I_{\max.} \times \omega \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Compte tenu des relations  $u = U_{\max.} \sin \omega t = L \frac{di}{dt}$  on en déduit

$$U_{\max.} \sin \omega t = LI_{\max.} \omega \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

et par identification  $U_{\max.} = L\omega I_{\max.}$  et  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ .

En valeurs efficaces on a  $U = L\omega I$ , relation que nous avons déduite de l'expérience.

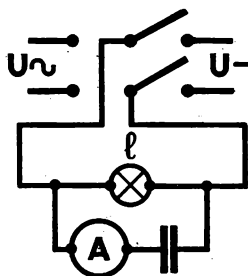
#### Remarques.

L'expression  $\frac{dy}{dt}$ , vitesse de variation de la fonction du temps  $y$ , est appelée *dérivée de la fonction  $y$  par rapport au temps* et se désigne par  $y' = \frac{dy}{dt}$  (quelle que soit la forme de la fonction  $y$ ) ; par exemple :  $\frac{d\Phi}{dt}$  est la dérivée du flux par rapport au temps.

La dérivée de  $y$  est elle-même une fonction du temps, elle admet à son tour une dérivée  $y'' = \frac{dy'}{dt}$  qui se déduit à partir de  $y'$  de la même manière...

### 3. — CAS D'UNE CAPACITÉ

#### a. Expérience.



Aux bornes d'une lampe témoin  $l$  (contrôle de la tension), nous disposons un condensateur  $C$  en série avec un ampèremètre sensible, par exemple électrodynamique, utilisable en courant continu et en courant alternatif.

Un commutateur permet d'établir soit la tension continue  $U = 127$  V, soit la tension sinusoïdale  $U = 127$  V, 50 Hz.

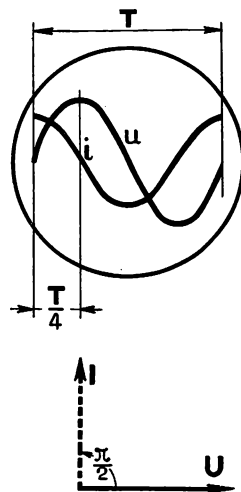
- a) En utilisant la tension continue la lampe brille et l'ampèremètre accuse une déviation de courte durée et revient au zéro : il indique le courant temporaire de charge du condensateur.
- b) En utilisant la tension alternative la lampe brille, et l'ampèremètre accuse une déviation permanente indiquant un courant de valeur efficace  $I$ .

*En dehors de la période de charge (ou de décharge) le condensateur arrête le courant continu, par contre il « laisse passer » de façon permanente un courant alternatif.*

### b. Forme du courant.

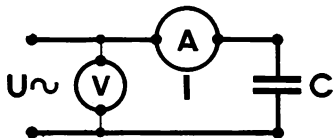
Nous pouvons obtenir sur l'écran de l'oscilloscope les courbes de la tension  $u$  et du courant  $i$  en fonction du temps.

*Pour une tension sinusoïdale  $u$  le courant  $i$  est lui-même sinusoïdal, il présente avec la tension le déphasage  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  radians en avant, soit le décalage dans le temps de  $\frac{T}{4}$  secondes en avance.*



### c. Mesures.

A l'aide du montage ci-contre, nous pouvons vérifier les propriétés suivantes :



- a) Des tensions sinusoïdales de même fréquence, appliquées aux bornes d'une capacité, créent des courants de valeurs efficaces  $I$  proportionnelles aux valeurs efficaces  $U$  de ces tensions.
- b) Une tension sinusoïdale de valeur  $U$  constante et de fréquence constante, appliquée successivement aux bornes de différents condensateurs, crée des courants  $I$  proportionnels aux capacités de ces condensateurs.

- c) Des tensions sinusoïdales, de même valeur  $U$ , mais de fréquences  $f$  différentes, appliquées aux bornes d'une capacité constante  $C$ , créent des courants  $I$  proportionnels à ces fréquences  $f$  (ou aux pulsations  $\omega$ ).

### Conséquence :

Dans un circuit de résistance négligeable comportant seulement une capacité  $C$ , alimentée sous tension sinusoïdale de valeur  $U$ , de pulsation  $\omega$ , la valeur  $I$  du courant peut s'exprimer par  $I = kUC\omega$  ( $k$ , constante de proportionnalité), on prend  $k = 1$  pour les unités suivantes :

$I$  en ampères,  $U$  en volts,  $C$  en farads et  $\omega$  en radians par seconde.

Avec ces unités

$$U = \frac{1}{C\omega} \times I$$

relation entre valeurs efficaces, et  $U_{\max.} = \frac{1}{C\omega} I_{\max.}$  entre valeurs maximums.

La quantité  $\frac{1}{C\omega}$  qui intervient dans cette relation (rôle analogue à  $R$  et à  $L\omega$ ) est appelée *réactance  $X$  de la capacité et se mesure en ohms*.

Pour une tension sinusoïdale  $u = U_{\max.} \sin \omega t$  aux bornes du condensateur, la valeur instantanée du courant est  $i = I_{\max.} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ .

*Pour une tension sinusoïdale de valeur  $U$ , un condensateur « laisse passer » d'autant mieux le courant alternatif, que sa capacité est plus grande et que la fréquence de la tension est plus élevée.*

### Remarques.

- 1° A chaque alternance de la tension le condensateur se charge et se décharge, à l'alternance suivante il prend une charge de sens inverse et se décharge à nouveau.

Pour une durée totale de une période, il passe dans le conducteur reliant le condensateur à la source 4  $Q_{\max.} = 4 C \times U_{\max.}$

La valeur moyenne du courant considéré en valeur absolue est

$$I_{\text{moy.}} = \frac{4 CU_{\max.}}{T} = \frac{2}{\pi} C\omega U_{\max.} \quad \text{ou} \quad I_{\max.} = I_{\text{moy.}} \frac{\pi}{2} = C\omega U_{\max.}$$

Nous établissons ainsi la relation  $U_{\max.} = I_{\max.} \times \frac{1}{C\omega}$ .

- 2° La charge d'un condensateur est sensiblement maximum en même temps que la tension, à partir de l'instant où  $u$  diminue la décharge commence, c'est-à-dire que le courant  $i$  change de sens (ou de signe) ; ceci montre que le courant  $i$  est en quadrature avant sur la tension  $u$  (voir sinusoïdes, tension et courant).

### III. — ÉLÉMENTS EN SÉRIE

#### 1. — TENSIONS

Considérons un circuit alimenté sous la tension sinusoïdale  $u$  (celle du réseau de distribution) et comprenant, montés en série, une résistance  $R$ , une inductance pure  $L$  et un condensateur de capacité  $C$ .

Nous pouvons à l'aide d'un oscilloscope cathodique contrôler sur ce montage les résultats suivants :

- Le courant  $i$  est le même en tout point du circuit, il est sinusoïdal, et de même fréquence que  $u$ .
- Chacune des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  aux bornes des trois récepteurs est sinusoïdale, de même fréquence que la tension d'alimentation  $u$ .

Cette tension  $u$  est la somme algébrique des tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

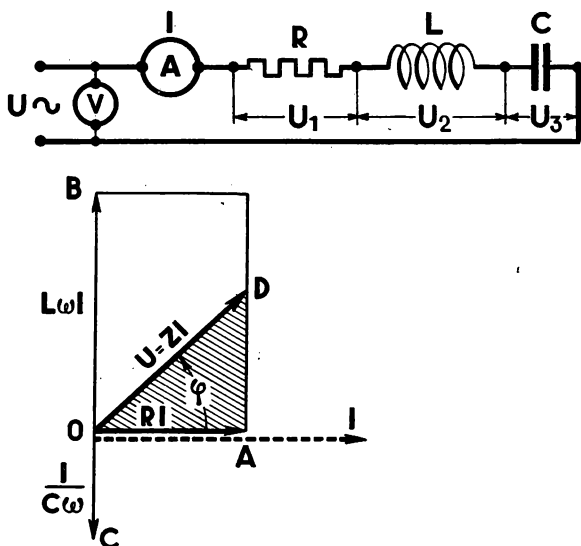
#### 2. — CONSÉQUENCE

La construction de Fresnel est applicable à ces tensions, c'est-à-dire

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3.$$

Le courant  $i$  étant commun aux trois éléments du circuit, nous pouvons le considérer provisoirement comme grandeur de référence, et prendre comme origine des phases le vecteur  $\vec{I}$  qui représente ce courant.

— La tension  $u_1$  aux bornes de la résistance  $R$  est en phase avec le courant  $i$ , cette tension est représentée par  $\vec{U}_1$  dont la mesure est  $OA = I \times R$ .



- La tension  $u_2$  aux bornes de l'inductance pure  $L$  est en quadrature avant avec le courant  $i$ , cette tension est représentée par le vecteur  $\vec{U}_2$  dont la mesure est  $OB = I \times L\omega$ .
- La tension  $u_3$  aux bornes de la capacité  $C$  est en quadrature arrière avec le courant  $i$ , cette tension est représentée par le vecteur  $\vec{U}_3$  dont la mesure est  $OC = I \times \frac{1}{C\omega}$ .
- La tension d'alimentation  $U$  est donc représentée par le vecteur  $\vec{U}$  résultante des trois vecteurs tensions partielles.

a. La mesure  $OD$  de ce vecteur est donnée dans le triangle rectangle  $OAD$  par la relation  $\overline{OD}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{OA}^2 + (OB - OC)^2$ ,

$$\text{soit} \quad U^2 = I^2 \times \left[ R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 \right],$$

$$\text{c'est-à-dire} \quad U = I \times \sqrt{R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}.$$

L'expression  $\sqrt{R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$  qui intervient dans cette relation, comme une résistance, est appelée *impédance*  $Z$  du circuit, elle se mesure en ohms.

$L\omega - \frac{1}{C\omega}$  est la *réactance totale*  $X$  du circuit ( $L\omega$  est la réactance de l'inductance  $L$  et  $\frac{1}{C\omega}$  est la réactance de la capacité  $C$ ).

b. Le *déphasage*  $\varphi$  de la tension sur le courant est donné dans le triangle  $OAD$ ,

— soit par  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{AD}{OA} = \frac{XI}{RI} = \frac{X}{R}$  (qui précise la grandeur et le sens du déphasage).

— soit par  $\cos \varphi = \frac{OA}{OD} = \frac{RI}{ZI} = \frac{R}{Z}$  (qui ne précise pas le sens du déphasage, mais qui interviendra dans l'expression de la puissance).

#### Remarque.

Si  $X > 0$ , c'est-à-dire si  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ ,  $\varphi$  est positif, le courant est en retard sur la tension l'effet d'inductance est prédominant.

Si  $X < 0$ , c'est-à-dire si  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ ,  $\varphi$  est négatif, le courant est en avance sur la tension, l'effet de capacité est prédominant.



### 3. — GÉNÉRALISATION

Dans le cas où le circuit, alimenté sous la tension sinusoïdale  $u$ , présente, associées en série :

- plusieurs résistances,  $R, R', R'' \dots$  aux bornes desquelles les tensions sont  $u_1, u'_1, \dots$
- plusieurs inductances  $L, L', L'' \dots$  aux bornes desquelles les tensions sont  $u_2, u'_2, \dots$
- plusieurs capacités  $C, C', C'' \dots$  aux bornes desquelles les tensions sont  $u_3, u'_3, \dots$

Nous pouvons appliquer de la même façon, aux valeurs instantanées, la loi de la conservation du courant et la loi d'addition des tensions :

- a. **Le courant**  $i$ , sinusoïdal, de même fréquence que  $u$  et de valeur efficace  $I$ , est le même tout le long du circuit, est représenté par le vecteur  $\vec{I}$ .
- b. **Les tensions partielles**  $u_1, u'_1, \dots, u_2, u'_2, \dots, u_3, u'_3, \dots$  sont sinusoïdales de même fréquence que  $u$  ;

en valeurs instantanées on a

$$u = u_1 + u'_1 + \dots + u_2 + u'_2 + \dots + u_3 + u'_3 + \dots$$

Les vecteurs représentatifs de ces différentes fonctions sont liés par la relation :

$$\vec{U} = \text{somme géométrique } \vec{U}_1 + \vec{U}'_1 + \dots + \vec{U}_2 + \vec{U}'_2 + \dots + \vec{U}_3 + \vec{U}'_3 + \dots$$

La résultante est indépendante de l'ordre des composantes, donc l'ordre des éléments considérés dans le circuit n'intervient pas.

En remarquant que :

- toutes les tensions  $u_1, u'_1 \dots$  aux bornes des résistance pures sont en phase avec le courant, leurs valeurs efficaces s'ajoutent arithmétiquement ;
- toutes les tensions  $u_2, u'_2 \dots$  aux bornes des inductances pures sont en quadrature avant le courant, c'est-à-dire en phase entre elles, leurs valeurs efficaces s'ajoutent arithmétiquement ;
- toutes les tensions  $u_3, u'_3 \dots$  aux bornes des capacités sont en quadrature arrière avec le courant, c'est-à-dire en phase entre elles, leurs valeurs efficaces s'ajoutent arithmétiquement ;

sur le diagramme vectoriel

$$OA = (R + R' + \dots)I = I \times \Sigma R \quad (\text{somme des résistances})$$

$$OB = (L\omega + L'\omega + \dots)I = I \times \Sigma L\omega \quad (\text{somme des réactances d'inductance } x)$$

$$OC = \left( \frac{1}{C\omega} + \frac{1}{C'\omega} + \dots \right)I = I \times \Sigma \frac{1}{C\omega} \quad (\text{somme des réactances de capacité } x')$$

$$U = OD = \sqrt{OA^2 + (OB - OC)^2} = I \sqrt{\Sigma R^2 + \left( \Sigma L\omega - \Sigma \frac{1}{C\omega} \right)^2}$$

c'est-à-dire en posant  $\Sigma X = x - x'$

$$U = I \times \sqrt{(\Sigma R)^2 + (\Sigma X)^2} = I \times Z$$

l'impédance du circuit est

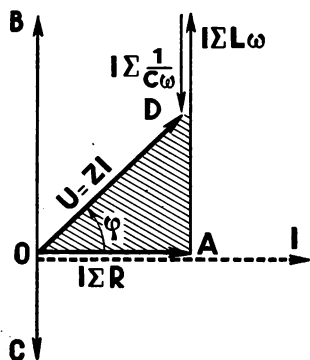
$$Z = \sqrt{(\Sigma R)^2 + (\Sigma X)^2}.$$

Ces relations sont valables pour  $U$  et  $I$  exprimés soit en valeur maximum (amplitude), soit en valeur efficace.

En outre,  $\varphi$  est défini par les relations :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Sigma X}{\Sigma R} \quad \text{ou} \quad \cos \varphi = \frac{\Sigma R}{Z}$$

$$\text{ou} \quad \sin \varphi = \frac{\Sigma X}{Z}.$$



#### Remarque.

Nous avons considéré comme inductance pure une bobine de faible résistance  $R$  par rapport à sa réactance  $L\omega$ . Dans la pratique, pour des faibles fréquences, en particulier dans le cas des bobines sans fer, la résistance n'est pas négligeable devant la réactance.

Nous pourrions considérer alors une telle bobine comme l'association en série d'une résistance  $R$  et d'une inductance  $L$ .

Aux bornes d'une bobine alimentée sous tension continue les mesures de  $U$  et  $I$  fournissent la résistance  $R = \frac{U}{I}$ .

Aux bornes d'une bobine alimentée sous tension sinusoïdale, les mesures de  $U$  et de  $I$  fournissent l'impédance  $Z = \frac{U}{I}$ .

La connaissance des valeurs  $R$ ,  $Z$  et de la pulsation  $\omega$  de la tension d'alimentation permettent de calculer l'inductance de la bobine à l'aide de la relation  $Z^2 = R^2 + L^2\omega^2$ .

#### 4. — RÉSONANCE

Pour un circuit de résistance  $R$ , d'inductance  $L$  et de capacité  $C$ , dans le cas particulier où  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ , la somme algébrique des réactances est nulle,

$$X = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0.$$

— La valeur de l'impédance  $Z$  est réduite à celle de la résistance  $R$ , d'autre part  $\operatorname{tg} \varphi = 0$ , le courant  $i$  est en phase avec la tension  $u$ .

Dans ce cas, pour une résistance donnée, et une tension  $U$  donnée, la valeur du courant est maximum.  $I = \frac{U}{R}$ , on dit que le circuit est en résonance.

a. Pour une tension sinusoïdale de valeur  $U$  donnée et de pulsation  $\omega$  constante, aux bornes d'un circuit de résistance constante mais présentant soit une inductance variable, soit une capacité variable, la variation de l'une de ces deux grandeurs entraîne une variation de la valeur  $I$  du courant ;

$I$  passe par un maximum  $\frac{U}{R}$  pour une valeur particulière,

— soit de l'inductance (dans le cas de la capacité constante),

— soit de la capacité (dans le cas de l'inductance constante), telle que

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad \text{ou} \quad LC\omega^2 = 1.$$

b. Dans le cas où la tension  $U$  est constante, aux bornes d'un circuit dans lequel résistance  $R$ , inductance  $L$  et capacité  $C$  sont constantes, toute variation de la fréquence entraîne une variation de la valeur  $I$  du courant.

$I$  passe par un maximum  $\frac{U}{R}$  pour une valeur particulière  $\omega_0$  de la pulsa-

tion telle que  $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$ , c'est-à-dire  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ,

la période correspondante est  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{LC}$ .

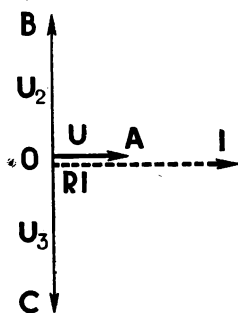
Cette relation, qui détermine la période de résonance pour un circuit donné, est appelée relation de Thomson.

c. Ce phénomène (maximum de  $I$  donc maximum d'amplitude du courant) appelé résonance se retrouve dans l'étude générale des mouvements vibratoires de nature quelconque : l'amplitude des vibrations d'un système devient maximum quand la fréquence de l'excitation (ici la tension de la source de courant) est égale à la fréquence propre du système vibratoire (cette fréquence propre dépend des caractéristiques de ce système, dans notre cas particulier ces caractéristiques sont  $R$ ,  $L$  et  $C$ ). Exemples de résonance :

Résonateurs et tiges vibrantes excités par un son, fréquencesmètre à lames vibrantes.

#### d. Surintensité et surtension.

Dans le cas d'un circuit de résistance  $R$  faible devant les réactances  $L\omega$  et  $\frac{1}{C\omega}$ , pour une fréquence quelconque l'impédance  $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$  peut être importante et le courant  $I = \frac{U}{Z}$  relativement faible pour une tension  $U$  donnée.



Dans le cas de la résonance la valeur commune de  $L\omega$  et de  $\frac{1}{C\omega}$  peut être grande et cependant l'impédance  $Z$ , réduite à la résistance  $R$ , est faible, le courant  $I$  peut prendre une très grande valeur.

Dans ce cas, si nous considérons le diagramme vectoriel  $\vec{U}_2 = -\vec{U}_3$ ,  $OB = OC$  et le point D est confondu avec le point A, c'est-à-dire

$$\vec{U} = \vec{U}_1 = R \times \vec{I}.$$

La tension d'alimentation  $U$  du circuit peut être faible (mesure  $OA$ ) et les tensions  $U_2$  et  $U_3$ , mesurées séparément aux bornes de l'inductance et de la capacité  $U_2 = U_3 = L\omega I = \frac{I}{C\omega}$  peuvent être très grandes.

Il y a surtension aux bornes de l'inductance et de la capacité par rapport à la tension d'alimentation.

#### Exemple.

Un circuit alimenté sous la tension sinusoïdale  $U = 120$  V, fréquence 50 Hz, présente la résistance  $R = 25 \Omega$ , l'inductance 0,24 H et la capacité 42  $\mu F$ .

$$L\omega = 0,24 \times 100 \pi \simeq 75 \Omega$$

$$\frac{1}{C\omega} = \frac{10^6}{42 \times 100 \pi} \simeq 75 \Omega.$$

Nous avons sensiblement la résonance et pour cette fréquence  $Z = R = 25 \Omega$

$$I = \frac{U}{R} = 4,8 \text{ A} \quad \vec{U} = 120 \text{ V}.$$

Aux bornes de l'inductance ou de la capacité

$$\vec{U}_2 = -\vec{U}_3 = L\omega I \simeq 360 \text{ V}.$$

Par rapport à la tension d'alimentation, il y a surtension aux bornes de l'inductance ou de la capacité. Le coefficient de surtension est  $s = \frac{360}{120} = 3$ .

## IV. — RÉCEPTEURS EN DÉRIVATION

### I. — CAS GÉNÉRAL

- a. Considérons aux bornes d'une tension sinusoïdale, divers circuits en dérivation.

Ces circuits peuvent comprendre des résistances, des inductances et des capacités.

Tous ces circuits sont soumis à la même tension, nous pouvons, pour chaque circuit considéré séparément, appliquer les résultats du chapitre précédent :

- Chaque circuit est parcouru par un courant sinusoïdal, de même fréquence que la tension d'alimentation.
- Les constantes des circuits déterminent la valeur efficace de chaque courant et son déphasage par rapport à la tension commune, considérée comme grandeur de référence.

- b. Nous pouvons appliquer la loi d'addition des courants  $i = i_1 + i_2 + \dots$ , relation applicable aux valeurs instantanées ; ces courants sont des fonctions sinusoïdales de même fréquence.

Le courant  $i$  débité par la source peut être représenté (convention de Fresnel) par un vecteur  $\vec{I} =$  somme géométrique  $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \dots$ , où  $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \dots$  représentent les divers courants partiels  $i_1, i_2, \dots$

Ce diagramme vectoriel permet de calculer le courant résultant  $i$  et son déphasage  $\varphi$  sur la tension  $U$ .

L'impédance  $Z$  équivalente à l'ensemble est  $Z = \frac{U}{I}$ .

### 2. — CAS PARTICULIERS

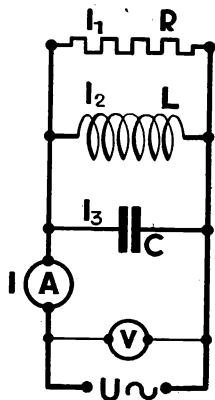
- a. Une résistance  $R$ , une inductance  $L$  et une capacité  $C$  en dérivation,

- dans la résistance le courant  $i_1$  est en phase avec la tension  $u$

$$I_1 = \frac{U}{R}, \text{ mesuré par OA ;}$$

- dans l'inductance le courant  $i_2$  est en quadrature arrière avec la tension  $u$

$$I_2 = \frac{U}{L\omega}, \text{ mesuré par OB ;}$$



— « dans » la capacité le courant  $i_3$  est en quadrature avant avec la tension  $u$

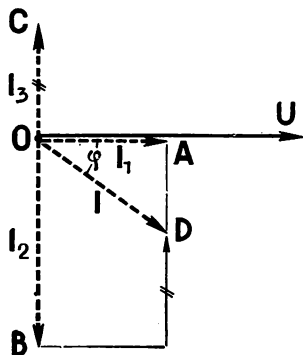
$$I_3 = U \times C\omega \text{ mesuré par OC.}$$

Le vecteur  $\vec{I}$  mesuré par OD représentant le courant débité par la source ainsi que son déphasage  $\varphi$  sur la tension sont déterminés dans le triangle rectangle OAD :

$$\overline{OD}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{OA}^2 + (\overline{OB} - \overline{OC})^2$$

$$\text{soit } I^2 = U^2 \left[ \frac{1}{R^2} + \left( \frac{1}{L\omega} - C\omega \right)^2 \right]$$

$$\text{et } \operatorname{tg} \varphi = \frac{AD}{OA} = \frac{\frac{1}{L\omega} - C\omega}{\frac{1}{R}}$$



b. Considérons une inductance pure  $L$  et une capacité  $C$  en dérivation aux bornes  $M$  et  $N$  alimentées sous une tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$ , telles que  $\frac{1}{L\omega} = C\omega$ .

Le courant débité par la source représenté par  $\vec{I} = \vec{I}_2 + \vec{I}_3$  est constamment nul.

$\vec{I}_2$  et  $\vec{I}_3$  sont directement opposés, les points  $O$ ,  $A$  et  $D$  du paragraphe précédent sont confondus.

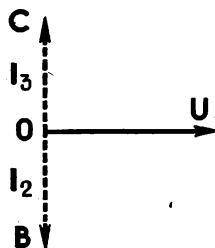
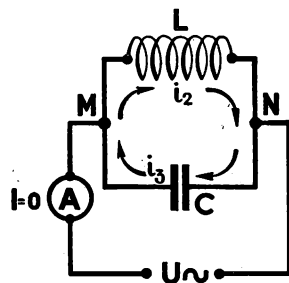
L'ensemble de  $L$  et  $C$  en parallèle aux bornes  $M$  et  $N$  constitue un circuit d'impédance infinie appelé **circuit bouchon** : la source ne débite aucun courant.

Cependant l'inductance  $L$  et la capacité  $C$  sont respectivement « parcourues » par des courants  $i_2$  et  $i_3$  sinusoïdaux de même fréquence, de même amplitude et en opposition (considérée par rapport au sens  $M \rightarrow N$ ).

Quand  $i_2$  parcourt  $MLN$ ,  $i_3$  parcourt  $NCM$ .

Tout se passe comme si un seul courant sinusoïdal de pulsation  $\omega$  d'amplitude  $I_{2\max} = I_{3\max}$  parcourait le circuit fermé  $MLNCM$ .

Ce circuit appelé **circuit oscillant**, de période propre  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ , est le siège d'oscillations électriques représentées par les courants  $i_2$  ou  $i_3$  n'en formant plus qu'un seul.



## EXERCICES

1. — Deux sources, de forces électromotrices sinusoïdales  $e_1$  et  $e_2$ , de même fréquence  $f = 50$  Hz sont en série, déterminer la force électromotrice résultante  $e$  (valeur efficace, déphasage par rapport à  $e_1$  prise comme origine des phases, et équation  $e = f(t)$ ) dans les cas suivants :

$$E_1 = 30 \text{ V}, \quad E_2 = 40 \text{ V}, \quad e_2 \text{ en retard de } \frac{\pi}{2} \text{ sur } e_1;$$

$$E_1 = 30 \text{ V}, \quad E_2 = 50 \text{ V}, \quad e_2 \text{ en avance de } \frac{3\pi}{4} \text{ sur } e_1;$$

$$E_1 = 30 \text{ V}, \quad E_2 = 30 \text{ V}, \quad e_2 \text{ en retard de } \frac{2\pi}{3} \text{ sur } e_1.$$

**Réponses :**  $E = 50 \text{ V}$ ,  $e = 50\sqrt{2} \sin(100\pi t - 0,93)$ ;

$$E = 38 \text{ V}, \quad e = 38\sqrt{2} \sin(100\pi t + 1,72);$$

$$E = 30 \text{ V}, \quad e = 30\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right).$$

2. — Trois conducteurs convergent en un point N (montage en étoile) ; ils sont respectivement parcourus par des courants sinusoïdaux de même valeur efficace  $I_1$ , de même fréquence  $f$ , et régulièrement déphasés l'un par rapport à l'autre de  $\frac{2\pi}{3}$  (sens positif sur chaque conducteur dirigé vers N). Déterminer la résultante  $I$  de ces courants, pouvant circuler dans un 4<sup>e</sup> conducteur partant de N.

**Réponse :**  $I = 0$ .

3. — On place, en dérivation aux bornes du réseau urbain, qui assure une tension sinusoïdale  $U = 120 \text{ V}$  de fréquence 50 Hz,

1° Une résistance pure  $R = 50 \Omega$  et une inductance pure  $L = 0,12 \text{ H}$ , déterminer le courant  $I$  débité par la source et son déphasage  $\varphi$  sur la tension  $U$ .

2° Même question pour  $R = 50 \Omega$  et une capacité  $C = 20 \mu\text{F}$  en dérivation.

3° Même question pour une inductance pure  $L = 0,12 \text{ H}$  et une capacité  $C = 20 \mu\text{F}$  en dérivation.

**Réponses :** 1°  $I = 4 \text{ A}$  courant en retard, de  $\varphi \simeq 0,92$  radian, sur  $U$  ;

2°  $I = 2,5 \text{ A}$  courant en avance, de  $\varphi \simeq 0,3$  radian, sur  $U$  ;

3°  $I = 2,45 \text{ A}$  courant en retard, de  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  radian, sur  $U$ .

4. — Une bobine sans fer, de résistance  $R$  et d'inductance  $L$ , a donné lieu aux mesures suivantes :

— alimentée aux bornes d'une source continue de tension  $U = 120 \text{ V}$ , elle absorbe le courant  $I = 4 \text{ A}$  ;

— alimentée aux bornes d'une source de tension sinusoïdale de tension  $U = 120 \text{ V}$ , 50 Hz, elle absorbe le courant  $I = 3,2 \text{ A}$ .

Déterminer l'inductance de la bobine (prendre  $\pi^2 = 10$ ).

**Réponse :**  $L = 72 \text{ mH}$ .

5. — Un condensateur  $C$ , alimenté à la tension sinusoïdale  $U = 120 \text{ V}$ , 50 Hz, absorbe un courant de 1 A. Une lampe à incandescence  $R$  absorbe le même courant sous la même tension.

Déterminer le courant absorbé, et son déphasage sur la tension, par l'ensemble :

- 1° Condensateur et lampe en série ;
- 2° Condensateur et lampe en dérivation.

**Réponses :** 1°  $I = 0,70 \text{ A}$  en avance de  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  sur la tension  $U$  ;

2°  $I = 1,4 \text{ A}$  en avance de  $\varphi = \pi$  sur la tension  $U$ .

6. — On monte en dérivation, aux bornes d'un réseau monophasé  $U = 200 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ , deux éléments de circuit :

le premier élément comporte, en série, une résistance pure  $R_1 = 200 \Omega$ , une inductance pure  $L_1 = 2 \text{ H}$ , une capacité  $C_1 = 10 \mu\text{F}$  ;

le deuxième élément comporte, en série, une résistance pure  $R_2 = 260 \Omega$ , une inductance pure  $L_2 = 1 \text{ H}$ , une capacité  $C_2 = 20 \mu\text{F}$ .

Déterminer le courant qui parcourt chaque élément, le courant débité par la ligne et l'impédance de l'ensemble.

**Réponses :**  $I_1 = 0,54 \text{ A}$  en retard de  $\varphi_1 \simeq 1$  radian sur  $U$  ;  $I_2 = 0,66 \text{ A}$  en retard de  $\varphi_2 \simeq 0,55$  radian sur  $U$  ;  $I = 1,17 \text{ A}$  en retard de  $\varphi \simeq 0,75$  radian sur  $U$  ;  $Z = 170 \Omega$  environ.

7. — Un enroulement B présente une résistance  $R = 60 \Omega$  et une inductance  $L = 2,56 \text{ H}$ .

1° En utilisant une source de tension sinusoïdale  $U = 120 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ , quelle capacité  $C_1$  doit-on placer en série avec B pour obtenir un courant  $I$  de valeur efficace maximum ? Calculer cette valeur de  $I$ , et déterminer, dans ce cas, les tensions aux bornes de B et de  $C_1$  (prendre  $4\pi = 12,5$ ).

2° Avec le même enroulement B on a placé en série la capacité  $C_2 = 62,5 \text{ nF}$ , quelle est la fréquence  $f_2$  de la source sinusoïdale pouvant débiter le même courant maximum sous une tension de  $120 \text{ V}$  ?

**Réponses :** 1°  $C_1 = 4 \mu\text{F}$ ,  $I = 2 \text{ A}$ ,  $U_B = 1\,604 \text{ V}$ ,  $U_{C_1} = 1\,600 \text{ V}$ ,

2°  $f_2 = 400 \text{ Hz}$ .

8. — Aux bornes d'une source de tension sinusoïdale  $U = 40 \text{ V}$ ,  $400 \text{ Hz}$ , on place en dérivation : une bobine, de résistance  $4 \Omega$  et d'inductance  $0,08 \text{ H}$ , et un condensateur de  $2 \mu\text{F}$ .

Déterminer les courants :  $I_1$  dans la bobine,  $I_2$  « dans le condensateur » et  $I$  débité par la source (prendre  $4\pi = 12,5$ ).

Calculer l'impédance  $Z$  de l'ensemble. Conclusion.

**Réponses :**  $I_1 = 0,2 \text{ A}$  environ (soit  $0,19996 \text{ A}$ ) ;  $I_2 = 0,2 \text{ A}$ ,  $I$  pratiquement nul, (soit  $40 \mu\text{A}$ ) —  $Z \simeq 10^6 \Omega$  — Cas du « circuit bouchon ».

9. — Aux bornes A et B d'une source, de tension sinusoïdale  $U = 10 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ , on place en dérivation deux portions de circuit AMB et ANB.

AMB comprend deux résistances égales,  $R_1 = R_2 = 100 \Omega$ , en série,  $R_1$  entre A et M,  $R_2$  entre M et B ;

ANB comprend : entre A et N un condensateur de  $16 \mu\text{F}$ , et entre N et B une résistance  $R$  variable de  $0$  à  $200 \Omega$  (rhéostat non inductif).

1° Pour  $R = 100 \Omega$  construire le diagramme vectoriel des tensions aux bornes de ces divers éléments, en prenant comme origine des phases la tension d'alimentation  $U$ . Évaluer la tension  $U_1$  entre M et N et son déphasage  $\varphi_1$  sur  $U$ .

2° Montrer que :  $U_1$  garde une valeur constante lorsque  $R$  varie, et que  $\varphi_1$  varie avec  $R$  entre deux limites que l'on précisera. Ce dispositif constitue un système déphaseur (application au chapitre 18).

**Réponses :** 1°  $U_{AM} = U_{MB} = 5 \text{ V}$  en phase avec  $U$  ;  $U_{AN} = 8,94 \text{ V}$  en retard de  $\varphi_2 \simeq 27^\circ$  sur  $U$  ( $\tan \varphi_2 = \frac{1}{2}$ ) ;  $U_{NB} = 4,47 \text{ V}$  en avance de  $\frac{\pi}{2}$  sur  $U_{AN}$  ;

$U_1 = \frac{U}{2} = 5 \text{ V}$  en retard sur  $U$  de  $\varphi_1 = 2\varphi_2 \simeq 54^\circ$ .

2°  $U_1 = \frac{U}{2} = \text{Cte}$ ,  $0 < \varphi_1 < \frac{\pi}{2}$  pour  $0 < R < 200 \Omega$ .



## 9. — Puissance en courant alternatif

### I — PUISSANCE INSTANTANÉE ET PUISSANCE MOYENNE

#### I. — EXPÉRIENCE

- a. **Alimentons un récepteur uniquement thermique**, rhéostat, groupe de lampes, par une source de courant continu à tension constante  $U = 120 \text{ V}$ , les appareils de mesure, voltmètre, ampèremètre, wattmètre indiquent :

$$U_1 = 120 \text{ V}, \quad I_1 = 3 \text{ A}, \quad P_1 = 360 \text{ W} = U_1 I_1.$$

Le même récepteur est alimenté sous tension alternative  $U_2 = 120 \text{ V}$ , 50 Hz les appareils indiquent  $U_2 = 120 \text{ V}$ ,  $I_2 = 3 \text{ A}$ ,  $P_2 = 360 \text{ W} = U_2 I_2$ . Pour un récepteur uniquement thermique, l'égalité des tensions, efficace  $U_2$  et continue  $U_1$ , entraîne l'égalité des courants, efficace  $I_2$  et continu  $I_1$ , ainsi que celle des puissances absorbées  $P_2 = P_1$  ; ces résultats sont conséquences de la définition des grandeurs efficaces.

- b. **Reprenons l'expérience avec un récepteur inductif**, comportant un bobinage important. Nous lisons, par exemple :

- en courant continu  $U_1 = 120 \text{ V}$ ,  $I_1 = 2,5 \text{ A}$ ,  $P_1 = 300 \text{ W} = U_1 I_1$  ;
- en courant alternatif  $U_2 = 120 \text{ V}$ ,  $I_2 = 1,5 \text{ A}$ ,  $P_2 = 100 \text{ W} < U_2 I_2$ .

Nous constatons que  $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 48 \Omega$  est inférieure à  $Z = \frac{U_2}{I_2} = 80 \Omega$  ; d'autre part nous constatons que l'indication de wattmètre,  $P_2 = 100 \text{ W}$ , est inférieure au produit  $U_2 I_2 = 180$ .

Par analogie avec les résultats obtenus en courant continu le produit  $U_2 I_2$  est appelé *puissance apparente*, désignée par  $P_{\text{app}}$  ou  $S$  et se mesure en *volts-ampères* (abréviation 1 VA) ; multiple le kilovoltampère (abréviation 1 kVA) ici  $P_{\text{app}} = U_2 I_2 = 180 \text{ VA}$ .

L'étude suivante précisera la signification de  $P_2$ , indication du wattmètre, et justifiera l'inégalité  $P_2 < P_{\text{app}}$ .

## 2. — DÉFINITIONS

Dans un récepteur quelconque, l'énergie élémentaire mise en jeu pendant un intervalle de temps  $dt$  infiniment petit à partir de l'instant  $t$  est  $dW = uidt$ ,  $u$  et  $i$  sont les valeurs instantanées de la tension et du courant.

La puissance instantanée  $p = \frac{dW}{dt} = ui$  est variable, fonction du temps, produit de deux grandeurs sinusoïdales.

L'équipage mobile du wattmètre est soumis à un couple électrodynamique de moment  $M$  proportionnel au produit  $ui = p$ . Pour une fréquence suffisante, c'est le cas pour la fréquence industrielle  $f = 50$  Hz, à cause de son inertie, cet équipage ne peut pas suivre les variations trop rapides de  $p$ , il s'immobilise à une position correspondant à la valeur moyenne de  $p$ .

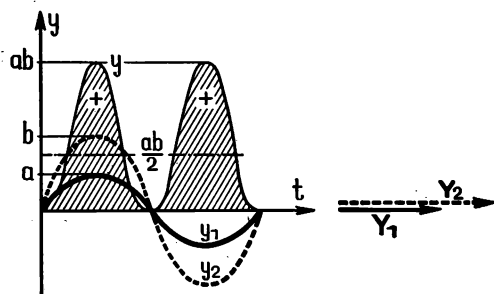
*Le wattmètre mesure la puissance moyenne  $P$  watts mise en jeu dans le circuit.*

## 3. — VALEUR MOYENNE DU PRODUIT DE DEUX GRANDEURS SINUSOIDALES DE MÊME PÉRIODE

Soient deux grandeurs sinusoïdales  $y_1$  et  $y_2$  d'amplitudes  $a$  et  $b$ , de pulsation  $\omega$ , de valeurs efficaces  $Y_1$  et  $Y_2$ , représentées par les vecteurs tournants  $\vec{OA}$  et  $\vec{OB}$ .

### 1<sup>er</sup> Cas. Grandeurs en phase.

En valeurs instantanées,  $y_1 = a \sin \omega t$  et  $y_2 = b \sin \omega t$ ; leur produit  $y = y_1 y_2 = ab \sin^2 \omega t$  fonction du temps, est représenté par une sinusoïde de fréquence  $2f$  d'amplitude  $\frac{ab}{2}$ , dont l'axe a pour ordonnée  $\frac{ab}{2}$  (voir valeur efficace d'une fonction sinusoïdale, page 73).



La valeur moyenne de  $y$  est  $Y_{\text{moy.}} = \frac{ab}{2}$  pour un nombre entier de périodes (ou très approximativement pour un grand nombre de périodes, la première et la dernière pouvant être incomplètes).

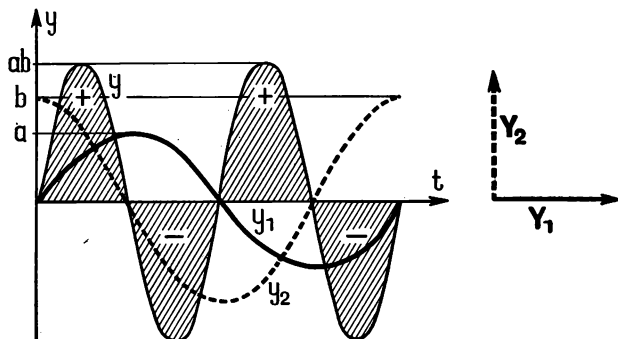
On peut écrire

$$Y_{\text{moy.}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \times \frac{b}{\sqrt{2}} = Y_1 \times Y_2$$

(valeurs efficaces).

**Remarque.**

$y_1$  et  $y_2$  sont toujours de même signe, la fonction  $y$  déterminée avec l'axe des temps des portions d'aires uniquement positives.

**2<sup>e</sup> Cas. Grandeurs en quadrature.**

$y_1 = a \sin \omega t$ ,  $y_2 = b \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ , leur produit  $y = y_1 \times y_2 = ab \sin \omega t \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$  est une fonction sinusoïdale de fréquence  $2f$  dont l'axe est confondu avec l'axe des temps.

On peut construire directement  $y$  à l'aide du produit des ordonnées  $y_1$  et  $y_2$ , ou calculer  $y$  qui peut s'écrire

$$\frac{ab}{2} \times 2 \sin \omega t \cos \omega t = \frac{ab}{2} \sin 2\omega t.$$

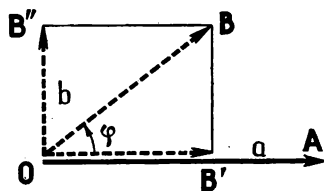
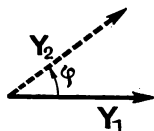
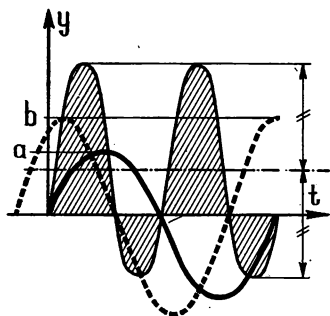
La valeur moyenne de la fonction  $y$  est nulle (pour un nombre entier de périodes ou un grand nombre non entier de périodes)  $Y_{\text{moy.}} = 0$ .

**Remarque.**

$y$  change périodiquement de signe et détermine avec l'axe des temps des aires égales, mais de signes contraires.

**Cas général** de deux grandeurs présentant une différence de phase  $\varphi$ ,  $y_1 = a \sin \omega t$  et  $y_2 = b \sin (\omega t + \varphi)$ , leur produit  $y = y_1 y_2 = ab \sin \omega t \times \sin (\omega t + \varphi)$ , que l'on peut construire directement à partir des ordonnées  $y_1$  et  $y_2$ , change périodiquement de signe ; c'est une fonction sinusoïdale de fréquence double dont l'axe a une ordonnée positive inférieure à  $\frac{ab}{2}$ . Cette fonction détermine

avec l'axe des temps des aires de signes contraires et inégales, sa valeur moyenne n'est pas nulle, elle vaut  $Y_{\text{moy.}} = Y_1 Y_2 \cos \varphi$ .



En effet, décomposons le vecteur  $\vec{OB}$  en  $\vec{OB}' = b \cos \varphi$  porté par le support de  $\vec{OA}$  et  $\vec{OB}'' = b \sin \varphi$  directement perpendiculaire à  $\vec{OA}$ , ceci revient à considérer la fonction  $y_2$  comme la somme de deux fonctions sinusoïdales,  $z_1$  et  $z_2$ , de même fréquence et en quadrature :  $y_2 = z_1 + z_2$ .

$z_1$  représentée par  $\vec{OB}'$  est  $z_1 = b \cos \varphi \sin \omega t$ ,

$z_2$  représentée par  $\vec{OB}''$  est  $z_2 = b \sin \varphi \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ .

Le produit  $y = y_1 \times y_2$  peut s'écrire  $y = y_1 \times (z_1 + z_2) = y_1 z_1 + y_1 z_2$ , la valeur moyenne du produit  $y$  est

$Y_{\text{moy.}} =$  valeur moyenne de  $y_1 z_1$  + valeur moyenne de  $y_1 z_2$ .

Or  $y_1$  et  $z_1$  sont en phase, valeur moyenne de  $y_1 z_1 = \frac{a \times b \cos \varphi}{2}$  ;

$y_1$  et  $z_2$  sont en quadrature, valeur moyenne de  $y_1 z_2 = 0$  ;  
par suite

$$Y_{\text{moy.}} = \frac{ab}{2} \cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{2}} \times \frac{b}{\sqrt{2}} \times \cos \varphi = Y_1 Y_2 \cos \varphi.$$

Cette valeur moyenne est valable pour un nombre entier de périodes ou pour un grand nombre, même non entier, de périodes.

### Conséquence.

L'indication du wattmètre fournit la valeur moyenne de la puissance mise en jeu dans le récepteur c'est-à-dire,  $P_{\text{watts}} = UI \cos \varphi$ .

$U$  et  $I$  sont les valeurs efficaces de la tension et du courant,  $\varphi$  le déphasage du courant  $i$  sur la tension  $u$ .

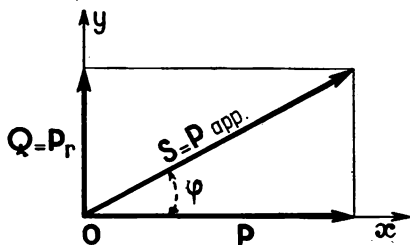
Cette relation peut s'écrire  $P = P_{\text{app.}} \times \cos \varphi$ .

Le terme  $\cos \varphi$  est appelé *facteur de puissance* de l'installation (il dépend des constantes du circuit, résistance, inductance, capacité, et de la pulsation de la tension d'alimentation).

La lecture des appareils fournit  $U$ ,  $I$ ,  $P$  et permet le calcul du facteur de puissance  $\cos \varphi = \frac{P}{U \times I}$  (ce calcul permet de déterminer, au signe près, le déphasage  $\varphi$  du courant  $i$  sur la tension  $u$ ).

## II. — PUISSANCE ACTIVE — PUISSANCE RÉACTIVE

### I. — CONVENTION



On peut représenter géométriquement la relation  $P = P_{app.} \cos \varphi$ ,  $P$  apparaît comme la projection sur l'axe  $ox$  de la puissance  $P_{app.}$  portée sur un axe décalé de  $\varphi$  avec  $ox$ .

$P_{app.}$  est aussi désigné par  $S$

#### Nota.

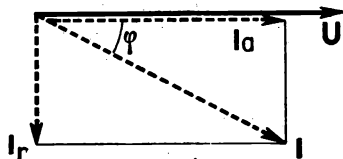
Ici il ne s'agit pas de vecteurs tournants.  $P = UI \cos \varphi$  est une valeur moyenne constante et non une fonction sinusoïdale.

On peut considérer le vecteur  $\vec{P}_{app.}$  comme résultant de deux composantes : sa projection sur  $ox$ ,  $\vec{P} = UI \cos \varphi$  appelée puissance active, mesurée en watts, et sa projection sur l'axe  $oy$  directement perpendiculaire à  $ox$ ,  $\vec{P}_r = UI \sin \varphi$  appelée puissance réactive (désignée aussi par  $Q$ ), mesurée en volts-ampères réactifs (abréviation 1 var, multiple 1 kvar).

On a nécessairement  $P_{app.} = \sqrt{P^2 + P_r^2}$  (relation qui s'écrit aussi  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ ).

#### Remarques.

- Une convention analogue consiste à décomposer le vecteur  $\vec{I}$  en deux composantes :  $\vec{I}_a = I \cos \varphi$  en phase avec  $\vec{U}$ , projection de  $\vec{I}$  sur le support de  $\vec{U}$ ,  $I_a$  est appelée composante active du courant, en effet  $P = UI \cos \varphi = U \times I_a$  et  $\vec{I}_r = I \sin \varphi$  en quadrature avec  $\vec{U}$ , projection de  $\vec{I}$  sur la perpendiculaire au support de  $\vec{U}$ ,  $I_r$  est appelée composante réactive du courant, en effet  $P_r = UI \sin \varphi = U \times I_r$ . On a nécessairement  $I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2}$ .



- Pour des courants de forme quelconque, la puissance absorbée est inférieure à la puissance apparente. Le quotient  $\frac{P}{P_{app}}$  est encore appelé facteur de puissance, mais le terme  $\cos \varphi$  n'a plus de sens.

## 2. — CAS D'UNE RÉSISTANCE PURE.

Il s'agit d'un récepteur uniquement thermique, dans ce cas  $i$  et  $u$  sont en phase,  $\varphi = 0$ ,  $\cos \varphi = 1$  et  $\sin \varphi = 0$ , on a  $P = P_{app.}$  et  $P_r = 0$ .

La lecture du wattmètre est égale au produit des lectures du voltmètre et de l'ampèremètre.

Ce résultat est conséquence de la définition des valeurs efficaces, en effet  $I$  est la valeur d'un courant continu qui produirait le même effet thermique dans cette résistance,  $P = RI^2$ , et pour une résistance pure  $U = RI$  d'où  $P = UI = \frac{U^2}{R}$ .

*L'énergie thermique mise en jeu dans une résistance s'exprime par*  
 $W = UIt = RI^2t = \frac{U^2}{R}t$ .

( $W$  en joules,  $R$  en ohms,  $I$  en ampères,  $t$  en secondes.)

## 3. — CAS D'UNE INDUCTANCE PURE

Dans ce cas le courant  $i$  est en quadrature arrière avec la tension  $u$ ,  $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ ,  
 $\cos \varphi = 0$ ,  $\sin \varphi = +1$  (en prenant  $\varphi$  angle orienté défini par  $\varphi = \widehat{\vec{I}, \vec{U}}$ ),  
 par suite  $P = UI \cos \varphi = 0$ , et  $P_r = UI = P_{app.}$

En tenant compte de la relation  $U = L\omega I$ , on a  $P_{app.} = P_r = L\omega I^2 = \frac{U^2}{L\omega}$ .

Le wattmètre marque zéro, le voltmètre indique  $U$  et l'ampèremètre  $I$ .

Nous avons signalé (tome I, page 177) l'énergie emmagasinée  $\left(\frac{1}{2} LI^2\right)$  sous forme électromagnétique dans une inductance.

A chaque alternance du courant, l'inductance reçoit, de la source, l'énergie  $\frac{1}{2} LI_{max}^2$  pendant la croissance du courant (considéré en valeur absolue) et restitue cette énergie à la source pendant la décroissance du courant (en valeur absolue).

Il y a oscillations d'énergie entre la source et l'inductance, et la puissance moyenne absorbée par l'inductance est nulle.

L'inductance joue un rôle analogue à celui de l'inertie en mécanique, (volant).

## 4. — CAS D'UNE CAPACITÉ

Dans ce cas le courant  $i$  est en quadrature avant sur la tension  $u$ ,  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$\cos \varphi = 0$ ,  $\sin \varphi = -1$ , (en prenant  $\varphi = \widehat{\vec{I}, \vec{U}}$ ), par suite  $P = UI \cos \varphi = 0$ ,  
 $P_r = -UI = -P_{app.}$ ; en tenant compte de la relation  $U = \frac{I}{C\omega}$ ,

on a  $P_r = -\frac{I^2}{C\omega} = -U^2C\omega$ .

Le wattmètre marque zéro tandis que le voltmètre et l'ampèremètre indiquent les valeurs  $U$  et  $I$  non nulles.

Nous avons signalé qu'une capacité alimentée sous tension sinusoïdale est l'objet de charges (dans les deux sens) et de décharges successives.

L'énergie fournie par la source pendant une charge ( $W = \frac{1}{2} CU^2$ ) est restituée à la source au cours de la décharge suivante.

Il y a oscillations d'énergie entre la source et la capacité et la puissance moyenne absorbée par la capacité est nulle.

La capacité joue un rôle analogue à celui d'un ressort en mécanique.

## 5. — CAS D'ÉLÉMENTS EN SÉRIE

### a. Une résistance, une inductance et une capacité :

le courant  $i$  est le même en tout point du circuit, il présente en général un déphasage  $\varphi$  avec la tension  $u$ .

Nous avons dans ce cas  $P = UI \cos \varphi$  avec  $0 < \cos \varphi < 1$ , le wattmètre fournit  $P$ , le voltmètre  $U$  et l'ampèremètre  $I$ .

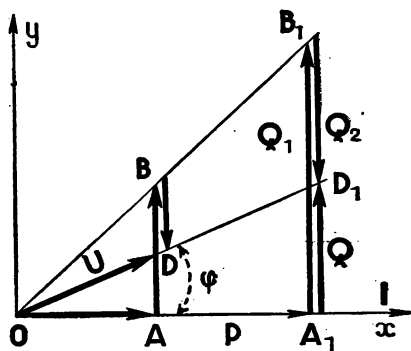
Considérons le diagramme vectoriel du courant et des tensions,  $OABD$ , multiplions chaque vecteur par le facteur  $I$ , nous obtenons un diagramme  $OA_1B_1D_1$  homothétique au précédent.

$\overrightarrow{OD_1}$  mesure  $UI = P_{app.}$  pour l'ensemble du circuit.

$\overrightarrow{OA_1}$  mesure  $OD_1 \times \cos \varphi = P$  puissance active, sa valeur est  $P = RI^2$ .

$\overrightarrow{A_1B_1}$  mesure  $L\omega I^2$  représente  $Q_1$  puissance réactive « absorbée » par l'inductance.

$\overrightarrow{B_1D_1}$  mesure  $-\frac{I^2}{C\omega}$  représente  $Q_2$  puissance réactive « absorbée » par la capacité.



$\overrightarrow{A_1B_1}$  et  $\overrightarrow{B_1D_1}$  sont de sens contraires ; on convient de dire que : l'inductance absorbe de la puissance réactive  $Q_1 = L\omega I^2$  (positive sur  $oy$ ). La capacité restitue de la puissance réactive  $Q_2 = -\frac{I^2}{C\omega}$  (négative sur  $oy$ ).

$\overrightarrow{A_1D_1} = UI \sin \varphi = Q$  est la *puissance réactive résultante* « mise en jeu » dans le circuit.

La puissance apparente  $P_{app}$  ou  $S$  « mise en jeu » dans l'installation est la résultante géométrique de la puissance active absorbée  $P = RI^2$  (portée sur l'axe  $ox$ ) toujours positive et de la puissance réactive « mise en jeu » (portée sur l'axe  $oy$  directement perpendiculaire à  $ox$ )

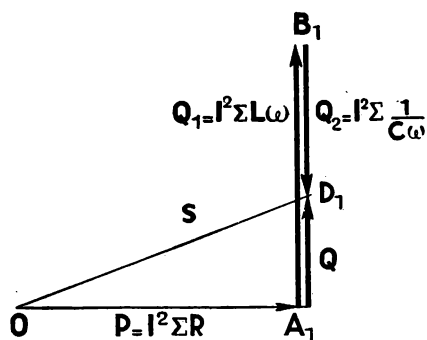
$$P, \text{ ou } Q = L\omega I^2 - \frac{I^2}{C\omega} = X I^2.$$

La puissance réactive totale  $Q$  peut être positive ou négative, la puissance apparente, représentée par un segment de direction quelconque n'est pas algébrique.

### b. Généralisation.

Le même procédé s'applique à un circuit comportant plusieurs résistances, inductances et capacités en série.

La somme géométrique de vecteurs étant indépendante de l'ordre choisi pour leur composition, pour le graphique des puissances nous pouvons grouper d'une part les termes  $RI^2$ , d'autre part les termes  $L\omega I^2$  et  $\frac{I^2}{C\omega}$  nous obtiendrons



$\overrightarrow{OD_1} = UI = S$ , puissance apparente totale mise en jeu dans le circuit.

$\overrightarrow{OA_1} = (R + R' + \dots) I^2 = P$ , puissance active ou thermique mise en jeu dans les résistances.

$\overrightarrow{A_1B_1} = (L\omega + L'\omega + \dots) I^2 = Q_1$ , puissance réactive « absorbée » par les inductances.

$\overrightarrow{B_1D_1} = -\left(\frac{1}{C\omega} + \frac{1}{C'\omega} + \dots\right) I^2 = Q_2$ , puissance réactive « fournie » par les capacités.

$\overrightarrow{A_1D_1} = \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{B_1D_1} = Q_1 + Q_2 = Q$  (relation en valeurs algébriques), puissance réactive totale « mise en jeu ».



On définit ainsi :

la résistance équivalente à l'ensemble  $R = R + R' + \dots$  ;

— et la réactance équivalente à l'ensemble,

$$X = \underbrace{\left( L\omega + L'\omega + \dots \right)}_{\text{réactances d'inductances}} - \underbrace{\left( \frac{1}{C\omega} - \frac{1}{C'\omega} \dots \right)}_{\text{réactances de capacités}}$$

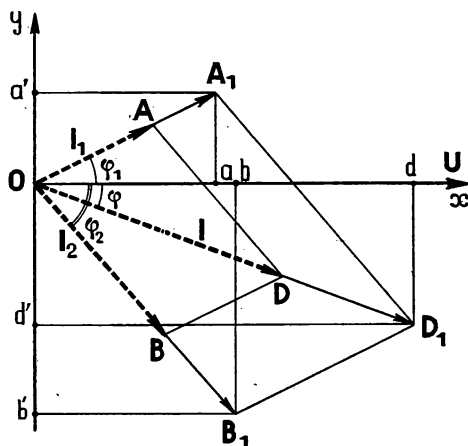
## 6. — CAS D'ÉLÉMENTS EN DÉRIVATION

La tension  $U$  est commune aux diverses branches en dérivation.

Considérons deux récepteurs, absorbant respectivement les courants  $I_1$  et  $I_2$ , le courant débité par la source est représenté par le vecteur  $\vec{I}$  = somme géométrique  $\vec{I}_1 + \vec{I}_2$  (voir page 95).

Dans le diagramme OABD nous avons pris comme origine des phases la tension  $\vec{U}$  (phénomène commun).

Multiplions par le facteur  $U$  les mesures de ces vecteurs, nous obtenons un diagramme homothétique,  $OA_1B_1D_1$ , dans lequel  $\vec{OA_1} = UI_1$  et  $\vec{OB_1} = UI_2$  représentent les puissances apparentes partielles, la puissance apparente totale est représentée par  $\vec{OD_1} = UI$ , somme géométrique,  $\vec{OA_1} + \vec{OB_1}$ , (des puissances apparentes partielles).

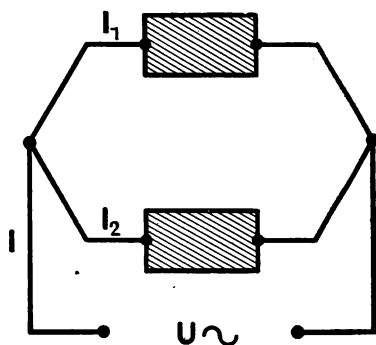


Si  $\overline{Oa}$ ,  $\overline{Ob}$  et  $\overline{Od}$  sont respectivement les projections sur  $Ox$  des vecteurs  $\vec{OA_1}$ ,  $\vec{OB_1}$  et  $\vec{OD_1}$ ,

$\overline{Oa} = UI_1 \cos \varphi_1$ ,  $\overline{Ob} = UI_2 \cos \varphi_2$  représentent les puissances actives partielles

et  $\overline{Od} = UI \cos \varphi$  la puissance active totale mise en jeu. On a (théorème des projections)

$$\overline{Od} = \overline{Oa} + \overline{Ob}.$$



De même si  $\overrightarrow{Oa'}$ ,  $\overrightarrow{Ob'}$  et  $Od'$  sont respectivement les projections sur  $Oy$  des vecteurs  $\overrightarrow{OA_1}$ ,  $\overrightarrow{OB_1}$  et  $\overrightarrow{OD_1}$

$\overrightarrow{Oa'} = UI_1 \sin \varphi_1$ ,  $\overrightarrow{Ob'} = UI_2 \sin \varphi_2$  représentent les puissances réactives partielles

et  $\overrightarrow{Od'} = UI \sin \varphi$  la puissance réactive totale, on a  $\overrightarrow{Od'} = \overrightarrow{Oa'} + \overrightarrow{Ob'}$ .

## 7. — CONCLUSION. THÉORÈME DE BOUCHEROT

Quel que soit le montage utilisé :

- a. *La puissance active totale, P, absorbée par un circuit, est la somme des puissances actives absorbées dans chaque portion de circuit.*

Ces grandeurs étant toutes positives s'ajoutent arithmétiquement, elles sont portées sur un axe  $ox$  appelé axe des puissances actives, et sont mesurées en watts.

- b. *La puissance réactive totale Q, « absorbée » par un circuit, est la somme algébrique des puissances réactives relatives à chaque portion de circuit.*

Comptées positivement si le courant  $\vec{I}$  est en retard sur la tension, et négativement si le courant  $\vec{I}$  est en avance sur la tension, elles sont portées sur un axe  $oy$  (directement perpendiculaire à  $ox$ ) appelé axe des puissances réactives, mesurées en vars.

- c. *La puissance apparente totale S « mise en jeu » est mesurée par la somme géométrique  $\vec{P} + \vec{Q}$ , S ou  $P_{app.} = UI$  volts-ampères.*

U étant la tension aux bornes de l'ensemble des circuits et I le courant débité par le réseau d'alimentation.

### Remarque.

Nous n'avons envisagé jusqu'ici que des récepteurs présentant résistance, inductance et capacité, mais ne présentant pas de force contre-électromotrice due à la production d'énergie mécanique.

Le théorème de Boucherot se généralise à tous les récepteurs quelles que soient les transformations de l'énergie électrique qui y interviennent : thermique (résistance), électromagnétique (inductance), électrostatique (capacité) et mécanique (moteur).



### III. — FACTEUR DE PUISSANCE

#### I. — IMPORTANCE DU FACTEUR DE PUISSANCE

Le réseau assure aux usagers industriels une tension sinusoïdale de valeur efficace  $U$  et de fréquence  $f$  constantes, aux bornes du compteur d'énergie de leur installation.

Les récepteurs, souvent très inductifs (moteurs, par exemple), provoquent un déphasage  $\varphi$  (en arrière), du courant total absorbé  $I$ , sur la tension  $U$ .

*Le facteur de puissance,  $\cos \varphi$ , de cette installation dépend donc des appareils installés.*

Pour une puissance active  $P$  watts =  $UI \cos \varphi$  fournie par le réseau, sous la tension  $U$ , le courant absorbé est  $I = \frac{P}{U \cos \varphi}$ .

#### Exemples.

Pour  $P = 3$  kW sous 120 V

avec  $\cos \varphi = 1$ , circuit uniquement résistant,  $I = \frac{3\,000}{120} = 25$  A ;

avec  $\cos \varphi = 0,8$ , circuit inductif,  $I = \frac{3\,000}{120 \times 0,8} = 31,25$  A ;

avec  $\cos \varphi = 0,6$ , circuit très inductif,  $I = \frac{3\,000}{120 \times 0,6} = 41,6$  A.

Cette augmentation du courant  $I$  (à puissance réelle constante) lorsque le facteur de puissance diminue, *présente des inconvénients.*

a. *Le réseau doit fournir un débit plus grand* : les pertes de puissance dans les générateurs, les transformateurs et les lignes sont augmentées.

L'étude des machines montre en outre que pour un courant donné, leur chute de tension interne dépend du déphasage du courant sur la tension.

La tension aux bornes du générateur doit être augmentée pour compenser la chute de tension en ligne (ou prévoir des lignes de plus forte section, ce qui augmente le prix de revient).

b. *L'utilisateur, lui-même, doit prévoir des lignes intérieures, des transformateurs et des appareils de coupure et de protection prévus pour des courants plus intenses.*

- Les contrats entre l'Électricité de France et usagers industriels prévoient pour l'énergie consommée un tarif croissant lorsque le facteur de puissance des installations est plus faible.

Pour une valeur trop faible du  $\cos \varphi$  le réseau peut refuser la fourniture d'énergie électrique.

Pour des installations importantes, on adjoint parfois, au compteur d'énergie (wattheuremètre), un compteur d'énergie réactive (varheuremètre).

## 2. — AMÉLIORATION DU FACTEUR DE PUISSANCE

Dans le cas général le courant  $I$  est déphasé en arrière sur la tension  $U$ , l'installation « consomme » de l'énergie active et de l'énergie réactive.

- L'utilisation de condensateurs**, en particulier, qui « fournissent » de l'énergie réactive au réseau diminue le déphasage  $\varphi$  et améliore ainsi le facteur de puissance.

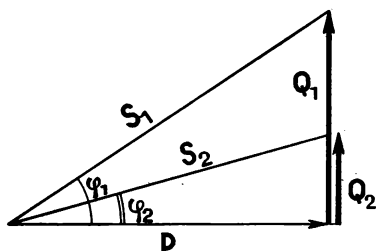
*La capacité utilisée se monte en dérivation*

soit aux bornes de chaque appareil présentant de l'inductance,

soit aux bornes de l'installation (compensation générale).

*Ce montage en dérivation ne modifie pas la tension  $U$  aux bornes des appareils prévus pour fonctionner sous cette tension  $U$ , la puissance réelle ou active de ces récepteurs est inchangée.*

### b. Principe du calcul de la capacité nécessaire à la compensation.



Soit à ramener de  $\cos \varphi_1$  à  $\cos \varphi_2$  ( $\varphi_1 > \varphi_2$ ) le facteur de puissance d'une installation consommant une puissance active  $P$ .

Initialement la puissance réactive « consommée » était  $Q_1 = P \operatorname{tg} \varphi_1$  qu'il faut ramener à  $Q_2 = P \operatorname{tg} \varphi_2$ .

La capacité  $C$ , sous la tension  $U$ , doit donc « fournir » la puissance réactive  $P (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2)$ .

*Un condensateur de capacité  $C$ , sous la tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$ , « fournit » la puissance réactive  $= U^2 C \omega$ .*

La compensation cherchée est résolue par la relation

$$U^2 C \omega = P (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2).$$

### Exemple.

Soit une installation de facteur de puissance  $\cos \varphi_1 = 0,8$ , alimentée sous  $U = 200$  V fréquence 50 Hz, elle absorbe une puissance réelle  $P = 30$  kW.

On veut ramener le facteur de puissance à  $\cos \varphi_2 = 0,9$ .

La puissance « réactive consommée » :

$$Q_1 = P \operatorname{tg} \varphi_1 = 30\,000 \times 0,75 = 22\,500 \text{ vars,}$$

doit devenir

$$Q_2 = P \operatorname{tg} \varphi_2 = 30\,000 \times 0,484 = 14\,500 \text{ vars.}$$

La capacité doit « fournir »

$$Q_1 - Q_2 = 8\,000 \text{ vars.} = U^2 C \omega$$

$$\text{soit } C = \frac{8\,000}{200^2 \times 100 \pi} = 637 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 637 \mu\text{F.}$$

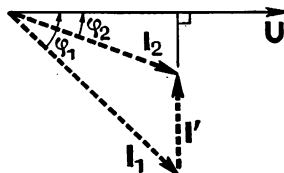
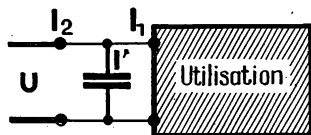
Le courant en ligne, alimentant l'installation, était avant compensation

$$I_1 = \frac{P}{U \cos \varphi_1} = 187,5 \text{ A,}$$

il devient après compensation  $I_2 = \frac{P}{U \cos \varphi_2} = 166,6 \text{ A.}$

Ce courant en ligne, après compensation est représenté par  $\vec{I}_2 = \vec{I}_1 + \vec{I}'$ .

Le régime  $I_1$  des récepteurs n'est pas modifié,  $I'$  est le courant de compensation « dans » les capacités, ici  $I' = \frac{Q_1 - Q_2}{U} = 40 \text{ A.}$



### EXERCICES

1. — Le compteur d'énergie d'une installation monophasée porte les indications :  $U \sim$ , 115 V, 50 Hz, 10 A, un tour de disque vaut 5 Wh.

1° Quelle est la valeur maximum de la tension aux bornes du réseau ?

2° De quelle puissance maximum peut-on disposer avec un récepteur uniquement thermique ?

3° De quelle puissance maximum peut-on disposer avec un récepteur inductif de  $\cos \varphi = 0,8$ . S'il s'agit d'un moteur de rendement 0,75 quelle est sa puissance mécanique utile ?

4° Quelle est la vitesse de rotation du disque quand on alimente 12 lampes 115 V-50 W ?

Réponses : 1°  $U_{\max.} = 163 \text{ V}$  ; 2° 1 150 W ; 3° 920 W , 690 W ; 4° 20 tr/mn.

2. — Une installation monophasée absorbe 3 kW sous 115 V. Calculer le courant en ligne :

a. pour  $\cos \varphi = 1$  (réchauds, fours, lampes à incandescence) ;

b. pour  $\cos \varphi = 0,75$  (moteurs et appareils présentant des enroulements).

Réponses : a. 26,1 A ; b. 34,8 A.

3. — Une bobine sans noyau, d'inductance  $0,1\text{ H}$ , de résistance  $12\ \Omega$  absorbe  $972\text{ W}$  lorsqu'elle est alimentée par une tension sinusoïdale de pulsation  $500\text{ rad/s}$ . Calculer les valeurs efficaces de :  
 1° l'intensité du courant ; 2° la force électromotrice d'autoinduction ; 3° la tension d'alimentation (CAP électricien-bobineur).

**Réponses :**  $9\text{ A}$  ;  $450\text{ V}$  ;  $463\text{ V}$ .

4. — Deux bobines de moteur  $B_1$  et  $B_2$  ont été soumises séparément aux essais :  
 1° Sous tension continue  $U = 10\text{ V}$  on a noté, pour  $B_1$ ,  $I = 0,2\text{ A}$  et pour  $B_2$ ,  $I_2 = 0,5\text{ A}$ .  
 2° Sous tension sinusoïdale  $U' = 120\text{ V}$ ,  $50\text{ Hz}$ , pour  $B_1$   $I'_1 = 0,6\text{ A}$  et pour  $B_2$   $I'_2 = 0,3\text{ A}$ .  
 a. Déterminer le facteur de puissance de chaque bobine.  
 b. Les deux bobines sont associées en série et alimentées par la tension  $U'$ . Quelle est la puissance absorbée par cet ensemble (on admettra que la puissance absorbée dissipée dans les noyaux, par hystérésis et courants de Foucault est négligeable) (BEI).

**Réponses :** a.  $\cos \varphi_1 = 0,25$ ,  $\cos \varphi_2 = 0,05$  ; b.  $P = 2,9\text{ W}$ .

5. — Le compteur d'énergie d'une installation monophasée porte les indications  $115\text{ V}$   $\sim$ ,  $50\text{ Hz}$ ,  $15\text{ A}$ , un tour de disque vaut  $0,417\text{ Wh}$ .  
 L'installation comporte 5 lampes  $125\text{ V-40 W}$  et 4 lampes  $120\text{ V-25 W}$ , ainsi qu'un appareil ménager muni d'un moteur dont la plaque porte les indications  $115\text{ V}$   $\sim$ ,  $50\text{ Hz}$ ,  $\cos \varphi = 0,7$ ,  $I =$  illisible.

L'abonné fait les expériences suivantes :

- 1° moteur non branché, toutes les lampes allumées, il compte 61 tours du disque du compteur en 6 minutes ;  
 2° toute l'installation en service, il compte 100 tours du disque en 5 mn 10 s. Calculer :  
 a. la puissance absorbée par l'installation complète ;  
 b. la puissance mécanique utile du moteur de rendement  $0,72$  ;  
 c. le facteur de puissance  $\cos \varphi_t$  de l'ensemble de cette installation.

**Réponses :** a.  $484\text{ W}$  ; b.  $166\text{ W}$  ; c.  $\cos \varphi_t = 0,9$  environ.

6. — On veut établir une ligne monophasée, basse tension,  $50\text{ Hz}$ , pour alimenter, à  $800\text{ m}$  de la source (secondaire d'un transformateur), un groupe de maisons : puissance utile prévue  $3\text{ kW}$  sous  $220\text{ V}$  avec  $\cos \varphi = 0,9$ .

On supposera la ligne uniquement résistante, en cuivre ( $\rho = 1,6\ \mu\Omega\text{ cm}$ ).

On admettra une perte de puissance en ligne égale à  $6\%$  de la puissance utile transportée. Calculer :

- a. le diamètre du fil. Ce résultat est-il compatible avec une densité de courant maximum admise de  $5\text{ A/mm}^2$  ?  
 b. la tension que doit assurer la source à ses bornes (en régime maximum).  
 c. La chute de tension et la perte de puissance en ligne, si pour cette ligne ainsi calculée, l'installation absorbait  $3\text{ kW}$  sous  $120\text{ V}$  avec le même  $\cos \varphi = 0,9$ . Conclusion.

**Réponses :** a. diamètre du fil  $6,4\text{ mm}$ , section  $32,7\text{ mm}^2$ , compatible ; b.  $231\text{ V}$  ; c. chute de tension  $22\text{ V}$ , perte de puissance en ligne  $606\text{ W}$  ; le rendement du transport devient plus faible  $0,832$  au lieu de  $0,945$ .

7. — Un bobinage est alimenté sous tension sinusoïdale de fréquence  $50\text{ Hz}$ , au cours de cette expérience on a effectué les mesures suivantes :

- Courant absorbé : 37 divisions de l'ampèremètre (100 divisions au cadran, shunt utilisé marqué  $10\text{ A}$ ) ;  
 — tension : 110 divisions du voltmètre (150 divisions au cadran, sensibilité utilisée  $300\text{ V}$ ) ;

- *puissance* mise en jeu dans le récepteur 40,7 divisions du wattmètre (150 divisions au cadran, sensibilités utilisées : courant 5 A, tension 300 V).
- Calculer le facteur de puissance de ce bobinage et son inductance.
  - Quelle capacité faut-il placer en dérivation aux bornes de ce récepteur pour que la source débite sur cet ensemble un courant en phase avec la tension (CAP, modifié).

**Réponses :** *a.*  $\cos \varphi = 0,5$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ , *I* en retard sur *U* ; *L* = 0,16 H ; *b.* 47  $\mu$ F.

8. — Une installation monophasée est desservie par une ligne considérée comme une résistance pure de 1  $\Omega$ . Cette installation aux bornes de laquelle la tension est  $U = 220$  V, 50 Hz, comprend :
- 20 lampes 200 V-50 W et deux moteurs universels marqués chacun 220 V  $\sim$ , 50 Hz,  $\cos \varphi = 0,6$ , rendement 0,8, puissance utile 0,75 ch.
- Calculer les puissances : active, réactive et apparente absorbées par l'installation ainsi que le facteur de puissance de celle-ci (à plein régime).
  - Calculer le courant en ligne, la perte de puissance en ligne, et la tension  $U_1$  au départ de la ligne.
  - On veut ramener le facteur de puissance de l'installation à 0,9 ; calculer la capacité, à placer en dérivation aux bornes de cette installation, ainsi que la nouvelle valeur du courant et de la puissance perdue en ligne.

**Réponses :** *a.* 2 380 W, 1 840 VAR, 3 000 VA,  $\cos \varphi = 0,79$  ; *b.* 13,6 A, 185 W, 231 V ; *c.* 46  $\mu$ F, 12 A, 144 W.

## 10. — Tensions et courants triphasés

### I. — TENSIONS TRIPHASÉES

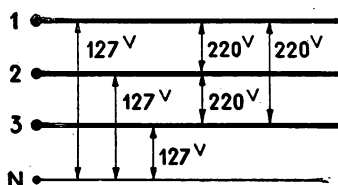
La distribution de l'énergie électrique pose deux problèmes essentiels :

- celui du *transport économique*, qui ne peut être résolu qu'avec l'emploi du courant alternatif (nous préciserons cette question dans le chapitre des transformateurs),
- celui de l'*adaptation aux multiples usages* : les récepteurs de faible puissance (tels que lampes et appareils ménagers) sont connectés à deux bornes du réseau de distribution, ils utilisent une *tension monophasée*, les récepteurs plus puissants (moteurs et radiateurs, à partir de quelques centaines de watts) sont connectés à trois bornes du réseau, ils utilisent des *tensions triphasées*.

#### I. — MESURE DES TENSIONS TRIPHASÉES

Considérons une ligne de distribution triphasée à quatre fils, ces fils sont repérés par des couleurs différentes :

- les trois fils de phase, vert, jaune et marron que nous désignerons par les chiffres 1, 2, 3,
- le fil neutre gris que nous désignerons par la lettre N.



Mesurons, à l'aide d'un voltmètre les tensions disponibles entre les bornes 1, 2, 3 et N.

#### a. Tensions simples.

Nous trouvons 127 V entre chacun des trois fils de phase et le neutre. Ces trois tensions égales sont appelées *tensions simples*, nous désignerons par V leur *valeur efficace commerciale* ; les lampes et tous les appareils monophasés (à deux bornes), marqués 125-130 V sont destinés à être alimentés sous l'une quelconque de ces tensions.



## b. Tensions composées.

Nous trouvons 220 V entre deux fils de phase pris dans un ordre quelconque. Ces trois tensions égales sont appelées *tensions composées*, nous désignerons par  $U$  leur *valeur efficace commune*; les lampes et tous les appareils monophasés (à deux bornes), marqués 220 V, sont destinés à être alimentés sous l'une quelconque de ces tensions.

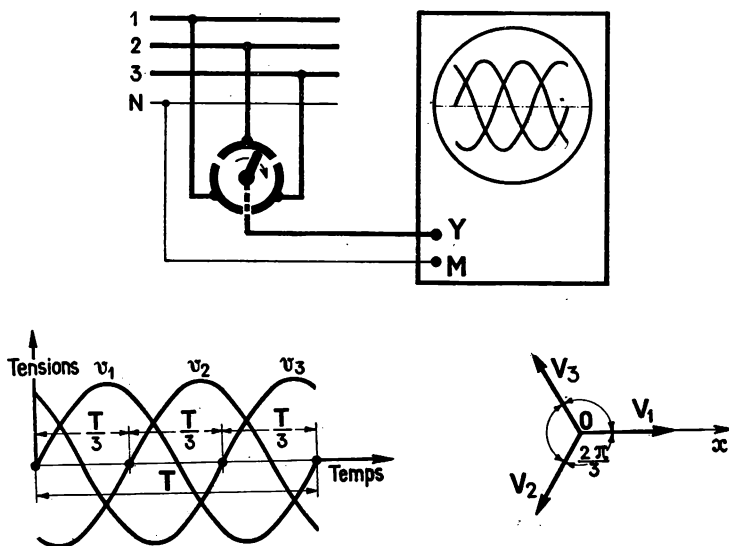
Les appareils triphasés (à trois bornes) utilisent simultanément ces trois tensions.

## 2. — FORME DE CES TENSIONS

L'oscilloscope permet de constater que toutes ces tensions, simples ou composées, sont sinusoïdales de fréquence 50 Hz (en Europe).

### a. Tensions simples.

L'oscilloscope alimenté par un commutateur à trois voies permet d'obtenir la représentation simultanée des trois tensions  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ .



Ces valeurs instantanées algébriques sont mesurées dans le sens : du fil de phase vers le neutre, c'est-à-dire, aux bornes de l'oscilloscope dans le sens de Y vers M (Y et M, masse, bornes du déplacement vertical).

Ces tensions sont décalées l'une par rapport à l'autre de  $\frac{1}{3}$  de période, c'est-à-dire déphasées respectivement de  $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ .

Nous pouvons représenter ces tensions par trois vecteurs tournants  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$ . De telles tensions sinusoïdales, de même fréquence, déphasées l'une sur l'autre de  $\frac{2\pi}{3}$ , sont appelées tensions triphasées.

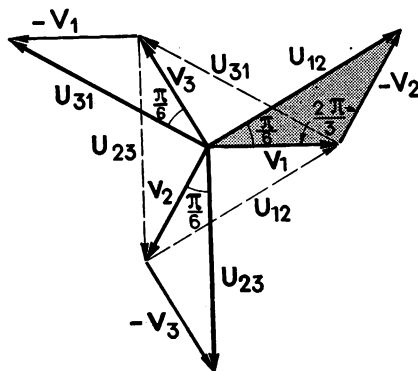
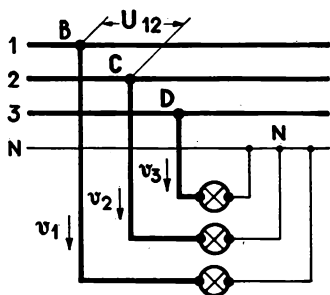
### b. Tensions composées.

Le même dispositif ne permet pas d'avoir la représentation simultanée des trois tensions composées de valeurs instantanées  $u_{12}, u_{23}$  et  $u_{31}$ , chacune mesurée dans le sens correspondant à ces indices.

En reliant le fil de phase 2 à la borne M de l'oscilloscope, et les fils 1 et 3 à deux plots du commutateur dont l'axe est relié à Y, on obtient sur l'écran les tensions  $u_{12}$  et  $u_{32}$  (c'est-à-dire  $u_{23}$  inversée) ; ces tensions sont déphasées de  $\frac{\pi}{3}$  ;  $u_{12}$  et  $u_{23}$  sont donc déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$ .

Alimentons trois récepteurs, des lampes par exemple, respectivement entre chaque fil de phase et le neutre ; des mesures au voltmètre donnent :

- d'une part  $U_{12} = U_{23} = U_{31} = 220 \text{ V}$
- d'autre part  $V_1 = V_2 = V_3 = 127 \text{ V}$  } soit  $\frac{U}{V} = 1,73$ .



Nous pouvons appliquer dans l'élément de circuit BNC la loi d'addition des tensions instantanées  $u_{12} = v_{1N} + v_{N2} = v_1 - v_2$ .

Cette relation se traduit par la relation vectorielle  $\vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$  ;

— de même dans l'élément CND on a  $\vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$  ;

— et dans l'élément DNB on a  $\vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$ .

A partir des vecteurs tensions simples  $V$  nous pouvons construire géométriquement les vecteurs tensions composées  $U$ .

Nous constatons que les vecteurs  $\vec{U}_{12}$ ,  $\vec{U}_{23}$  et  $\vec{U}_{31}$  sont égaux et déphasés respectivement de  $\frac{2\pi}{3}$  l'un sur l'autre.

Les tensions composées constituent donc aussi un système triphasé (même fréquence, même valeur efficace et déphasage  $\frac{2\pi}{3}$ ).

D'autre part les vecteurs tels que  $\vec{V}_1$  et  $-\vec{V}_2$  forment les côtés d'un triangle isocèle d'angle au sommet  $\frac{2\pi}{3}$  (ou  $120^\circ$ ) on a donc  $U = V\sqrt{3}$ , relation entre valeurs efficaces, ou entre valeurs maximums, des tensions simples et composées.

Sur le diagramme vectoriel  $\vec{U}_{12}$ ,  $\vec{U}_{23}$  et  $\vec{U}_{31}$  sont respectivement en avance de  $\frac{\pi}{6}$  sur  $\vec{V}_1$ ,  $\vec{V}_2$  et  $\vec{V}_3$ .

On obtient un vecteur équipollent :

- à  $\vec{U}_{12}$  en joignant l'extrémité de  $\vec{V}_2$  à celle de  $\vec{V}_1$ ,
- à  $\vec{U}_{23}$  en joignant l'extrémité de  $\vec{V}_3$  à celle de  $\vec{V}_2$ ,
- à  $\vec{U}_{31}$  en joignant l'extrémité de  $\vec{V}_1$  à celle de  $\vec{V}_3$ .

#### Remarque.

Une distribution triphasée à trois bornes ne comporte que les trois fils de phase.

## II. — COURANTS TRIPHASÉS

### I. — MONTAGE EN ÉTOILE

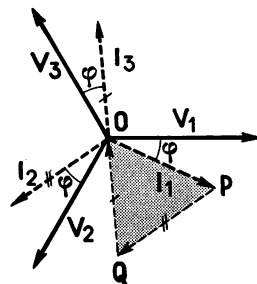
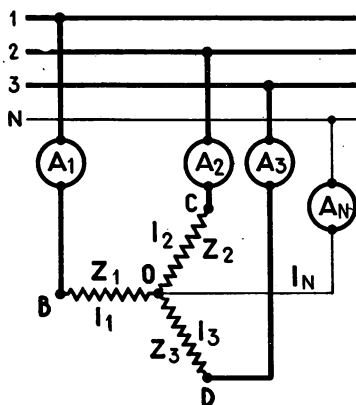
#### a. Montage équilibré.

Il comporte *trois éléments récepteurs identiques*, d'impédance  $Z$ , ayant une borne commune  $O$  reliée au neutre  $N$ , les trois autres bornes  $BCD$  sont respectivement reliées aux trois fils de phase 1, 2 et 3.

Chaque élément récepteur est soumis à une tension simple  $V$  ; des ampères-mètres indiquent des courants de même valeur efficace  $I_1 = I_2 = I_3 = \frac{V}{Z}$  dans les fils de phase et les récepteurs ; le courant dans le fil  $NO$  est nul  $I_N = 0$ .

Les courants  $I_1, I_2, I_3$  ont même fréquence que les tensions et présentent respectivement le même déphasage  $\varphi$  par rapport aux tensions  $V_1, V_2$  et  $V_3$ . Ils sont donc déphasés l'un par rapport à l'autre de  $\frac{2\pi}{3}$ .

Ces résultats, en accord avec les lois générales du courant alternatif monophasé, sont contrôlables avec un oscilloscope.

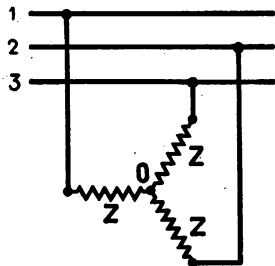


Les courants, de valeurs instantanées  $i_1, i_2$  et  $i_3$ , peuvent être représentés par les vecteurs  $\vec{I}_1, \vec{I}_2$  et  $\vec{I}_3$ ; ils constituent un système de courants triphasés.

Le résultat  $I_N = 0$  peut se déduire de la loi d'addition des courants au point O : on a  $i_1 + i_2 + i_3 + i_N = 0$ , or la somme géométrique  $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$  est nulle (triangle OPQ) donc  $\vec{I}_N = 0$ .

*Dans le cas du montage en étoile équilibré le fil neutre est inutile et peut être supprimé.*

### Application.



Dans une distribution triphasée à trois fils (sans neutre) le montage en étoile de trois récepteurs identiques crée un point neutre O artificiel.

Chaque récepteur est à la tension simple  $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$  entre un fil de phase et ce point neutre artificiel.

## b. Montage en étoile non équilibré. Distribution à quatre fils.

Les trois éléments récepteurs non identiques, soumis aux trois tensions simples, sont parcourus par des courants  $I_1, I_2, I_3$ , en général de valeurs différentes et qui présentent sur les tensions  $V_1, V_2, V_3$  des déphasages  $\varphi_1, \varphi_2$  et  $\varphi_3$  en général différents.

Le courant  $I_{NO}$  (mesuré dans le sens du réseau vers le récepteur), est en général non nul,

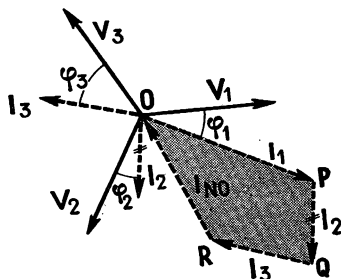
$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 + \vec{I}_{NO} = 0$$

$$\vec{I}_{NO} = -(\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3) \neq 0,$$

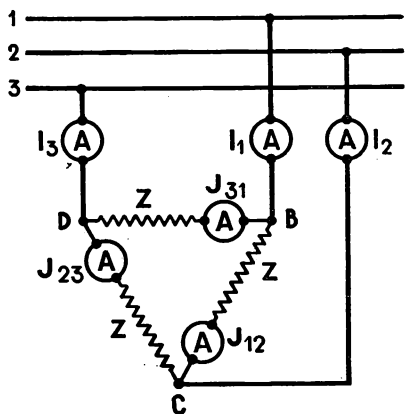
polygone OPQRO.

Dans un tel montage le fil neutre assure l'indépendance des phases, c'est-à-dire une tension  $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$  aux bornes de chaque récepteur.

Sans fil neutre les tensions  $V'_1, V'_2, V'_3$  entre les bornes BCD et O ne sont plus nécessairement égales ; ceci est dû à la dissymétrie du dispositif.



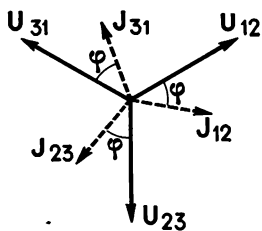
## 2. — MONTAGE EN TRIANGLE ÉQUILIBRÉ



Trois éléments récepteurs identiques d'impédance  $Z$  sont respectivement connectés entre deux fils de phase, leurs bornes communes constituent les sommets du triangle BCD, dans l'ordre des phases 1, 2, 3.

### a. Courants dans les récepteurs.

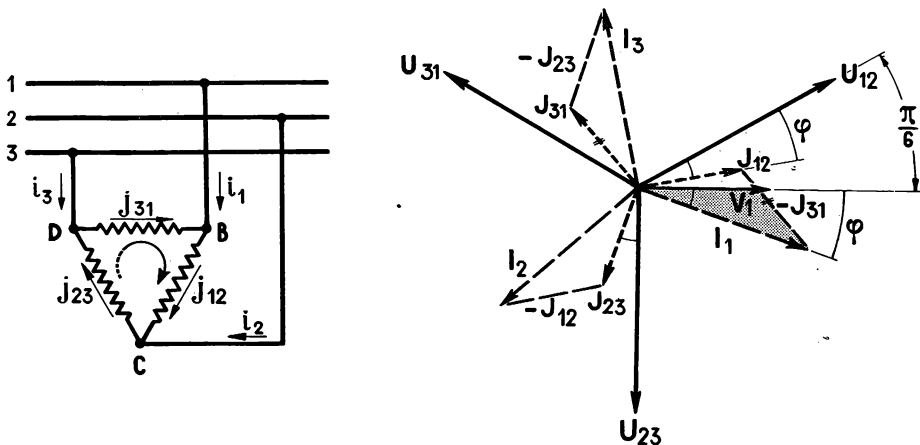
Ces récepteurs sont alimentés sous les tensions composées  $U$ , ils sont parcourus par des courants de même valeur efficace  $J = \frac{U}{Z}$ .



Ces courants, de valeurs instantanées  $j_{12}$ ,  $j_{23}$ , et  $j_{31}$  sont sinusoïdaux, ont même fréquence que les tensions  $u$  et sont respectivement déphasés du même angle  $\varphi$  sur les tensions  $u_{12}$ ,  $u_{23}$  et  $u_{31}$  (résultats contrôlables avec un oscilloscope). Ils constituent un système de courants triphasés de vecteurs représentatifs  $\vec{J}_{12}$ ,  $\vec{J}_{23}$  et  $\vec{J}_{31}$ .

### b. Courants dans les fils de ligne.

Des ampèremètres montrent que les fils de ligne sont parcourus par des courants de valeur efficace  $I = J \times 1,73$ .



Nous pouvons appliquer à chaque sommet du triangle BCD la loi d'addition des courants en valeurs instantanées avec les orientations suivantes :

- sur un fil de ligne, du réseau vers le récepteur,
- sur les côtés du triangle, sens de la maille BCD dans l'ordre des phases.

Nous en déduisons les relations entre les vecteurs représentatifs.

Au sommet B  $i_1 + j_{31} = j_{12}$  d'où  $i_1 = j_{12} - j_{31}$  et  $\vec{I}_1 = \vec{J}_{12} - \vec{J}_{31}$

Au sommet C  $i_2 + j_{12} = j_{23}$  d'où  $i_2 = j_{23} - j_{12}$  et  $\vec{I}_2 = \vec{J}_{23} - \vec{J}_{12}$

Au sommet D  $i_3 + j_{23} = j_{31}$  d'où  $i_3 = j_{31} - j_{23}$  et  $\vec{I}_3 = \vec{J}_{31} - \vec{J}_{23}$ .

Nous pouvons donc construire les vecteurs  $I$  représentant les courants en ligne à partir des vecteurs  $J$  représentant les courants dans les récepteurs.

$\vec{J}_{12}$  et  $-\vec{J}_{31}$  forment les côtés d'un triangle isocèle d'angle au sommet  $\frac{2\pi}{3}$  par suite  $I = J\sqrt{3}$ . Telle est la relation entre valeurs efficaces ou entre valeurs maximums. Les courants  $I$  forment un système triphasé.

*Nous remarquons que chaque courant en ligne  $I$  présente sur la tension simple correspondante  $V$  le même déphasage  $\varphi$  qu'un courant  $J$  dans un récepteur sur la tension composée  $U$  à ses bornes. Cet angle  $\varphi$  caractérise le système des trois éléments récepteurs identiques ;  $\cos \varphi$  est le facteur de puissance de chaque élément et du système récepteur.*

### Remarques.

Si les trois éléments récepteurs ne sont pas identiques, le montage n'est pas équilibré.

Les courants  $J$  n'ont pas en général même valeur efficace et même déphasage par rapport aux tensions  $U$ .

Les courants  $I$  en ligne sont en général différents et déphasés différemment par rapport aux tensions  $V$ .

On résoudra chaque problème particulier par composition vectorielle en appliquant la loi d'addition des courants aux sommets BCD du triangle.

## III. — EXPRESSION DE LA PUISSANCE

### I. — MONTAGES ÉQUILIBRÉS

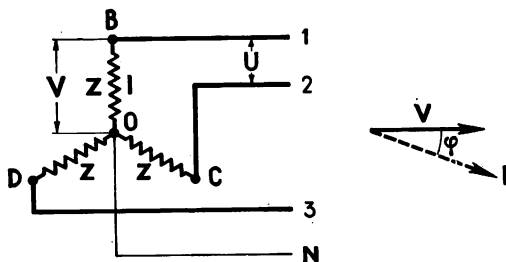
Éléments récepteurs identiques.

#### a. Montage en étoile.

Nous pouvons appliquer à chaque récepteur les lois du courant alternatif monophasé.

Pour chaque élément récepteur : puissance active  $P_1 = VI \cos \varphi$  ( $\cos \varphi$  est le facteur de puissance du récepteur,  $\varphi$  déphasage de  $I$  sur  $V$ ).

Pour l'ensemble  $P = 3 P_1 = 3 VI \cos \varphi$ .



On peut exprimer cette puissance en fonction de la tension composée  $U = V\sqrt{3}$ , d'où  $P = UI\sqrt{3} \cos \varphi$ , exprimée en watts.

De même la puissance réactive mise en jeu dans ce montage est

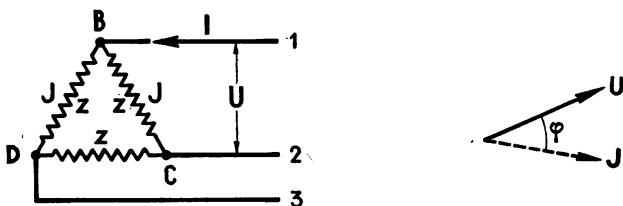
$$Q = UI\sqrt{3} \sin \varphi, \text{ exprimée en vars.}$$

### b. Montage en triangle.

Pour chaque élément récepteur  $P_1 = UJ \cos \varphi$ .

( $\varphi$  est ici le déphasage de  $J$  sur la tension  $U$  correspondante).

Pour l'ensemble  $P = 3 P_1 = 3 UJ \cos \varphi$ .



On peut exprimer cette puissance en fonction du courant en ligne  $I = J\sqrt{3}$ , d'où  $P = UI\sqrt{3} \cos \varphi$ , exprimée en watts.

De même la puissance réactive mise en jeu est

$$Q = UI\sqrt{3} \sin \varphi, \text{ exprimée en vars.}$$

### Remarques.

1° Pour deux montages équilibrés en étoile et en triangle nous trouvons la même expression de la puissance  $P = UI\sqrt{3} \cos \varphi$ , dans laquelle  $U$  est la tension entre deux fils de phase,  $I$  le courant dans chaque fil de ligne et  $\cos \varphi$  le facteur de puissance des récepteurs identiques.

2° Un même récepteur triphasé, d'impédance constante absorbe trois fois plus de puissance s'il est monté en triangle que s'il est monté en étoile sur le même réseau.  
En effet :

— en triangle chaque élément est alimenté à la tension  $U$ ,

$$J = \frac{U}{Z}, \quad I = J\sqrt{3} = \frac{U\sqrt{3}}{Z}, \quad \text{pour l'ensemble } P = \frac{3U^2}{Z} \cos \varphi = \frac{3U^2}{R}.$$

— en étoile chaque élément est alimenté à la tension  $V$ ,

$$I = \frac{V}{Z}, \text{ pour l'ensemble } P = \frac{3V^2}{Z} \cos \varphi = \frac{U^2}{Z} \cos \varphi = \frac{U^2}{R}.$$



## 2. — MONTAGES NON ÉQUILIBRÉS.

Les éléments récepteurs ne sont pas identiques.

### a. Montage en étoile avec fil neutre.

Chaque élément récepteur est alimenté à la tension  $V$ , ils absorbent  $I_1 = \frac{V}{Z_1}$ ,  $I_2 = \frac{V}{Z_2}$  et  $I_3 = \frac{V}{Z_3}$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ , et  $\varphi_3$  sont les déphasages des courants  $I$  sur les tensions  $V$ , (suivant le facteur de puissance de chacun). La puissance active mise en jeu par l'ensemble est  $P = \Sigma VI \cos \varphi$ .

La puissance réactive pour l'ensemble est  $Q = \Sigma VI \sin \varphi$ .

### b. Montage en étoile sans fil neutre.

Les courants  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  absorbés par les trois éléments sont en général différents ainsi que les tensions  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  entre chaque fil de phase et le point commun  $O$ .

Si le point  $O$  est accessible on peut mesurer  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$  ou est ramené au cas précédent  $P = \Sigma VI \cos \varphi$  et  $Q = \Sigma VI \sin \varphi$ .

Si le point  $O$  n'est pas accessible il faut calculer  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$ , le problème peut être étudié dans chaque cas :

Seules les tensions composées  $U$  sont données ;

les relations  $\vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ ,  $\vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$  et  $\vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$  sont toujours valables ;  
 $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 0$  puisqu'il n'y a pas de fil neutre.

### c. Montage en triangle.

Chaque récepteur est soumis à une tension  $U$  et absorbe un courant  $J = \frac{U}{Z}$  avec un déphasage  $\varphi$  déterminé par son facteur de puissance.

Pour l'ensemble  $P = \Sigma UJ \cos \varphi$  et  $Q = \Sigma UJ \sin \varphi$ .

## IV. — MESURE DE LA PUISSANCE

### Règle générale.

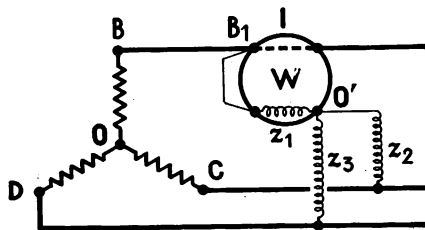
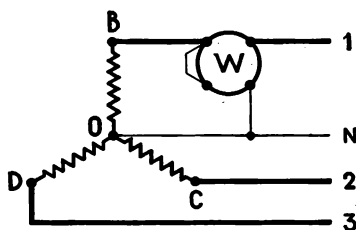
Si l'on peut connecter directement un wattmètre aux bornes de chaque élément récepteur on obtiendra les puissances partielles absorbées  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$ , pour l'ensemble  $P = P_1 + P_2 + P_3$ .

## I. — MONTAGES ÉQUILIBRÉS

Un seul wattmètre suffit.

### a. Montage en étoile avec fil neutre.

Les puissances distribuées entre chaque phase et le neutre sont égales, il suffit d'en mesurer une soit  $P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi$ , pour l'ensemble  $P = 3P_1$ .



### b. Montage en étoile sans fil neutre.

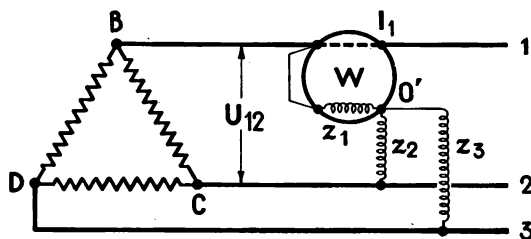
Si le point commun O est accessible on est amené au cas précédent (O et N étant au même potentiel).

Si le point commun O n'est pas accessible, on peut créer un point neutre artificiel O' en utilisant trois impédances élevées identiques,  $z_1, z_2, z_3$ , parmi lesquelles  $z_1$  est constituée par le circuit fil fin du wattmètre utilisé sur la première phase par exemple.

Le wattmètre indique alors  $P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi$ ; pour l'ensemble  $P = 3P_1$ .

### c. Montage en triangle.

On peut, comme dans le cas précédent, faire un point neutre artificiel O'.



Le wattmètre mesure  $P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1$  où  $\varphi_1$  est le déphasage de  $I_1$  sur  $V_1$ . Or, nous savons que ce déphasage  $\varphi_1$  est le même que celui du courant  $J_{12}$  sur la tension  $U_{12}$  (courant et tension relatifs à ce premier récepteur).

Le récepteur absorbe  $U_{12} J_{12} \cos \varphi_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = P_1$  mesurée.

Pour l'ensemble des trois récepteurs  $P = 3P_1$ .

## 2. — MONTAGES NON ÉQUILIBRÉS

### a. On peut utiliser trois wattmètres.

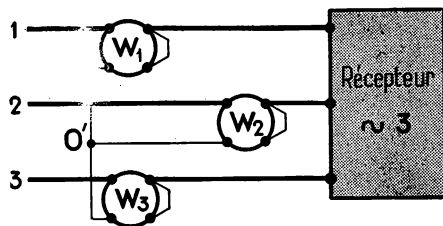
1° *Distribution à quatre fils.* Montage en étoile : Il y a indépendance des trois circuits entre phases et neutre. Un wattmètre connecté entre chaque phase et le neutre mesure la puissance absorbée par un élément récepteur. La puissance totale mise en jeu est  $P = P_1 + P_2 + P_3$ .

2° *Distribution à trois fils,* montage en étoile ou en triangle. On peut monter trois wattmètres identiques sur chaque fil de phase, les circuits fil fin,  $z_1, z_2, z_3$ , constituant un neutre artificiel  $O'$  on lit  $P_1, P_2$  et  $P_3$ .

La puissance totale est

$$P = P_1 + P_2 + P_3.$$

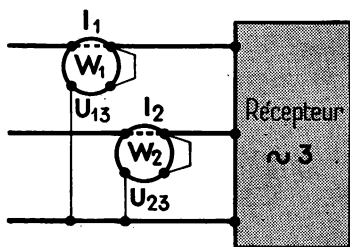
Les indications des wattmètres ne dépendent que des grandeurs  $I$  et  $V$ , mesurées extérieurement aux éléments récepteurs. Chaque lecture ne correspond pas en général à la puissance absorbée par chaque élément ; on démontre que la somme de ces lectures mesure cependant la puissance totale mise en jeu.



### b. Méthode des deux wattmètres.

1° *Cas général.*

*Cette méthode est utilisable pour tout récepteur triphasé quelle que soit l'association intérieure de ses éléments.*



Les deux wattmètres  $W_1$  et  $W_2$  ont respectivement leurs circuits intensité en série sur les fils de phase 1 et 2, et leurs circuits tension en dérivation entre les fils de phase 1 et 3 d'une part et 2 et 3 d'autre part (la correspondance des bornes doit être respectée pour assurer le même sens relatif des courants dans les enroulements intensité et tension des wattmètres. On choisira donc des wattmètres de même type).

Les puissances instantanées mises en jeu dans les trois phases sont :

$$p_1 = e_1 i_1, \quad p_2 = e_2 i_2, \quad p_3 = e_3 i_3.$$

A chaque instant la puissance totale instantanée est  $p = p_1 + p_2 + p_3$ .

Comme il n'y a pas de fil neutre  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$  soit  $i_3 = -(i_1 + i_2)$  et  $p_3 = -v_3(i_1 + i_2)$ ,

donc  $p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 = i_1(v_1 - v_3) + i_2(v_2 - v_3)$

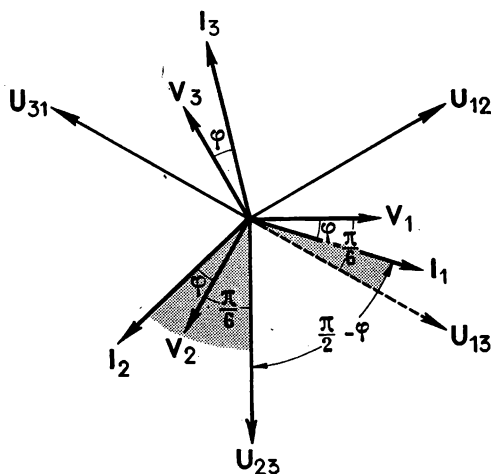
c'est-à-dire  $p = i_1 u_{13} + i_2 u_{23}$ .

La valeur moyenne de cette puissance totale est donc

$$P = \underbrace{U_{13} I_1 \cos(\vec{U}_{13}, \vec{I}_1)}_{P_1} + \underbrace{U_{23} I_2 \cos(\vec{U}_{23}, \vec{I}_2)}_{P_2}$$

$P_1$  et  $P_2$  sont précisément les puissances moyennes partielles mesurées par chacun des deux wattmètres.

2° Dans le cas d'un montage équilibré.



$P_1$  mesure  $UI \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right)$ ,

$P_2$  mesure  $UI \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)$ .

$P = P_1 + P_2 =$

$= UI \left( \cos \frac{\pi}{6} \cos \varphi + \sin \frac{\pi}{6} \sin \varphi \right.$

$\left. + \cos \frac{\pi}{6} \cos \varphi - \sin \frac{\pi}{6} \sin \varphi \right)$ .

$P = 2UI \cos \frac{\pi}{6} \cos \varphi$

$= UI \sqrt{3} \cos \varphi$ .

Nous retrouverons l'expression générale établie antérieurement.

3° Discussion.

$P_2$  peut devenir : nulle pour  $\varphi = \frac{\pi}{3}$  (dans ce cas  $\frac{\pi}{6} + \varphi = \frac{\pi}{2}$ ), et négative pour  $\varphi > \frac{\pi}{3}$  (dans ce cas  $\frac{\pi}{6} + \varphi > \frac{\pi}{2}$ ); ce dernier cas se présente pour un facteur de puissance  $\cos \varphi < 0,5$ .

*La puissance absorbée par un récepteur est nécessairement positive.*

A priori, au tableau de distribution, l'une quelconque des trois phases peut jouer le rôle de première phase par rapport aux deux autres et l'ordre des deux autres est indéterminé.

Au cours du choix arbitraire que nous faisons dans le montage des deux wattmètres,  $P_1$  peut devenir négative au lieu de  $P_2$ .

#### 4° Méthode pratique.

Un wattmètre n'est gradué que dans un seul sens à partir de zéro ; la déviation de l'aiguille n'est utilisable que dans ce sens (dans l'autre, l'aiguille vient en butée) :

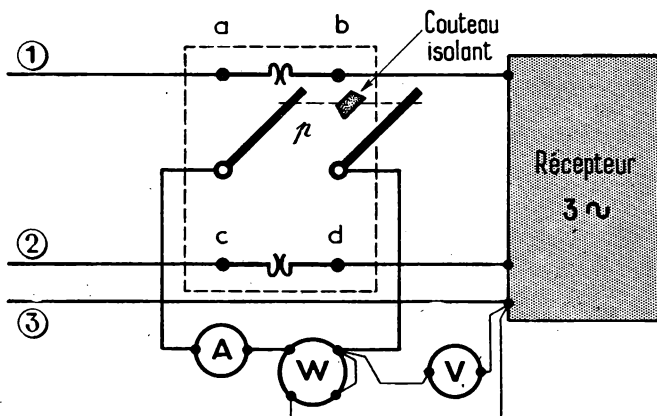
Les deux wattmètres étant connectés comme il a été indiqué :

- 1° Si les deux lectures  $P_1$  et  $P_2$  sont utilisables, la puissance totale est  $P = P_1 + P_2$ .
- 2° Si les deux lectures ne sont pas utilisables (aiguilles en butée), on inverse les connexions aux bornes des deux circuits de tension des wattmètres, on lit alors  $P_1$  et  $P_2$  ; la puissance totale est  $P = P_1 + P_2$ .
- 3° Si l'une des deux lectures est inutilisable, on inverse les connexions aux bornes du circuit tension de ce wattmètre ( $W_2$  par exemple), et on lit alors  $P_2$ .

La puissance totale mise en jeu est  $P = |P_1 - P_2|$ .

#### Utilisation d'un seul wattmètre et d'un commutateur de wattmètre.

Si le régime est constant pendant un intervalle de temps assez long pour effectuer deux mesures, on peut, à l'aide d'un commutateur spécial, utiliser un seul wattmètre qui se trouvera successivement connecté à la place de  $W_1$  et de  $W_2$ .



Suivant la position des couteaux en ① ou en ②, une plaquette isolante  $p$  ouvre l'élément en court-circuit  $ab$  ou  $cd$  placés sur la phase ① et la phase ② de manière à faire passer  $I_1$  ou  $I_2$  dans le circuit intensité du wattmètre. En même temps la tension  $U_{13}$  ou la tension  $U_{23}$  se trouve connectée aux bornes du circuit tension du wattmètre.

### Remarques.

1° Dans le cas d'un montage équilibré.

$$P_1 = UI \cos \left( \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \quad P_2 = UI \cos \left( \frac{\pi}{6} + \varphi \right)$$

$$P_1 - P_2 = 2UI \sin \varphi \sin \frac{\pi}{6} = UI \sin \varphi$$

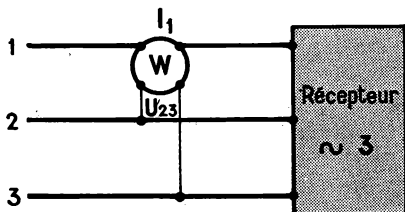
La puissance réactive mise en jeu est  $Q = \sqrt{3} \times (P_1 - P_2)$ .

D'autre part  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}$  peut s'écrire  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{3} (P_1 - P_2)}{P_1 + P_2}$ .

Dans ces expressions  $P_1$  et  $P_2$  sont considérées en valeurs algébriques :

- toutes deux positives si les déviations initiales des wattmètres sont de même sens ;
- la plus grande en valeur absolue étant positive et l'autre négative si les déviations initiales des wattmètres sont de sens contraires.

2° Un wattmètre dont le circuit intensité est monté en série sur une phase et le circuit tension en dérivation entre les deux autres phases, mesure par exemple



$$I_1 U_{23} \cos (\vec{I}_1, \vec{U}_{23})$$

c'est-à-dire

$$UI \cos \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) = UI \sin \varphi.$$

Le wattmètre mesure donc  $\frac{Q}{\sqrt{3}}$ .

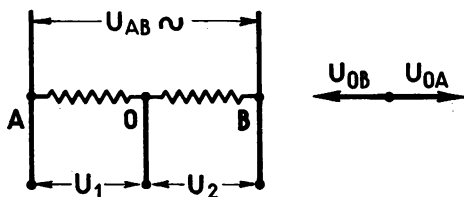
## V. — GÉNÉRALISATION : TENSIONS ET COURANTS POLYPHASÉS

### 1. — DÉFINITION

$n$  tensions alternatives sinusoïdales, de même fréquence, de même valeur efficace, respectivement décalées dans le temps de  $\theta = \frac{T}{n}$ , c'est-à-dire déphasées de  $\varphi = \frac{2\pi}{n}$ , constituent un système de tensions polyphasées à  $n$  phases. On définirait de même un système de  $n$  courants polyphasés.

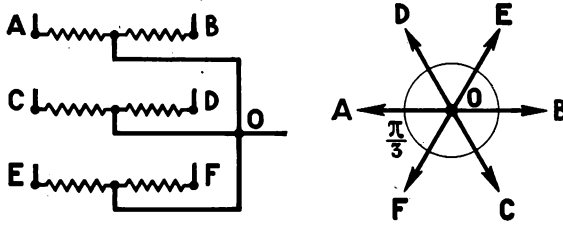
### 2. — EXEMPLES

a. On peut obtenir deux tensions  $U_1$  et  $U_2$  déphasées de  $\pi$ , c'est-à-dire en opposition en prenant un point milieu  $O$  sur un potentiomètre  $AB$  alimenté sous tension alternative  $U$  sinusoïdale



(ou sur le secondaire  $A_2B_2$  d'un transformateur monophasé. Le primaire étant alimenté par  $U_1 \sim$ ). Les tensions  $U_{OA}$  et  $U_{OB}$  directement opposées forment un *système biphasé*.

- b. D'une manière analogue, à l'aide de trois dispositifs semblables, alimentés sous trois tensions triphasées, les points milieux réunis à un point commun O, on obtient un système de *tensions hexaphasées*  $\vec{U}_{OA}$ ,  $\vec{U}_{OF}$ ,  $\vec{U}_{OC}$ ,  $\vec{U}_{OB}$ ,  $U_{OE}$ ,  $U_{OD}$  égales et déphasées de  $\frac{\pi}{3}$ .



De tels montages sont souvent utilisés dans les appareils redresseurs, (voir chapitre 18).

### c. Distributions diphasées.

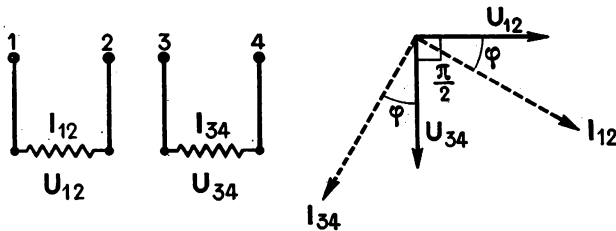
Certains réseaux utilisent encore :

- 1° Une distribution à quatre fils, fournissant deux tensions en quadrature.

Par exemple

$$U_{12} = U_{34} = 220 \text{ V.}$$

Deux récepteurs indépendants, de même impédance  $Z$ , seront parcourus par les courants  $I_{12} = I_{34} = \frac{U}{Z}$  en quadrature et déphasés de  $\varphi$  sur les tensions correspondantes ; la puissance mise en jeu dans l'ensemble sera  $P = P_1 + P_2 = 2UI \cos \varphi$ .



- 2° Une distribution à trois fils fournissant deux tensions en quadrature  $U_{AO} = U_{BO}$  respectivement entre une borne A ou B et un point commun O.

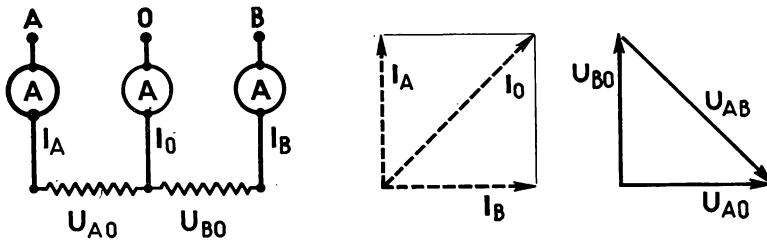
La tension entre A et B,  $U_{AB} = U_{AO}\sqrt{2}$ .

Les courants  $I_A$  et  $I_B$  parcourant deux récepteurs connectés entre A et O d'une part, et B et O d'autre part, se composent dans le fil commun de retour  $\vec{I}_O = \vec{I}_A + \vec{I}_B$ .

Si les récepteurs sont identiques  $I_A = I_B$  et  $I_O = I_A\sqrt{2}$ .

La puissance mise en jeu et  $P = P_A + P_B$ , ( $P_A$  et  $P_B$  absorbées par chacun des récepteurs); pour des récepteurs identiques de facteur de puissance  $\cos \varphi$ ,

$$P = 2 P_A = 2 I_A U_{AO} \cos \varphi = I_O U_{AB} \cos \varphi.$$

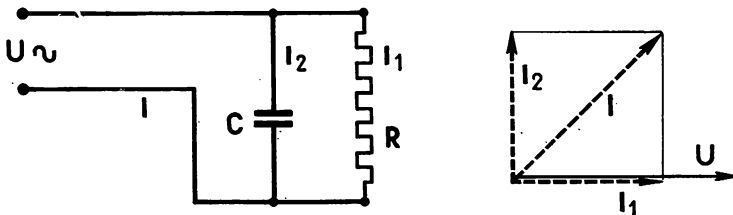


### 3° Courants déphasés artificiels.

Disposant d'une tension  $U_{\sim}$  monophasée, on peut obtenir deux courants  $I_1$  et  $I_2$  sensiblement déphasés en utilisant deux récepteurs appropriés alimentés en parallèle à la même tension  $U$ .

L'un est, par exemple, une résistance  $R$ ; il est parcouru par le courant  $I_1$ . L'autre, une capacité  $C$  ou une inductance (de très faible résistance), est parcouru par le courant  $I_2$ .

De tels dispositifs sont utilisés en particulier pour le démarrage de moteurs monophasés.



En général il n'est pas indispensable que ces courants soient rigoureusement égaux en valeur efficace et exactement déphasés de  $\frac{\pi}{2}$ .



## EXERCICES

1. — Un commutateur permet de monter en étoile ou en triangle les trois résistances identiques  $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \, \Omega$  d'un four alimenté par un réseau triphasé assurant une tension  $U = 200 \, \text{V}$  entre phases. Calculer pour chacun de ces deux montages le courant qui traverse chaque résistance, le courant en ligne et la puissance du four.

**Réponses :** en étoile  $I = 11,5 \, \text{A}$ ,  $P = 4 \, \text{kW}$ ; en triangle  $J = 20 \, \text{A}$ ,  $I = 34,5 \, \text{A}$ ,  $P = 12 \, \text{kW}$ .

2. — Au tableau de distribution d'un atelier arrivent les quatre fils du réseau triphasé 127-220 V, 50 Hz.

L'installation comporte 60 lampes marquées (125-130 V), 40 W et quatre moteurs triphasés identiques (chacun présente 3 bornes d'alimentation), de puissance utile 2 ch, rendement 0,75,  $\cos \varphi = 0,8$ .

a. Faire un schéma de la distribution.

b. Déterminer le courant dans chaque fil d'alimentation d'un moteur.

c. Calculer la dépense pour 6 heures de fonctionnement des quatre moteurs et 3 heures d'éclairage complet; le kWh est facturé 12 F.

**Réponses :** 1 moteur = 6,5 A, 652 F.

3. — Un moteur triphasé a une puissance utile de 5 ch avec un rendement 0,85 et un  $\cos \varphi = 0,8$  quand il est alimenté par un réseau triphasé  $U = 200 \, \text{V}$ , 50 Hz.

Quel doit être le courant nominal des fusibles de protection si on tolère une surcharge de courant de 25 %?

**Réponse :** fusibles marqués 20 A.

4. — a. Une installation d'éclairage comprend 12 lampes marquées 115 V-100 W montées en étoile équilibrée, sur un réseau triphasé  $U$  entre phases = 200 V. Calculer le courant en ligne.

b. On modifie l'installation pour utiliser des lampes marquées 60 W-220 V. Combien de lampes faudra-t-il installer pour absorber la même puissance? on admettra que la résistance d'une lampe varie très peu avec la tension appliquée. Calculer le courant en ligne (CAP).

**Réponses :** a. 3,48 A; b. 24 lampes, 3,46 A.

5. — Une installation de pompage se compose d'une pompe centrifuge dont le rendement est 0,75, élevant 150 litres d'eau par seconde à 15 mètres de hauteur. Cette pompe est entraînée par un moteur asynchrone triphasé alimenté sous 220 V, 50 Hz, entre phases. Le  $\cos \varphi$  à pleine charge du moteur étant 0,75 et son rendement 0,85 on demande :

a. Quelle est l'intensité en ligne?

b. Combien marqueront au bout de 24 heures les compteurs d'énergie active et réactive dont l'installation est munie (CAP)?

**Réponses :** a. 121 A; b. 830 kWh, 730 kvar-h.

6. — a. Une usine, alimentée en courant alternatif triphasé sous 220 V entre phase et neutre, possède 4 moteurs de 9 ch d'un rendement de 0,9 et dont le  $\cos \varphi$  est 0,7, trois moteurs de 4 ch rendement 0,8 absorbant chacun 6 A. On demande :

1° La puissance active de l'installation;

2° Son facteur de puissance.

b. On installe par la suite un four électrique de 5 kW, que devient la puissance réactive de l'installation? Calculer la nouvelle puissance apparente (CAP).

**Réponses :** a. 1° 40,48 kW; 2°  $\cos \varphi = 0,77$ ;

b. puissance réactive inchangée,  $S = 56,85 \, \text{kVA}$  avec  $\cos \varphi = 0,8$ .

7. — Un moteur triphasé de puissance utile 5 ch, de rendement 0,85 avec un  $\cos \varphi = 0,8$  est alimenté par un réseau  $U = 200$  V entre phases.

- a. Représenter les vecteurs : tensions simples, tensions composées, et courants dans chaque fil de phase.
- b. On branche entre les fils de phase 1 et 2 un four électrique monophasé (résistance pure), de puissance thermique 1 thermie/heure. Calculer le courant  $I_f$  absorbé par le four.
- c. Déterminer le courant total dans chaque fil de ligne quand le moteur et le four sont utilisés simultanément (diagramme vectoriel) (BEI).

**Réponses :** a.  $I_1 = I_2 = I_3 = 15,7$  A ; b.  $I_f = 5,8$  A ; c.  $I_1 = 18,7$  A,  $I_2 = 21,5$  A,  $I_3 = 15,7$  A.

8. — Un industriel, dont l'installation fonctionne en courant alternatif triphasé, 220 V, 50 Hz a relevé sur les compteurs d'énergie active et réactive de son installation pour 1 000 h de fonctionnement : énergie active 50 000 kWh, énergie réactive 86 600 kVARh réactifs. Déterminer :

- 1° la puissance active moyenne ; 2° la puissance réactive moyenne ; 3° le  $\cos \varphi$  moyen de l'installation ; 4° l'intensité dans la ligne.

La puissance active restant constante, et le  $\cos \varphi$  moyen étant relevé à 0,9 ( $\sin \varphi = 0,43$ ,  $\tan \varphi = 0,48$ ) à l'aide de condensateurs, déterminer :

- 5° la puissance réactive restante ; 6° la puissance réactive négative fournie par les condensateurs ; 7° l'intensité en ligne (CAP).

**Réponses :** 1° 50 kW ; 2° 86,6 kVAR ; 3°  $\cos \varphi_1 = 0,5$  ; 4° 263 A ; 5° 24 kVAR ; 6° 62,6 kVAR ; 7° 146 A.

9. — Avec les données de l'exercice précédent déterminer chacune des 3 capacités égales, placées aux bornes de l'installation pour améliorer le facteur de puissance, dans le cas où elles sont montées en triangle, et dans le cas où elles sont montées en étoile.

**Réponses :** En triangle  $C_1 = 1\,380\ \mu\text{F}$ , en étoile  $C_2 = 3\,C_1 = 4\,140\ \mu\text{F}$ .

10. — Un atelier est éclairé par 60 lampes 115 V-120 W réparties également sur les trois phases d'une distribution triphasée à trois fils dont la tension entre phases est 200 V, 50 Hz.

- a. Faire le schéma du montage.
- b. Calculer l'intensité du courant en ligne, en déduire la puissance de l'installation.
- c. Calculer les courants dans les fils de ligne et la puissance absorbée en cas de coupure dans un des trois fils de phase par suite du fonctionnement d'un fusible. (On supposera la résistance des lampes constante.)

**Réponses :** a. 3 groupes de 20 lampes en étoile ; b.  $I = 20,9$  A, 7 200 W ; c. 2 groupes (de 20 lampes), en série sous 200 V,  $I_1 = I_2 = 18,2$  A,  $I_3 = 0$ ,  $P = 3\,630$  W (lampes sous-voltées).

11. — Un moteur triphasé est alimenté sous tension  $U = 220$  V (entre phases), 50 Hz. En charge sa puissance utile est 2 ch, on mesure dans ces conditions la puissance électrique absorbée à l'aide d'un wattmètre avec commutateur pour employer la méthode des deux wattmètres. Le cadran du wattmètre porte 150 divisions, on utilise les sensibilités : tension 300 V, courant 10 A ; les deux lectures (déviations de même sens) sont 65,5 et 26 divisions.

Déterminer le rendement du moteur, son facteur de puissance et le courant qu'il absorbe.

**Réponses :**  $\eta = 0,8$ ,  $\cos \varphi \simeq 0,8$ ,  $I = 6$  A.

12. — Dans les conditions de l'exercice précédent quelle lecture ferait-on sur le wattmètre, si son circuit gros fil était en série sur une phase et son circuit fil fin en dérivation entre les deux autres phases ?

**Réponses :** 39,5 divisions.

13. — En appliquant la méthode des deux wattmètres à un récepteur triphasé équilibré qui absorbe 1 200 W avec un  $\cos \varphi = 0,707$  quelles sont les puissances  $P_1$  et  $P_2$  lues sur les deux appareils ?

**Réponses :**  $P_1 = + 946 \text{ W}$ .  $P_2 = + 254 \text{ W}$ .

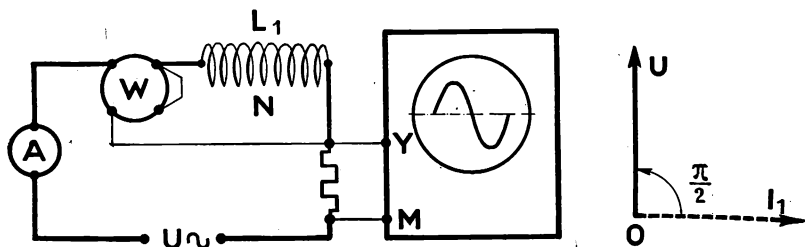


## II. — Circuit magnétique en flux alternatif

### I. — ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

- a. Alimentons sous une tension sinusoïdale  $U$  une bobine longue sans noyau, de résistance électrique  $R$  très faible.

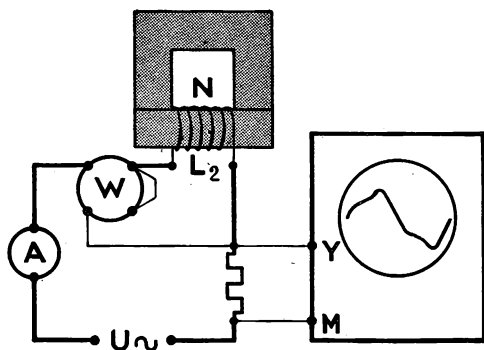
Cette bobine est parcourue par un courant sinusoïdal, de même fréquence que la tension,  $I_1 = \frac{U}{L_1\omega}$  ( $L_1\omega$  est l'impédance de la bobine dont la résistance  $R$  est négligeable devant  $L_1\omega$ ).



Ce courant est mesuré par un ampèremètre, et sa forme est mise en évidence sur l'écran de l'oscilloscope ; le wattmètre indique que la puissance consommée est pratiquement nulle.

C'est le cas, déjà étudié, d'une inductance pure.  $\vec{I}_1$  est en quadrature arrièrè sur  $\vec{U}$  et la puissance mise en jeu

$$P = UI \cos \varphi_1 = 0.$$



- b. Appliquons la même tension  $U$  à un enroulement identique bobiné sur un noyau magnétique fermé, nous constatons que :

1° la valeur  $I_2$  du courant est très inférieure à la valeur  $I_1$  précédente,

2° le courant  $I_2$  périodique, de même fréquence que la tension, n'est plus rigoureusement sinusoïdal,

3° le wattmètre indique une puissance consommée  $P_2$  non nulle.

## II. — INTERPRÉTATION

a. L'inductance  $L$  d'un circuit est définie par  $L = \frac{\Phi}{I}$ , relation dans laquelle  $\Phi = N \Phi_1$  est le *flux total* dans le circuit,  $N$  étant le nombre de spires et  $\Phi_1$  le flux qui traverse chaque spire, ou flux dans le noyau (voir tome I, page 176). L'inductance d'un circuit présentant un noyau magnétique est plus grande que celle du même circuit sans noyau, car pour un même courant d'excitation le flux est plus grand dans le premier cas que dans le second (tome I, page 141).

*Avec noyau l'inductance  $L_2$  est supérieure à l'inductance  $L_1$  sans noyau.*

Pour une même tension  $U$ , le courant  $I_2 = \frac{U}{L_2 \omega}$  est inférieur à  $I_1 = \frac{U}{L_1 \omega}$ .

b. *L'inductance d'une bobine avec noyau n'est pas constante ;*

elle dépend de l'induction magnétique  $B$  qui caractérise le flux. L'induction  $B$  et le flux  $\Phi$  ne sont proportionnels au courant d'excitation que dans la *partie rectiligne de la courbe d'aimantation*. Tant que la saturation n'apparaît pas, l'inductance  $L$  du circuit est pratiquement constante.

Sous tension alternative, le courant varie périodiquement. S'il atteint et dépasse une valeur correspondant au coude de saturation (sur la courbe d'aimantation) l'inductance  $L$  varie, l'impédance  $Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$  du circuit varie,

*le courant n'est plus proportionnel à la tension ; il n'est plus sinusoïdal.*

Cependant, avec des noyaux en tôles d'acier doux au silicium, cas des machines à courants alternatifs, et des courants n'entraînant pas la saturation, ce phénomène de déformation n'intervient pas.

*Dans l'étude qui suivra nous nous placerons toujours dans ce cas et nous pourrions considérer qu'à une tension sinusoïdale aux bornes d'un circuit inductif correspond un courant sinusoïdal dans le circuit.*

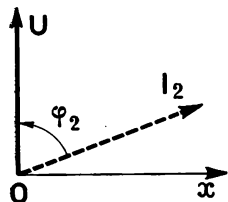
Cette hypothèse est nécessaire pour l'application des lois générales.

c. *Le noyau est traversé par un flux alternatif*

- des courants de Foucault (tome I, page 163) circulent dans le noyau,
- le métal est soumis à des cycles d'hystérésis (tome I, page 144).

Ces deux phénomènes dissipent en chaleur de l'énergie empruntée à la source, le wattmètre mesure la puissance dissipée

$$P_2 = UI_2 \cos \varphi_2 \quad \text{avec} \quad \cos \varphi_2 \neq 0.$$



*Le courant  $I_2$  n'est plus en quadrature arrière sur la tension  $U$ . Le déphasage  $\varphi_2$  est d'autant plus voisin de  $\frac{\pi}{2}$  que les pertes  $P_2$  dans le fer sont plus faibles.*

Nous nous sommes placés dans le cas où la résistance électrique du circuit est très faible, et nous avons négligé les pertes dans le cuivre, par effet Joule.

### III. — LOIS QUANTITATIVES

#### a. **Force contre-électromotrice $E'$ .**

Dans un enroulement de  $N$  spires dont le noyau, à un instant donné est traversé par le flux, de valeur instantanée  $\Phi_1$ , la force contre-électromotrice, créée par la variation du flux est à cet instant :  $e' = -N \frac{d\Phi_1}{dt}$ , ( $e'$  en volts,  $\Phi_1$  en wébers).

En appliquant la loi d'Ohm, aux valeurs instantanées, à ce circuit récepteur  $u - N \frac{d\Phi_1}{dt} = Ri$ .

Dans le cas où la résistance  $R$  est très faible,  $Ri$  est négligeable devant les autres termes, pratiquement  $u = N \frac{d\Phi_1}{dt}$  soit  $u = -e'$ .

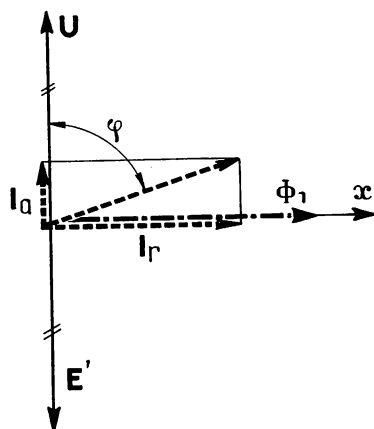
Les grandeurs algébriques  $u$  et  $e'$  sont représentées par des vecteurs  $\vec{U}$  et  $\vec{E}'$  en opposition.

Pour une tension  $u$  sinusoïdale,  $e'$  est sinusoïdale, il en est de même du flux  $\Phi_1$ , fonction dont la dérivée est sinusoïdale.

Nous pouvons représenter sur un diagramme les vecteurs  $\vec{U}$ ,  $\vec{E}'$  et  $\vec{\Phi}_1$ ,  $\vec{\Phi}_1$  est en quadrature arrière sur  $\vec{U}$  (puisque sa dérivée, vitesse de variation, est en phase avec  $\vec{U}$ ,  $u = N \frac{d\Phi_1}{dt}$ , voir chapitre 8, page 86).

En valeurs efficaces, on a

$$U = E' = N\omega\Phi_1.$$



### b. Courant $I$ .

Le vecteur  $\vec{I}$  représentant le courant dans l'enroulement est déphasé en arrière de  $\varphi < \frac{\pi}{2}$  sur la tension  $\vec{U}$ .

La puissance mise en jeu  $P = UI \cos \varphi$  n'est pas nulle (nous l'avons désignée par  $P_2$  dans l'étude expérimentale).

Le vecteur  $\vec{I}$  peut être décomposé en :

$$\vec{I}_a = \vec{I} \cos \varphi, \text{ en phase avec } \vec{U}, \text{ et } \vec{I}_r = \vec{I} \sin \varphi, \text{ en phase avec } \vec{\Phi}_1.$$

### c. Puissance.

Le wattmètre indique  $P = U \times I_a$  exprimée en watts, pour cette raison  $I_a$  est appelée *composante active du courant*; elle correspond à la *puissance consommée par les pertes dans le fer*.

La puissance réactive mise en jeu est  $P = UI \sin \varphi = U \times I_r$ , exprimée en vars. Pour cette raison  $I_r$  est appelée *composante réactive du courant*.

$I_r$  est en phase avec le flux  $\Phi_1$  qui traverse le noyau, elle est considérée comme la seule cause du flux dans le noyau. La notion de puissance réactive trouve ici une signification précise : elle produit le flux alternatif dans le noyau (elle n'existe qu'avec le flux).

*La puissance réactive « magnétise le noyau »,*

*$I_r$  est la composante magnétisante du courant.*

Dans le cas d'un enroulement sans noyau la puissance réactive « magnétise l'air ».

Si le circuit magnétique présente des entrefers, la puissance réactive magnétise le fer et les entrefers.

L'existence d'un flux alternatif dans un circuit magnétique est liée à l'existence d'une composante réactive du courant dans le circuit électrique associé.

#### d. Induction magnétique.

Pour un circuit électrique et un circuit magnétique donnés, l'induction magnétique maximum  $B_{\max.}$  dans le noyau ne dépend que de la tension d'alimentation.

En effet, l'expression  $U = E' = N\omega\Phi_1$  donne  $\Phi_1 = \frac{U}{N\omega}$ , relation entre les valeurs efficaces de  $U$  et de  $\Phi_1$ . On peut écrire

$$B_{\max.} = \frac{\Phi_{1\max.}}{s} = \frac{\Phi_1\sqrt{2}}{s} = \frac{U\sqrt{2}}{N\omega s},$$

( $B$  en  $\text{Wb/m}^2$ ,  $\omega$  en radians par seconde,  $U$  en volts,  $s$  section du noyau en  $\text{m}^2$ ).

*Par exemple* pour  $U = 120 \text{ V}$ , fréquence  $50 \text{ Hz}$ ,  $s = 25 \text{ cm}^2$ ,  $N = 200$  spires.

$$B_{\max.} = \frac{120\sqrt{2}}{200 \times 100\pi \times 0,0025} = 1,08 \text{ Wb/m}^2 \text{ ou } 10\,800 \text{ Gs.}$$

La connaissance de cette valeur  $B_{\max.}$  précise les conditions d'emploi du matériau magnétique.

#### Règle pratique de Boucherot.

La relation précédente peut s'écrire  $E' = U = \frac{B_{\max.} N \omega s}{\sqrt{2}}$ .

Considérons une spire,  $N = 1$ ,

de section  $1 \text{ dm}^2$ ,  $s = 0,01 \text{ m}^2$ ,

soumise, à la fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $\omega = 100 \pi$ , à des variations sinusoïdales de flux, telles que l'induction maximum atteigne  $10^4 \text{ Gs}$ ,  $B_{\max.} = 1 \text{ Wb/m}^2$ , la force électromotrice induite dans cette spire est, en valeur efficace

$$E = \frac{1 \times 1 \times 100\pi \times 0,01}{\sqrt{2}} = 2,22 \text{ volts.}$$



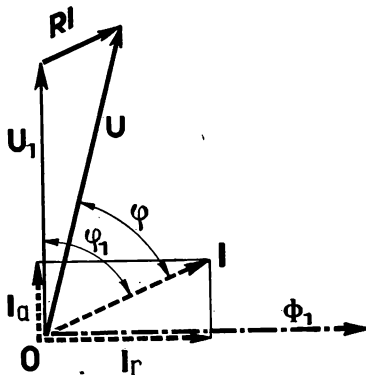
**Généralisation :** Une variation sinusoïdale de l'induction magnétique de fréquence  $f$ , dont l'amplitude est  $B_{\max}$ . (en webers par  $m^2$ ), induit dans un enroulement de  $N$  spires de  $s$   $m^2$  une force électromotrice de valeur efficace

$$E \text{ volts} = 2,22 \times \frac{f}{50} \times \frac{N}{1} \times \frac{B}{1} \times \frac{s}{0,01}.$$

### Remarques.

- 1° Si l'enroulement présente une résistance  $R$  non négligeable, le wattmètre mesure la somme des pertes dans le fer et des pertes dans le cuivre de l'enroulement (par effet Joule).

On peut considérer que l'on a ajouté à l'enroulement précédent (supposé parfait), une résistance non inductive  $R$  en série, parcourue par le courant  $I$ . Le diagramme des vecteurs peut être complété :  $\vec{U}_1$  étant la tension aux bornes de l'enroulement supposé parfait, la tension réelle appliquée est  $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{RI}$ . Le courant  $I$  est en retard de  $\varphi_1$  sur  $U_1$  et de  $\varphi$  sur  $U$ , le wattmètre mesure  $P = UI \cos \varphi$ .



- 2° Le choix des matériaux à cycle d'hystérésis étroit et l'emploi de noyaux feuilletés ont pour but de réduire les pertes dans le fer, qui croissent avec l'induction  $B_{\max}$ .

Les constructeurs caractérisent chaque matériau par la valeur de ces pertes, pour une induction maximum d'emploi  $B_{\max}$ , et pour une fréquence donnée.

Par exemple, un noyau de qualité moyenne consomme 3 watts par kilogramme pour une fréquence 50 Hz et pour  $B_{\max} = 1,2 \text{ Wb/m}^2$  ou 12 000 Gs.

### EXERCICE

Un circuit magnétique fermé, en tôles douces, de section utile  $62 \text{ cm}^2$ , de longueur moyenne 70 cm, porte un enroulement de 200 spires. On dispose sur l'alimentation de ce circuit, les appareils de mesure voltmètre, ampèremètre et wattmètre qui marquent respectivement 220 V, 1,4 A, 77 W ; la tension d'alimentation est sinusoïdale de fréquence 50 Hz.

a. On néglige la résistance électrique de l'enroulement :

- 1° déterminer le facteur de puissance de ce récepteur, ainsi que les composantes active  $I_a$  et réactive  $I_r$  du courant.
- 2° Calculer la valeur de l'induction magnétique maximum  $B_{\max}$ . (qui caractérise les conditions de travail du noyau), ainsi que la valeur efficace  $\Phi_{\text{eff}}$  du flux dans le noyau.
- 3° Représenter le diagramme vectoriel des grandeurs efficaces : tension aux bornes  $U$ , force contre-électromotrice d'autoinduction  $E'$ , flux magnétique, courant  $I$ , et ses composantes  $I_a$  et  $I_r$ .
- 4° Déterminer le coefficient d'autoinduction de cet enroulement avec noyau, dans les conditions données, noyau non saturé ( $E' = L\omega I_r$ ).

b. La longueur moyenne d'une spire est 35 cm, le diamètre de section du fil est 1,2 mm, en cuivre de résistivité  $\rho = 1,8 \mu\Omega\text{cm}$ . Séparer les pertes par effet Joule dans le cuivre, des pertes dans le fer du noyau, et déterminer les pertes dans le fer par kilogramme du noyau dans les conditions de l'expérience (poids spécifique du noyau  $7,8 \text{ kg/dm}^3$ ).

**Réponses :** a.  $\cos \varphi = 0,25$ ,  $I_a = 0,35 \text{ A}$ ,  $I_r = 1,36 \text{ A}$ ,  $B =_{\text{max}} 0,8 \text{ Wb/m}^2$ ,  $\Phi_{\text{eff.}} = 0,0035$

$\text{Wb}$ ,  $L = 0,51 \text{ H}$  ;

b. pertes Joules environ 2 W ; pertes fer 75 W, soit 2,2 W/kg.



## 12. — Transformateur monophasé

### 1. — INTÉRÊT DES TRANSFORMATEURS

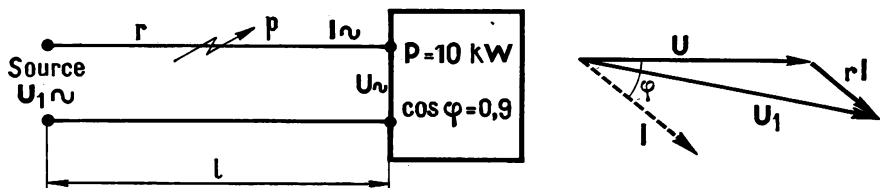
Les problèmes de la production, du transport et de l'emploi de l'énergie électrique dans les meilleures conditions économiques ont montré la nécessité d'utiliser des tensions différentes pour ces diverses fonctions.

#### 1. — TRANSPORT

Le transport de l'énergie électrique entraîne une « *perte de puissance en ligne* » par effet calorifique et une « *chute de tension en ligne* ».

Pour une puissance utile  $P$  transportée, la perte en ligne ne doit pas dépasser une certaine limite par exemple  $p = 5 \%$  de  $P$ .

Étudions un problème concret : soit à transporter  $P = 10 \text{ kW}$  à une distance  $l = 5 \text{ km}$ , pour être utilisée dans une installation de facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,9$  ; la perte admissible est  $p = 500 \text{ W}$ .



1° Pour une tension à l'arrivée  $U_1 = 220 \text{ V}$  :

$$\text{courant en ligne } I_1 = \frac{P}{U_1 \cos \varphi} = 50 \text{ A environ,}$$

$$\text{résistance acceptable de la ligne } r_1 = \frac{p}{I_1^2} = 0,2 \, \Omega,$$

chute de tension correspondante  $u_1 = r_1 I_1 = 10 \text{ V}$  environ soit  $4,5 \%$  de  $U_1$  (en supposant la ligne uniquement résistante, cette chute de tension  $U_1$  est en phase avec  $I_1$  et non avec  $U_1$ ).

2° Pour une tension à l'arrivée  $U_2 = 2\,200\text{ V}$  :

courant en ligne  $I_2 = \frac{P}{U_2 \cos \varphi} = 5\text{ A}$  environ,

résistance acceptable de la ligne  $r_2 = \frac{p}{I_2^2} = 20\ \Omega$ ,

chute de tension correspondante  $u_2 = r_2 I_2 = 100\text{ V}$  environ soit 4,5 % de  $U_2$ .

*Comparons ces deux solutions :*

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{p}{I_1^2} \cdot \frac{I_2^2}{p} = \frac{I_2^2}{I_1^2} = \frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{1}{100}.$$

La distance  $l$  étant la même dans les deux cas, la résistance  $r = \rho \frac{2l}{s}$  est inversement proportionnelle à la section du fil (supposé de même métal dans les deux cas).

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{s_2}{s_1} = \frac{1}{100}.$$

Dans ces conditions, la section de la ligne est inversement proportionnelle au carré de la tension  $U$  à l'arrivée.

Pour du cuivre de résistivité  $\rho = 1,6\ \mu\ \Omega\text{ cm}^2/\text{cm}$  on aura  $s_1 = 8\text{ cm}^2$  et  $s_2 = 8\text{ mm}^2$ . La première solution correspond à un gros câble de 3,2 cm de diamètre, la seconde à un fil de 3,2 mm de diamètre.

Plus généralement si  $v$  est le volume du cuivre, avec les notations précédentes :

$$p = \frac{4\rho P^2}{v} \left( \frac{l}{U \cos \varphi} \right)^2.$$

*Pour diminuer le poids du cuivre, l'importance des poteaux et des supports, c'est-à-dire le prix de l'établissement de la ligne, il y a intérêt à transporter l'énergie électrique à tension élevée, surtout pour les grandes distances.*

## 2. — MULTIPLES TENSIONS UTILISÉES

La sécurité d'emploi, la réalisation de bons isollements, imposent dans les appareils de production et d'utilisation, des tensions de l'ordre de 10 000 V à la production, et de 127 ou 220 V à l'utilisation.

Le problème du transport a pu être résolu grâce à des appareils à très haut rendement (voisin de 98 %), que sont les *transformateurs statiques*.

Pour le transport d'énergie électrique à grande distance on utilise des tensions de 150 et 220 kV ; la moyenne distribution est effectuée à des tensions de quelques milliers de volts.

D'autre part certains usages nécessitent des tensions différentes de la basse tension 127-220 V, distribuée aux abonnés. Par exemple :

- les sonneries, la soudure électrique, les appareils prévus sous tension de sécurité (24 V), utilisent de très basses tensions.
- les tubes à gaz, les récepteurs de radio et télévision, utilisent des moyennes et hautes tensions (quelques centaines ou quelques milliers de volts).

*On est amené à réaliser divers étages de tension à l'aide de transformateurs statiques.*

Cette solution implique la distribution de l'énergie électrique en courant alternatif.

- Les transformateurs statiques ne subissent aucune usure ni dérèglement ; ils n'exigent pratiquement ni surveillance, ni entretien.

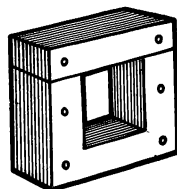
## II. — ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

### I. — RÉALISATION

Un transformateur statique monophasé comporte :

- a. **Un circuit magnétique fermé**, constitué par un empilage de tôles douces au silicium (pour réduire les pertes dans le fer par courants de Foucault et par hystérésis). Ce circuit peut présenter différentes formes suivant la disposition des noyaux et des culasses de raccordement.

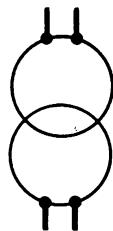
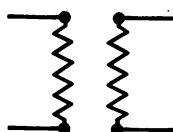
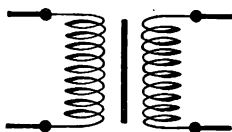
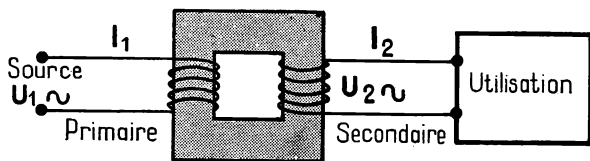
Démontable, pour la mise en place des bobines, ce circuit magnétique présente des joints laissant des entrefers aussi réduits que possible.



- b. **Deux enroulements**, isolés l'un de l'autre et isolés de la masse du circuit magnétique.

*L'enroulement primaire est récepteur ; il est alimenté par la source à la tension sinusoïdale  $U_1$ .*

*L'enroulement secondaire est générateur ; il fournit la tension sinusoïdale  $U_2$  au circuit d'utilisation.*



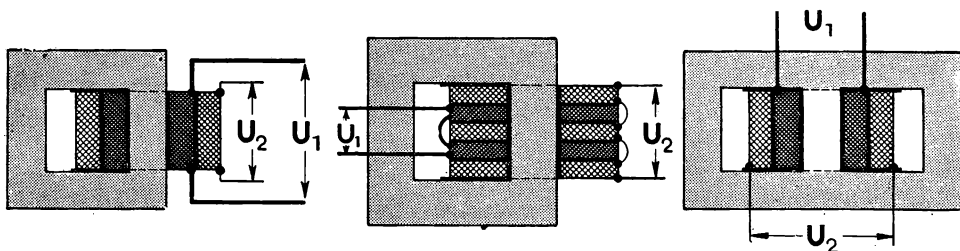
Symboles de transformateurs monophasés

si  $U_2 > U_1$ , le transformateur est élévateur de tension ;

si  $U_2 < U_1$ , le transformateur est abaisseur de tension.

En général, pour diminuer les fuites de flux, ces deux enroulements sont :

- soit superposés concentriquement ; dans ce cas, l'enroulement de plus basse tension est souvent à l'intérieur pour des raisons d'isolement de la masse.
- soit juxtaposés en galettes alternées, les galettes extrêmes appartenant au circuit de plus haute tension.



## 2. — MESURES

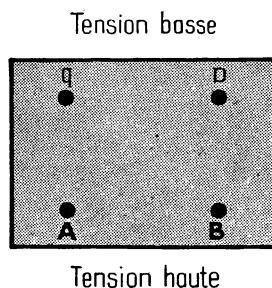
### a. Désignation de l'appareil.

Transformateur monophasé de faible puissance, élévateur de tension :

— fréquence d'emploi 50 Hz,

— puissance nominale 2 kVA ; c'est la puissance apparente disponible au secondaire dans les conditions normales d'utilisation, correspondant à un échauffement normal non préjudiciable aux isolants.

— tension en charge 110-140 V (désignées dans l'ordre  $U_1$  au primaire,  $U_2$  au secondaire), les bornes AB correspondant à la tension plus élevée, les bornes ab à la tension plus faible.



### b. Résistances des circuits.

mesurées à froid : primaire 0,12  $\Omega$ , secondaire 0,17  $\Omega$ ,

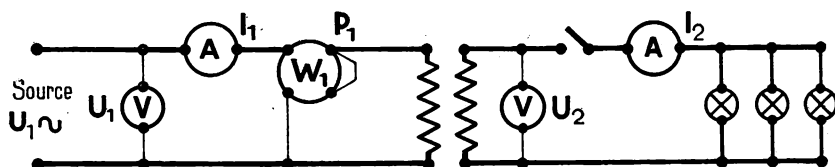
mesurées à chaud (c'est-à-dire après un certain temps de fonctionnement), température de régime atteinte : primaire 0,15  $\Omega$ , secondaire 0,21  $\Omega$ .

### c. Essai à vide (à la fréquence 50 Hz).

Le primaire à la tension  $U_1 = 110$  V absorbe le courant  $I_0 = 1,5$  A.

Le secondaire en circuit ouvert présente à ses bornes la tension  $U_2 = 144$  V.

Le wattmètre indique la puissance consommée  $P_0 = 84$  W (pertes dans le fer, et très faibles pertes par effet Joule dans le primaire).



d. **Essai en charge** (au primaire  $U_1 = 110 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ ).

Le secondaire alimente un rhéostat de lampes. En augmentant progressivement le nombre de lampes (en parallèle), nous obtenons un *courant secondaire*  $I_2$  croissant de zéro à  $14 \text{ A}$ . Au cours de cette opération (de durée suffisante pour que la température de régime normal soit atteinte), la *tension d'utilisation*  $U_2$  au secondaire a baissé de  $144$  à  $139 \text{ V}$ .

Le rhéostat, récepteur thermique ( $\cos \varphi_2 = 1$ ) absorbe la *puissance*  $P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = 139 \times 14 = 1\,946 \text{ W}$ .

— Le *courant primaire* est passé de  $I_0 = 1,5 \text{ A}$  à  $I_1 = 21 \text{ A}$ ; le wattmètre, branché sur le circuit primaire indique la *puissance fournie par le réseau*  $P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 2\,150 \text{ W}$ .

Le *rendement du transformateur* dans ces conditions est

$$\eta = \frac{\text{Puissance restituée au secondaire}}{\text{Puissance absorbée au primaire}} = \frac{P_2}{P_1} = 0,90 \text{ environ.}$$

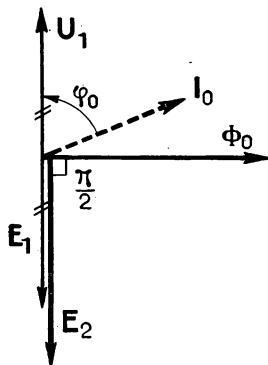
### III. — PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

#### 1. — TRANSFORMATEUR A VIDE

*Le secondaire en circuit ouvert ne débite aucun courant.*

Le primaire, enroulement de  $N_1$  spires, alimenté sous la tension sinusoïdale  $U_1$  est parcouru par le courant  $I_0$ , de même fréquence que  $U_1$ .

Ce courant  $I_0$ , absorbé à vide, est sinusoïdal si le circuit magnétique présente peu d'hystérésis et fonctionne loin de la saturation (ces conditions seront toujours supposées réalisées). Ce courant provoque dans le circuit magnétique un flux  $\Phi_0$  sinusoïdal de même fréquence que lui.



Le secondaire, en circuit ouvert ( $I_2 = 0$ ), ne modifie en rien ce flux.

*L'étude du circuit magnétique, en courant alternatif, faite au chapitre précédent, est applicable au transformateur à vide.*

La résistance  $r_1$  de l'enroulement primaire étant très faible, le produit  $r_1 I_0$  est faible devant la tension  $U_1$ . Nous pouvons écrire la relation, entre valeurs efficaces  $U_1 \simeq E_1 = N_1 \omega \Phi_0$ , dans laquelle  $E_1$  est la force contre-électromotrice induite dans le primaire.



Pour une fréquence donnée le flux  $\Phi_0$  ne dépend que de la tension  $U_1$  d'alimentation du primaire.

La valeur instantanée du flux dans le noyau est  $\Phi = \Phi_0 \sqrt{2} \sin \omega t$ , en prenant ce flux comme origine des phases.

La variation de ce flux crée, dans l'enroulement secondaire de  $N_2$  spires, une force électromotrice sinusoïdale de même fréquence, de valeur instantanée  $e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$ , en quadrature arrière avec le flux, et dont la valeur efficace est  $E_2 = N_2 \omega \Phi_0$ .

Le secondaire, en circuit ouvert, présente à ses bornes une tension sinusoïdale :  $U_2 = E_2$ .

Dans ces conditions nous pourrions écrire

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} \simeq \frac{U_2}{U_1};$$

Posons  $m = \frac{N_2}{N_1}$ , ce rapport des nombres de spires du secondaire et du primaire, est le **rapport de transformation** ; il se mesure par le rapport des tensions secondaire et primaire du *transformateur à vide*.

Si  $m > 1$  le transformateur est élévateur de tension, si  $m < 1$  il est réducteur de tension.

#### Remarque.

Comme nous l'avons vu dans l'étude expérimentale, un wattmètre permet de mesurer la puissance consommée  $p$  par le transformateur à vide. Cette puissance comprend :

$p_1 = r_1 I_0^2$  effet Joule dans l'enroulement primaire,

$p_2 =$  pertes dans le fer du circuit magnétique.

$p_1$ , qui est calculable, est en général négligeable devant  $p_2$ , (nous avons signalé que  $r_1$  et  $I_0$  étaient faibles).

*Le wattmètre, connecté sur le primaire du transformateur à vide, mesure pratiquement les pertes dans le fer.*

$$p_2 \simeq p = U_1 I_0 \cos \varphi_0.$$

$\varphi_0$ , déphasage de  $I_0$  sur  $U_1$  est voisin de  $\frac{\pi}{2}$ .

## 2. — TRANSFORMATEUR EN CHARGE

Un circuit d'utilisation, de facteur de puissance  $\cos \varphi_2$ , est branché aux bornes du secondaire. Celui-ci devient un générateur ; en circuit fermé, il débite un courant  $I_2$  et la tension  $U_2$  à ses bornes varie légèrement.

Le primaire absorbe alors un courant  $I_1$  très supérieur au courant  $I_0$ .

## a. Flux en charge.

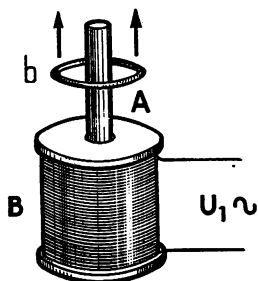
Un transformateur absorbe d'autant plus de puissance au primaire que le secondaire est plus chargé (principe de la conservation de l'énergie). Le mécanisme de ce phénomène peut s'expliquer par la réaction du flux créé par les ampèretours du secondaire.

*A vide* le flux  $\Phi_0$  dans le noyau est produit par les ampèretours  $N_1 I_0$  du primaire.

*En charge* le flux dans le noyau résulte des ampèretours  $N_1 I_1$  du primaire et des ampèretours  $N_2 I_2$  du secondaire.

En général les ampèretours  $N_2 I_2$  du secondaire sont presque opposés à ceux du primaire  $N_1 I_1$ .

*On peut montrer cette opposition par l'expérience suivante :* sur le même noyau A, la bobine primaire B est alimentée sous tension alternative ; la bague b, qui joue le rôle de secondaire est violemment repoussée (deux courants parallèles de sens contraires se repoussent, voir force électrodynamique (tome I, page 22).



L'action des ampèretours secondaires a tendance à diminuer le flux résultant  $\Phi$  dans le noyau, c'est-à-dire à diminuer la force contre-électromotrice du primaire  $E_1 = N_1 \omega \Phi$  (relation entre valeurs efficaces).

La tension  $U_1$  du réseau aux bornes du primaire étant constante, le courant primaire  $I_1$  augmente et fournit des ampèretours compensateurs. Un équilibre s'établit qui stabilise  $E_1$ , puisque  $U_1 \simeq E_1$  (pour un circuit primaire de résistance très faible).

Le flux résultant  $\Phi$  dans le noyau ne dépend donc pratiquement que de la tension  $U_1$  d'alimentation, il conserve donc la valeur  $\Phi_0$  qu'il avait pour  $I_2 = 0$  et  $I_1 = I_0$ , dans le cas du transformateur à vide.

## b. Conséquences.

- 1° La constance, à vide et en charge, de la valeur efficace  $\Phi$  du flux dans le noyau se traduit par la relation vectorielle entre les ampèretours  $\vec{N}_1 \vec{I}_1 + \vec{N}_2 \vec{I}_2 = \vec{N}_1 \vec{I}_0$ .



Pour un bon transformateur de moyenne puissance, à *pleine charge*  $I_1 > 20 I_0$ , dans ce cas  $\overrightarrow{N_1 I_0}$  est faible devant les autres termes, nous pouvons écrire  $\overrightarrow{N_1 I_1} \simeq - \overrightarrow{N_2 I_2}$  c'est-à-dire en valeurs efficaces  $\frac{I_1}{I_2} \simeq \frac{N_2}{N_1} = m$ , rapport de transformation du transformateur.

2° Les pertes dans le fer ne sont dues qu'aux variations de flux dans le circuit magnétique. Pour une tension  $U_1$  et une fréquence  $f$  constantes, ces pertes sont indépendantes de la charge.

Leur valeur  $p = U_1 I_0 \cos \varphi_0$  déterminée à vide reste valable en charge.

### 3. — CHUTE DE TENSION DANS UN TRANSFORMATEUR

A vide nous pouvons mesurer le rapport de transformation  $m = \frac{N_2}{N_1}$  par le quotient  $\frac{U_2}{U_1}$ , c'est-à-dire  $U_2$  à vide  $= m U_1$ .

En charge il n'en est plus de même :

a. Au cours de l'expérience, avec un circuit d'utilisation résistant (rhéostat), nous avons constaté que la tension  $U_2$  a diminué (par rapport à sa valeur à vide) (courbe 1).

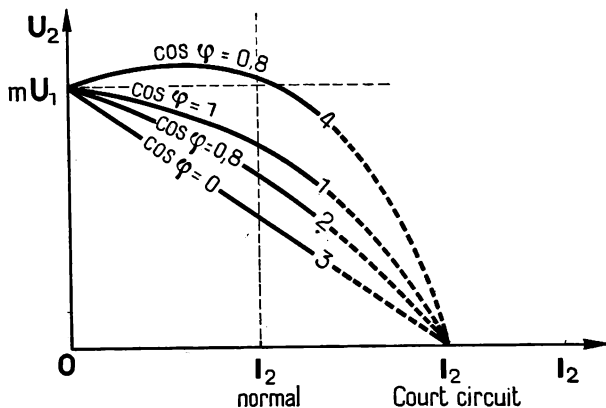
Si le circuit d'utilisation présente de l'inductance, pour un même débit  $I_2$ , nous pouvons constater une diminution plus grande de la tension  $U_2$  (courbes 2 et 3).

Dans ces deux cas on a  $U_2 < m U_1$ .

b. Par contre si nous alimentons des capacités au secondaire, nous pouvons obtenir une tension secondaire  $U_2$  supérieure à sa valeur à vide. Dans ce cas  $U_2 > m U_1$  (courbe 4).

La chute de tension dans le transformateur s'exprime par

$$\Delta U = m U_1 - U_2;$$



(elle s'exprime souvent en pour cent de la valeur  $U_2$  à vide, c'est-à-dire

$$\Delta U \% = \frac{mU_1 - U_2}{mU_1} \times 100.$$

### Exemple.

Pour le transformateur que nous avons étudié, l'essai à vide fournit  $m = \frac{U_2}{U_1}$  à vide =  $\frac{144}{110}$ .

En charge, alimentant le rhéostat de lampes,

$$U_1 = 110 \text{ V}, \quad U_2 = 139 \text{ V pour } I_2 = 14 \text{ A},$$

$$\Delta U = mU_1 - U_2 = 144 - 139 = 5 \text{ V}$$

$$\Delta U \% = \frac{5}{144} \times 100 = 3,5 \% \text{ environ.}$$

*Dans le cas général*, avec circuit d'utilisation résistant et inductif, la chute de tension,  $\Delta U$  est positive, elle croît avec la charge  $I_2$  et avec le déphasage  $\varphi_2$  du courant  $I_2$ , en arrière sur la tension  $U_2$ .

*Dans le cas particulier* où le circuit présente des capacités, à partir d'une certaine valeur  $\varphi_0$  du déphasage  $\varphi_2$  de  $I_2$  en avance sur  $U_2$ ,  $\Delta U$  peut être négative ; elle croît en valeur absolue, avec la charge et avec ce déphasage. Pour  $\varphi_2 = \varphi_0$   $\Delta U = 0$ .

### Application.

Pour obtenir dans des conditions d'emploi déterminées, une tension  $U_2$  en charge au secondaire, le constructeur doit tenir compte de la chute de tension  $\Delta U$ , pour le calcul du rapport

$$m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2 \text{ à vide}}{U_1} = \frac{U_2 \text{ en charge} + \Delta U}{U_1},$$

c'est-à-dire pour la détermination des enroulements primaire et secondaire.

Le nombre  $N_1$  de spires du primaire est déterminé par la tension  $U_1$ , la fréquence  $f$  du réseau, la section  $S$  du noyau (qui dépend de la puissance nominale à mettre en jeu), et les conditions magnétiques d'utilisation du fer

$$\left( B_{\max.} = \frac{U_1 \sqrt{2}}{N_1 \omega S} \quad \text{d'où} \quad N_1 = \frac{U \sqrt{2}}{B_{\max.} \omega S} \right).$$

Le nombre de spires du secondaire est  $N_2 = m \times N_1$ .

### Exemple.

Soit un transformateur réducteur 120 — 24 V, pour lequel la chute de tension prévue dans les conditions normales d'emploi est de 6 %,

$$\text{Soit } \Delta U = \frac{6}{100} \times U_2 \text{ à vide,} \quad \text{donc } 24 \text{ V} = U_2 \text{ en charge} = \frac{94}{100} \times U_2 \text{ à vide}$$

$$U_2 \text{ à vide} = \frac{24 \times 100}{94} \quad m = \frac{24 \times 100}{120 \times 94} = 0,213 \text{ (et non } \frac{24}{120} = 0,2).$$

Si l'enroulement primaire doit présenter  $N_1 = 850$  spires, le secondaire devra comporter  $N_2 = 850 \times 0,213 = 180$  spires (et non  $850 \times 0,2 = 170$ ).

#### 4. — RENDEMENT D'UN TRANSFORMATEUR

Le rendement d'un transformateur est

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1 \cos \varphi_1},$$

Dans un bon transformateur, les valeurs de  $P_2$  et de  $P_1$  en charge normale sont assez voisines.

**a. La méthode de mesure directe**, à l'aide de deux wattmètres, l'un connecté au primaire, l'autre au secondaire, fournit pour ce rendement une approximation grossière ; les erreurs de lecture et la consommation des appareils peuvent influencer considérablement le résultat.

Par exemple les lectures 94 et 100 faites sur des wattmètres avec la précision de 1 %, donnent  $\eta = 0,94$ , mais en se plaçant dans les conditions les plus défavorables on peut retenir comme valeurs possibles :

93 et 101 ce qui donne  $\eta_1 = 0,92$   
ou 95 et 99 ce qui donne  $\eta_2 = 0,96$  } soit  $0,92 < \eta < 0,96$ .

**b. Le rendement d'un transformateur est en général déterminé par la méthode des pertes séparées :**

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \text{pertes}}.$$

Comme les pertes sont inférieures à 10 % de  $P_2$ , une imprécision de 10 % sur l'évaluation de ces pertes n'entraîne qu'une incertitude de 1 % sur le rendement.

Ces pertes comprennent :

$p_1$  *puissance dissipée dans le fer* du circuit magnétique ; elle est mesurée dans l'essai à vide d'un transformateur existant, ou déterminée dans un projet à l'aide des constantes magnétiques du matériau.

$p_2$ , *puissance dissipée par effet Joule* dans les circuits primaire et secondaire ; elle est calculable.

Appliquons cette méthode aux mesures effectuées (page 145) sur un transformateur de 2 kVA.

$$\begin{aligned} p_1 &= 84 \text{ W} \\ p_2 \left\{ \begin{array}{l} r_1 I_1^2 = 0,15 \times 21^2 = 66 \text{ W} \\ r_2 I_2^2 = 0,21 \times 14^2 = 41 \text{ W} \end{array} \right\} & p = 191 \text{ W} \\ \eta = \frac{P_2}{P_2 + p} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_2 I_2 \cos \varphi_2 + p} &= \frac{1\,946}{1\,946 + 191} = 0,91 \\ (U_2 = 139, I_2 = 14 \text{ A, débit sur un rhéostat } \cos \varphi_2 = 1), & \end{aligned}$$

**c.** Dans les conditions normales de fonctionnement, c'est-à-dire au voisinage de la pleine charge, le rendement d'un transformateur est d'autant plus élevé que sa puissance nominale est plus grande.

Pour un transformateur de 100 kVA, 50 Hz débitant sur un circuit peu inductif ( $\cos \varphi_2$  et  $\cos \varphi_1$  sont alors voisins de 1), ce rendement est supérieur à 97 %.

Pour un transformateur de quelques kVA 50Hz le rendement à pleine charge peut être voisin de 0,95.

Dans ces conditions nous pouvons écrire la relation approchée entre les tensions et courants en charges  $U_1 I_1 \simeq U_2 I_2$  ( $\cos \varphi_1$ , et  $\cos \varphi_2$  ont des valeurs voisines), c'est-à-dire  $\frac{U_2}{U_1} \simeq \frac{I_1}{I_2}$ .

*En charge les courants primaire et secondaire sont sensiblement dans le rapport inverse des tensions correspondantes.*

## 5. — BILAN DES PUISSANCES MISES EN JEU DANS UN TRANSFORMATEUR

	Puissance active	Puissance réactive
1° Utilisation aux bornes du secondaire	$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$	$Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2$
2° Dans le secondaire : — effet thermique — effet magnétique, fuites de flux secondaire qui quittent le noyau	$p_2 = r_2 I_2^2$	$q_2$
3° Dans le circuit magnétique : — pertes dans le fer — magnétisation des noyaux culasse et entrefer (joints)	$p = U_1 I_0 \cos \varphi_0$	$q = U_1 I_0 \sin \varphi_0$
4° Dans le primaire : — effet thermique — effet magnétique, fuites de flux primaire qui quittent le noyau	$p_1 = r_1 I_1^2$	$q_1$

*La source (réseau de distribution), fournit au primaire :*

$$P_1 \text{ watts} \quad \text{et} \quad Q_1 \text{ vars}$$

sommes respectives de ces puissances actives d'une part et réactives d'autre part. La puissance apparente mise en jeu est

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = U_1 I_1, \quad \cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1},$$

$\varphi_1$  est le déphasage du courant primaire  $I_1$  sur la tension  $U_1$  d'alimentation.

## 6. — RÉVERSIBILITÉ DES TRANSFORMATEURS.

Un transformateur marqué 120 V-24 V, 50 Hz, peut être alimenté : soit *côté haute tension* (bornes A, B), à la tension  $U_1 = 120$  V, 50 Hz.

A vide la tension  $U_2$  au secondaire est alors 26 V,

soit *côté basse tension* (bornes *a*, *b*) à la tension  $U'_1 = 26 \text{ V}$ , 50 Hz à vide la tension  $U'_2$  au secondaire est alors 120 V.

*Le transformateur à vide est réversible.* En effet les tensions primaire et secondaire, à vide, sont dans le rapport du nombre des spires  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$ .

*En charge il n'en est plus de même*, à cause de la chute de tension  $\Delta U$ .

Le même transformateur, alimenté

— côté haute tension à  $U_1 = 120 \text{ V}$ , 50 Hz fournit en charge normale  $U_2 = 24 \text{ V}$  au secondaire.

— côté basse tension à  $U'_1 = 24 \text{ V}$ , 50 Hz fournit en charge normale  $U'_2 = 103 \text{ V}$  au secondaire.

En effet le rapport de transformation est  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_2}{U_1}$  à vide  $= \frac{26}{120}$  dans le sens où ce transformateur est réducteur de tension.

$U_2$  en charge  $= 120 \times \frac{26}{120} - \Delta U = 26 - 2 = 24 \text{ V}$  en admettant une chute de tension de 2 V soit 7,7 % environ. Dans le cas où ce transformateur est utilisé en élévateur de tension le rapport de transformation devient  $\frac{N_2}{N_1} = \frac{120}{26}$  (rôles inversés)

$U'_2$  en charge  $= 24 \times \frac{120}{26} - \Delta U = 111 - 8 = 103 \text{ V}$  environ, en admettant une chute de tension du même ordre, soit 7,7 %.

Pour pouvoir utiliser un même transformateur, pour deux tensions imposées, en réducteur ou en élévateur de tension, il est nécessaire de pouvoir faire varier le rapport des nombres de spires, en disposant par exemple de *prises auxiliaires*, sur l'un ou l'autre enroulement.

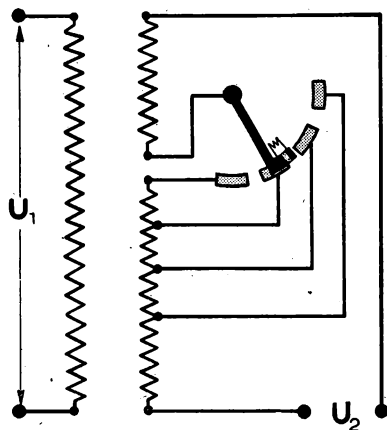
## 7. — REMARQUES.

a. *Pour pouvoir maintenir la tension secondaire au voisinage d'une valeur imposée.*

— soit pour des régimes de charge différents,

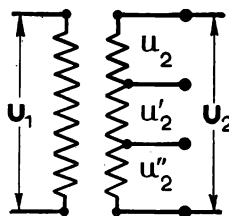
— soit pour des variations limitées (inférieures à 10 %) de la tension primaire,

il faut pouvoir faire varier légèrement le rapport de transformation en disposant de prises introduisant des *spires supplémentaires* (l'addition de spires au secondaire augmente  $U_2$ ).



b. Pour obtenir *plusieurs tensions au secondaire* on peut :

— soit utiliser *plusieurs enroulements secondaires* distincts sur le circuit magnétique,



— soit diviser l'enroulement secondaire en plusieurs parties au moyen de *prises intermédiaires*.

c. La tension imposée à un primaire ne doit en aucun cas saturer le circuit magnétique.

Nous savons que la valeur efficace du flux  $\Phi$  dans le noyau ne dépend que de la tension d'alimentation  $U_1$ .

Ainsi un transformateur marqué 120 V-24 V (valeurs en charge) peut être utilisé pour la réduction 60 V-12 V (environ car la chute de tension est modifiée) mais ne doit pas être utilisé pour la réduction 240 V-48 V.

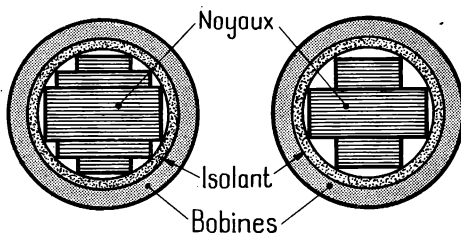
## 8. — REFROIDISSEMENT DES TRANSFORMATEURS

Les pertes dans le fer et dans le cuivre dégagent de l'énergie thermique qu'il faut dissiper pour éviter l'échauffement anormal du transformateur et la destruction des isolants.

Le refroidissement peut s'effectuer naturellement par rayonnement. A partir d'une certaine puissance (quelques kVA), ce procédé est insuffisant ; on prévoit une *ventilation naturelle ou forcée* par des canaux ménagés entre la masse et les enroulements, en prenant des noyaux n'épousant pas la forme intérieure des bobines.

En moyenne et grande puissance on place souvent les transformateurs dans une *cuve à huile*. Cette huile (de pétrole, spéciale) améliore l'isolement et le refroidissement.

Des dispositifs de ventilation ou des radiateurs assurent le refroidissement de l'huile chauffée au contact du transformateur.



## EXERCICES

1. — Le réseau d'alimentation fournit une tension  $U \sim 120$  V, 50 Hz. On dispose d'un circuit magnétique en tôles douces, de section utile  $9 \text{ cm}^2$ , sur lequel on veut placer deux enroulements pour constituer un petit transformateur de sonnerie 120 V-6 V, on admettra  $B_{\text{max}} = 1 \text{ Wb/m}^2$ .

En supposant ce transformateur sans perte de puissance ni chute de tension, déterminer le nombre des spires du primaire et du secondaire, ainsi que le courant absorbé au primaire pour un débit de 1 A au secondaire.

**Réponses :**  $N_1 = 600$ ,  $N_2 = 30$ ,  $I_1 = 0,05$  A.



2. — On considère un transformateur monophasé 3 000V-120 V, 50 Hz, 4,3 kVA. Lorsque le secondaire est en circuit ouvert, le primaire absorbe sous tension normale une puissance de 200 W (cette valeur constitue sensiblement la mesure des pertes dans le fer). La résistance du secondaire est  $R_2 = 0,08 \Omega$ , celle du primaire  $R_1 = 35 \Omega$ . En régime normal, le secondaire débite 40 A sous 120 V dans un circuit d'utilisation de  $\cos \varphi = 0,9$ . Calculer dans ces conditions le rendement du transformateur.

**Réponses :** Pertes fer 200 W ; pertes Joule 218 W ; rendement 0,91.

3. — Un transformateur porte les indications 110 V-220 V, 50 Hz. On enroule 30 spires de fil volant autour de sa carcasse. On branche successivement les bornes haute tension et les bornes basse tension sur le réseau à 115 V. Calculer dans chaque cas la tension aux bornes libres du transformateur. Lorsque la basse tension est alimentée par le réseau, la tension aux bornes du fil volant est 10 V, calculer le nombre de spires de chaque enroulement.

**Réponses :** 57,5 V ; 230 V ; enroulement BT 345 spires, enroulement HT 690 spires.

4. — Un transformateur porte les indications 110 V-220 V, 50 Hz, 1 kVA, la résistance de l'enroulement primaire basse tension est  $0,32 \Omega$ .
- En supposant que la longueur de chaque spire est la même dans chaque enroulement et en admettant la même densité de courant dans chaque enroulement, calculer la résistance du secondaire.
  - La carcasse magnétique pèse 12 kg, les pertes de puissance dans le fer sont 2,5 W/kg, calculer le rendement à pleine charge pour un facteur de puissance du circuit d'utilisation  $\cos \varphi = 0,9$ .

**Réponses :**  $R_2 = 1,28 \Omega$ ,  $\eta = 0,91$ .

5. — Un transformateur primaire 220 V, secondaire 24 V a donné lieu aux mesures suivantes :

- en courant continu : pour  $U = 4$  V à ses bornes, le primaire est parcouru par  $I = 1,9$  A ;  
pour  $U = 0,5$  V à ses bornes, le secondaire est parcouru par  $I = 5,5$  A ;
- le primaire branché au réseau  $U \sim 220$  V, 50 Hz, absorbe 0,2 A et consomme une puissance de 15 W, lorsque le secondaire est en circuit ouvert.
- le primaire sur le réseau 220 V $\sim$ , absorbe 2 A lorsque le secondaire débite 15 A dans une résistance de  $1,6 \Omega$ .
  - Déterminer la résistance de chaque enroulement.
  - Dans l'essai à vide peut-on négliger les pertes par effet Joule dans le primaire par rapport aux pertes dans le fer ?
  - Déterminer le rendement du transformateur dans les conditions du paragraphe c et le facteur de puissance de cette installation.

**Réponses :** 1°  $R_1 = 2,1 \Omega$  ;  $R_2 = 0,09 \Omega$  ; 2°  $R_1 I_0^2 = 0,08$  W négligeable devant 15 W ; 3°  $\eta = 0,89$  ;  $\cos \varphi = 0,90$ .

6. — Un transformateur monophasé est alimenté sous une tension  $U \sim = 10$  kV, 50 Hz. Pour un débit au secondaire  $I_2 = 125$  A dans un circuit de  $\cos \varphi_2 = 0,8$ , le rendement est 0,947, la chute de tension est 4 % de la tension à vide, et le primaire absorbe une puissance réactive de 16,2 kVAR. L'enroulement primaire a 1 500 spires et présente à chaud une résistance  $R_1 = 68,9 \Omega$ , l'enroulement secondaire a 30 spires et une résistance à chaud  $R_2 = 0,0086 \Omega$ . Calculer (pour ce régime de charge) :
- La tension secondaire ;
  - la puissance active absorbée par le primaire ;
  - le facteur de puissance au primaire ;
  - le courant primaire ;
  - les pertes dans le fer du circuit magnétique (BEI).

**Réponses :**  $U_2 = 192$  V ;  $P_1 = 20,3$  kW ;  $\cos \varphi_1 = 0,78$  ;  $I_1 = 2,6$  A ; pertes fer environ 500 W.

7. — Un transformateur de 1 kVA absorbe à vide une puissance de 52 W. Son rendement est 0,87 lorsqu'il débite  $I_2 = 11$  A, sous 110 V, dans le circuit d'un moteur de facteur de puissance  $\cos \varphi_2 = 0,8$ . Sachant que le transformateur est toujours branché et que le moteur fonctionne seulement 8 heures par jour, on demande le rendement moyen en énergie du transformateur pour une journée.

**Réponses :** 0,796.

8. — Un transformateur monophasé a donné aux essais les résultats suivants :

*essai à vide*  $P_0 = 720$  W,  $U_1 = 2\,400$  V,  $U_2 = 120$  V,  $I_0 = 0,5$  A ;

*essai de court-circuit* :  $P_{cc} = 960$  W,  $U_{1cc} = 240$  V ;  $I_{2cc} = 200$  A.

Déterminer :

- 1° La résistance et la résistance en parallèle représentant le transformateur dans l'essai à vide.
- 2° La résistance et la réactance de fuites du transformateur ramenées au secondaire.
- 3° La valeur du courant secondaire pour laquelle a lieu le maximum de rendement du transformateur, alimenté sous tension constante  $U_1 = 2\,400$  V.  
Ce transformateur débite sous une tension  $U_2 = 120$  V un courant  $I_2 = 120$  A avec un facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,8$ . Déterminer :
  - 4° le courant primaire (le courant magnétisant  $I_0$  étant négligé) ;
  - 5° le rendement ;
  - 6° la tension primaire (BEI électricien probatoire).

#### Remarques

- 1° Dans l'essai à vide le transformateur correspond à une bobine (primaire) à noyau de fer, le secondaire, en circuit ouvert, est le siège d'une force électromotrice, mais ne joue aucun rôle (aucun débit).
- 2° Dans l'essai de court-circuit, le secondaire est fermé sur un ampèremètre, le primaire est alimenté sous tension réduite  $U_{1cc}$  de manière à ce que le secondaire débite un courant  $I_{2cc}$ , courant de charge normale. Dans ces conditions la tension  $U_{2cc}$  est pratiquement nulle, la chute de tension dans le transformateur  $\Delta U = mU_1 - U_2$ , devient  $\Delta U_{cc} = mU_{1cc}$ .  
Cette chute de tension interne se traduit par la relation vectorielle  $\vec{\Delta U} = \rho \vec{I}_{2cc} + l\omega \vec{I}_{2cc}$  dans laquelle  $\rho$  est la résistance et  $l\omega$  la réactance de fuite du transformateur, ramenées au secondaire.  
D'autre part dans cet essai de court-circuit, la puissance  $P_{cc}$ , absorbée par le primaire, mesure pratiquement les pertes Joule,  $\rho I_{2cc}^2$ , dans le transformateur, car, à tension réduite l'induction magnétique  $B_{max}$  est réduite et les pertes dans le fer sont très faibles.
- 3° On démontre que le rendement d'un transformateur est maximum quand les pertes dans le fer sont égales aux pertes par effet Joule dans les enroulements ( $\rho I_2^2 = \text{pertes fer}$ ).

**Réponses :** 1°  $R = 8\,000 \, \Omega$ ,  $L\omega = 8\,000 \, \Omega$  ; 2°  $\rho = 0,024 \, \Omega$ ,  $\Delta U = 12$  V,  $l\omega = 0,055 \, \Omega$  ; 3°  $I_2 = 173$  A ; 4°  $I_1 = 5$  A ; 5°  $\eta = 0,91$  ; 6° Graphiquement  $\vec{U}_2 + \rho \vec{I}_2 + l\omega \vec{I}_2 = m \vec{U}_1$  d'où  $U_1 = 2\,500$  V environ.

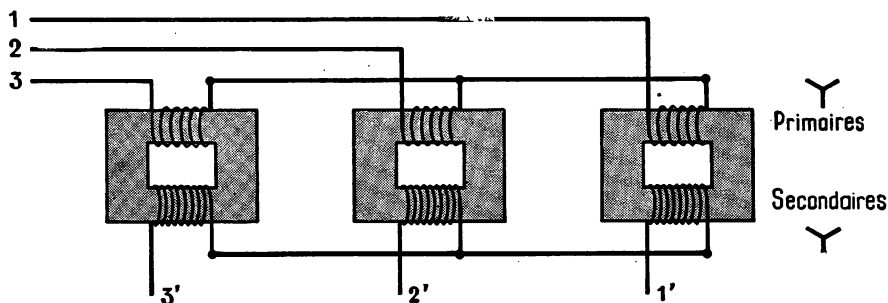
# 13. — Divers types de transformateurs

## I. — TRANSFORMATEURS TRIPHASÉS

### I. — RÉALISATION

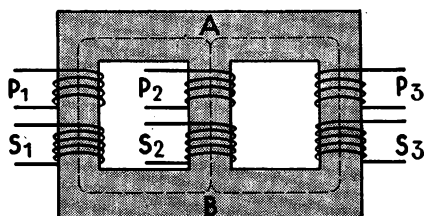
Pour transformer les trois phases d'une distribution triphasée on peut utiliser :

- a. Soit *trois transformateurs monophasés*, chaque primaire correspond à une phase de la distribution, chaque secondaire à une phase de l'utilisation.



- b. Soit un *seul transformateur* dont le circuit magnétique présente trois colonnes, constituant chacune le noyau d'un enroulement primaire et d'un enroulement secondaire. Ces trois colonnes sont réunies par deux culasses.

Aux régions A et B des culasses, les trois flux triphasés ont une somme nulle, chaque noyau est traversé par le flux de la phase correspondante.



Le premier dispositif est surtout employé pour les très grandes puissances. Il n'exige, pour la sécurité d'exploitation, qu'un seul transformateur monophasé pouvant remplacer l'un des trois transformateurs en cas d'avarie. Il présente, en outre, moins de difficultés de transport.

Le second dispositif, le plus employé en faible et moyenne puissance, présente une économie de tôles à la construction, et des pertes dans le fer plus réduites (pertes qui existent même en fonctionnement à vide, si le transformateur reste en service, le primaire reste branché à la source).

*L'étude du transformateur monophasé s'applique intégralement au noyau et aux enroulements de chaque phase d'un transformateur triphasé.*

Le rapport de transformation  $m = \frac{N_2}{N_1}$  est mesuré :

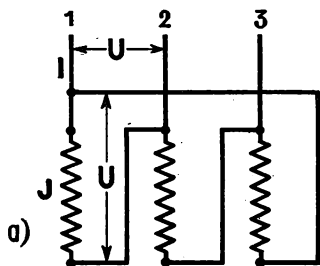
- soit à vide par le rapport  $\frac{\text{tension secondaire}}{\text{tension primaire}}$  aux bornes des enroulements de phase.
- soit en charge par le rapport  $\frac{\text{courant primaire}}{\text{courant secondaire}}$  dans chaque enroulement de phase.

Le circuit magnétique de chaque phase comporte une colonne, deux joints et deux tiers de culasse.

## 2. — GROUPEMENT DES ENROULEMENTS

Le montage des phases, au primaire et au secondaire, peut être réalisé indépendamment :

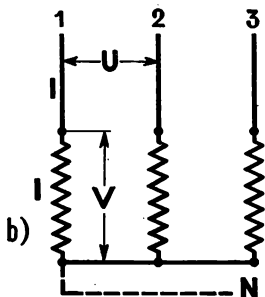
a. *En triangle* ; dans ce cas la tension  $U$  entre deux bornes du transformateur est la même que celle prise aux extrémités d'un enroulement.



b. *En étoile* ; dans ce cas la tension entre deux bornes (de phase) du transformateur est

$$U = V \times \sqrt{3};$$

$V$  étant la tension aux extrémités d'un enroulement.



Primaire ou secondaire peuvent présenter un *neutre sorti*,

la tension simple entre une phase et le neutre est la même à la plaque de bornes, qu'aux extrémités de chaque enroulement.

c. D'une manière générale il y a intérêt à monter :

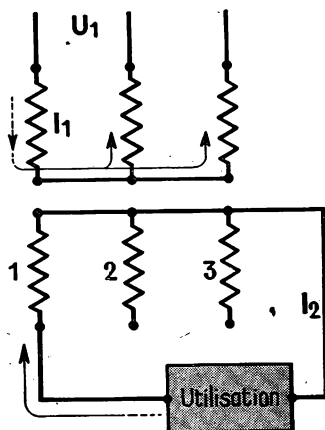
- le côté haute tension en étoile. Si  $U$  est la tension extérieure, la tension ne sera que  $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$  pour chaque enroulement ; l'isolement interne sera plus facile.
- le côté basse tension en triangle (la question d'isolement présente alors moins d'importance). Si  $I$  est le courant en ligne à l'extérieur, le courant dans chaque enroulement, ne sera que  $J = \frac{I}{\sqrt{3}}$ , ce qui permet d'utiliser du fil de moindre section.

D'autres considérations interviennent dans la détermination des groupements à adopter.

- 1° La distribution basse tension 127-220 V, à quatre fils exige un montage étoile avec neutre sorti au secondaire.
- 2° Le déséquilibre des courants secondaires, résultant de la consommation monophasée, entraîne un déséquilibre des tensions secondaires si le primaire est en étoile (sans neutre).

En effet supposons que dans le cas de la distribution basse tension secondaire à quatre fils, une seule phase soit utilisée. Au courant  $I_2$  dans cette phase secondaire correspond un courant  $I_1$  dans le primaire ; ce courant emprunte les deux autres enroulements primaires pour retourner à la source, il modifie donc les flux des deux autres phases et par suite les deux autres tensions secondaires.

Dans ces conditions, il y aura intérêt à monter le primaire en triangle.

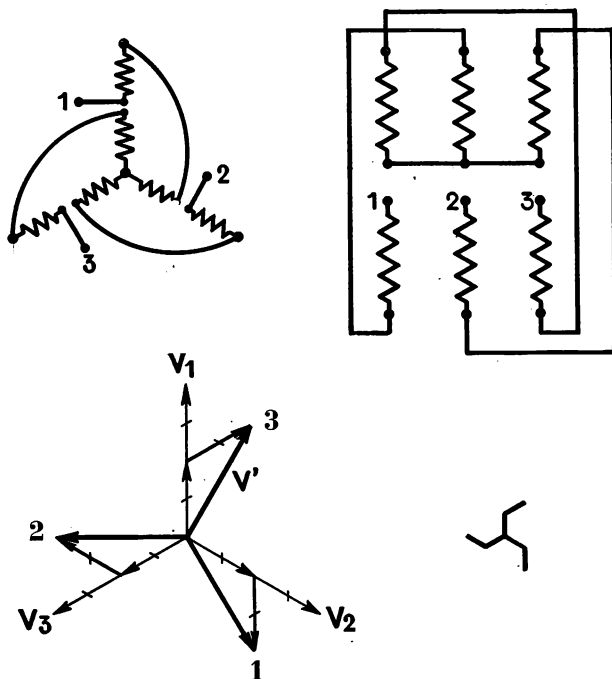


### 3° Montage zigzag.

Pour répartir plus également sur les autres phases un déséquilibre de consommation on peut employer au secondaire un montage particulier appelé *zigzag*.

C'est un montage étoile avec neutre ; dans ce cas, chaque phase du secondaire est constituée par deux demi-enroulements pris respectivement sur deux noyaux.

On dispose ainsi de trois tensions simples triphasées, chacune  $V'$  étant la résultante de deux tensions  $\frac{V}{2}$  déphasées de  $\frac{\pi}{3}$ , on a  $V' = \frac{V\sqrt{3}}{2}$ .



Comparativement à un montage en étoile comportant  $N_2$  spires au secondaire, le montage zigzag au secondaire nécessite  $N'_2 = N_2 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = N_2 \times 1,15$  spires pour obtenir une même tension  $V_2$ .

Cette augmentation des spires du secondaire affaiblit un peu le rendement et augmente un peu la chute de tension.

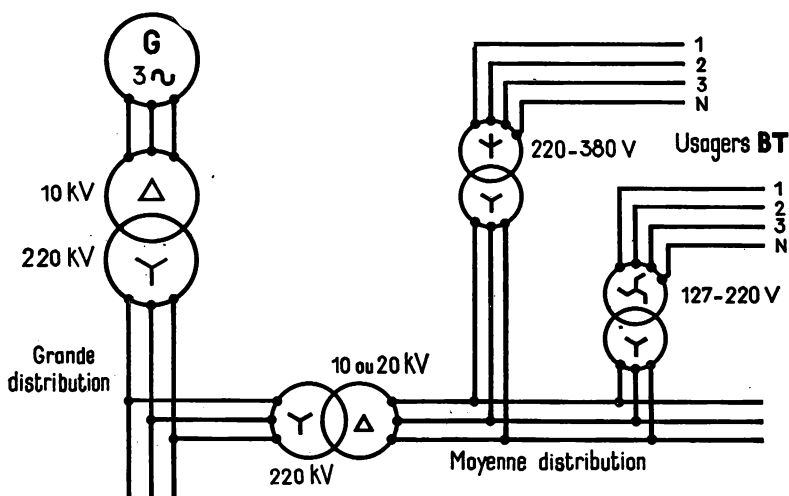
#### 4° Groupements les plus utilisés.

$\triangle \text{---} \text{Y}$  *triangle-étoile* : élévateur de tension au départ des alternateurs des centrales (12 kV à 150 kV)

$\text{Y} \text{---} \triangle$  *étoile-triangle* : réducteur de tension du réseau de grande distribution au réseau de moyenne distribution (150 kV à 20 ou 10 kV)

$\text{Y} \text{---} \text{Y}$  *étoile-étoile avec neutre* : réducteur de tension d'un réseau de moyenne distribution au réseau des usagers à basse tension assez bien équilibré (10 kV à 380-220 V)

$\text{Y} \text{---} \text{zigzag}$  *étoile zig-zag* : réducteur de tension d'un réseau de moyenne distribution au réseau des usagers souvent mal équilibré (10 kV à 220-127 V).



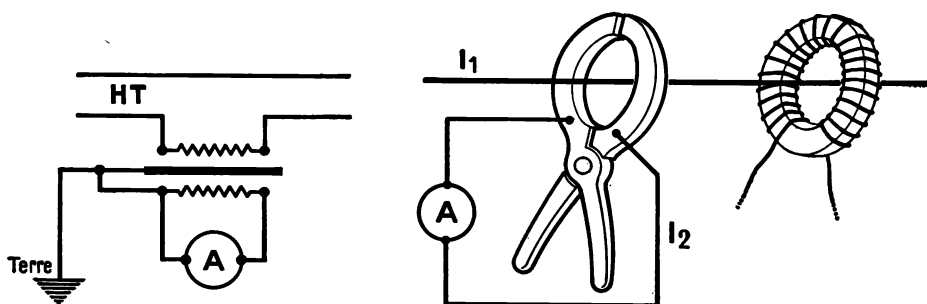
## II. — TRANSFORMATEURS SPÉCIAUX

### I. — TRANSFORMATEUR DE TENSION

Pour des raisons de sécurité et de difficulté de construction (isolement), les relais et les appareils de mesure (voltmètre, circuit fil fin de wattmètre, compteur...) ne peuvent être directement utilisés sur les réseaux haute tension à contrôler. Un transformateur, abaisseur, de rapport de transformation  $m$  connu, fournit au secondaire une tension utilisable pour les appareils désignés. De tels appareils fonctionnent presque à vide.

## 2. — TRANSFORMATEUR DE COURANT (OU D'INTENSITÉ)

Qu'il s'agisse d'un circuit haute tension ou d'un circuit basse tension dans lequel le courant très intense n'est pas directement mesurable, un transformateur d'intensité fournit au secondaire un courant mesurable avec les appareils industriels.



Le rapport de transformation connu permet le calcul du courant à mesurer.

Pour certains transformateurs d'intensité, le primaire est constitué par le câble où passe le courant  $I_1$  à mesurer; le circuit magnétique ouvrant (en forme de pince) porte seulement l'enroulement secondaire.

Ce dispositif permet de mesurer le courant  $I_1$  sans coupure de la ligne, et par suite sans interruption du courant.

### Remarques.

- 1° Le secondaire d'un transformateur de courant ne doit jamais être en circuit ouvert sinon le flux dans le noyau, dû seulement aux ampères-tours  $N_1 I_1$  du primaire serait très élevé. Par suite les pertes dans le fer seraient exagérées, d'où élévation de température du noyau; en même temps il y aurait surtension aux bornes du secondaire à cause de la valeur très élevée de  $\Phi$  maximum.
- 2° D'une manière générale, les transformateurs de tension et de courant réalisent un isolement électrique parfait, entre le primaire et le secondaire. Pour plus de sécurité, en haute tension, le fer du noyau et le secondaire doivent être reliés à la terre.

## 3. — AUTOTRANSFORMATEUR

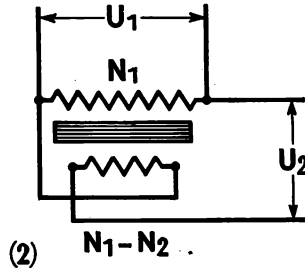
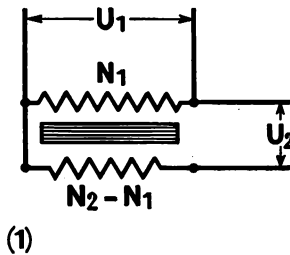
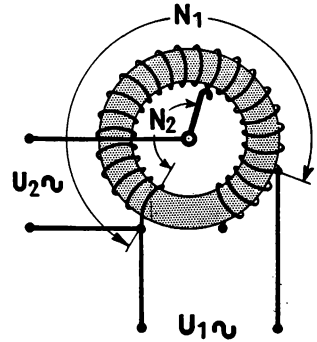
### a. Constitution.

Sur un circuit magnétique feuilleté, souvent en forme de tore, le primaire de  $N_1$  spires alimenté à la tension  $U_1$  par le réseau et le secondaire, de



$N_2$  spires, fournissant la tension  $U_2$  à l'utilisation, ne constituent qu'un seul enroulement.

On peut considérer ce dispositif comme un transformateur ordinaire dont le primaire, à la tension  $U_1$ , présente  $N_1$  spires et dont le secondaire, de  $|N_1 - N_2|$  spires (différence prise en valeur absolue), est mis en série ou en opposition avec le réseau (comme un survolteur-dévolteur) de sorte que cet ensemble est élévateur (1) ou réducteur (2) de tension.



### b. Tensions.

Aux bornes de chaque spire la tension est la même; c'est pratiquement la force électromotrice induite par les variations du flux dans le noyau entretenues par le réseau (en négligeant la chute de tension due à la résistance interne).

Le rapport de transformation d'un autotransformateur est donc

$$m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2 \text{ à vide}}{U_1}.$$

En utilisant l'assimilation à un transformateur ordinaire on a :

dans le cas de l'autotransformateur élévateur de tension

$$N_2 > N_1 \quad U_2 = U_1 + \frac{(N_2 - N_1)}{N_1} U_1 = \frac{N_2}{N_1} U_1$$

dans le cas de l'autotransformateur réducteur de tension

$$N_1 > N_2 \quad U_2 = U_1 - \frac{(N_1 - N_2)}{N_1} U_1 = \frac{N_2}{N_1} U_1.$$

### c. Puissances.

L'autotransformateur ne « transforme pas » comme un transformateur ordinaire toute la puissance mise en jeu au secondaire. Il y a liaison électrique directe entre le secondaire et le réseau, une partie de cette puissance passe directement du réseau dans le circuit d'utilisation.

#### Exemple.

Pour obtenir  $U_2 = 120$  V avec  $I_2 = 10$  A il faut dans tous les cas un transformateur ordinaire de 1 200 VA.

*Élévation de tension* : on dispose d'un secteur à 110 V, l'autotransformateur agit comme un transformateur dont le secondaire mis en série avec le réseau fournirait  $(120 \text{ V} - 110 \text{ V}) \times 10 \text{ A} = 100 \text{ VA}$ .

*Réduction de tension* : on dispose d'un secteur à 130 V, l'autotransformateur agit comme un transformateur dont le secondaire, mis en opposition avec le réseau, fournirait  $(130 \text{ V} - 120 \text{ V}) \times 10 \text{ A} = 100 \text{ VA}$ .

Ceci explique que les autotransformateurs, plus économiques de fabrication paraissent avoir un excellent rendement (si on le rapporte à la puissance totale) et une faible chute de tension (rapportée à la tension secondaire totale).

### d. Emploi.

Les autotransformateurs sont d'autant plus économiques que les tensions primaire et secondaire sont plus voisines, ils ne « transforment » alors qu'une puissance faible  $|U_2 - U_1| \times I_2$ .

Ils présentent l'inconvénient de *ne pas réaliser l'isolement électrique des deux circuits*. Ils sont donc inutilisables pour passer d'une tension dangereuse (haute tension 5 000 V par exemple) à une tension non dangereuse (basse tension 60 V par exemple), et seraient peu économiques dans ce cas.

Dans ce cas, le secondaire, relié directement à la source primaire peut être à haute tension par rapport au sol, bien qu'il n'y ait qu'une faible différence de potentiel entre ses bornes.

On peut utiliser des autotransformateurs pour le démarrage à tension réduite de certains moteurs.

On réalise des autotransformateurs à curseur permettant d'ajuster la tension secondaire  $U_2$  (de zéro à environ  $1,5 U_1$ ), par variation continue du nombre  $N_2$  de spires utiles au secondaire.

Ce dispositif présente sur les rhéostats et potentiomètres à résistance, l'avantage de dissiper très peu d'énergie thermique et de pouvoir élever une tension.

#### 4. — TRANSFORMATEUR DU NOMBRE DE PHASES

##### a. Emploi.

La distribution de l'énergie électrique, en France, à partir des sources, est réalisée en courants triphasés. Cependant il existe encore des réseaux diphasés, c'est-à-dire distribuant deux tensions en quadrature,  $U_1$  et  $U'_1$  de 240 V, 50 Hz par exemple.

Il peut être nécessaire d'utiliser des moteurs triphasés (de construction courante), c'est-à-dire de transformer ce système diphasé en un système triphasé.

##### b. Principe.

Considérons les tensions diphasées données

$$u_1 = U_{1\max} \sin \omega t, \quad u'_1 = U_{1\max} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Alimentons avec ces tensions les primaires, de  $N_1$  spires, de deux transformateurs monophasés identiques.

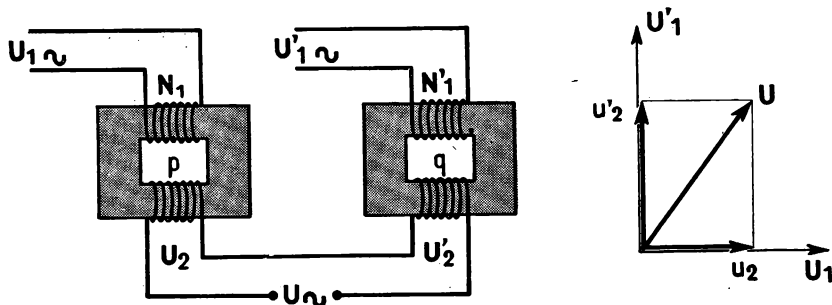
Prenons  $p$  spires sur l'un des secondaires, nous aurons une première tension secondaire  $u_2 = \pm \frac{p}{N_1} u_1$ , et  $q$  spires sur l'autre, nous aurons une

deuxième tension secondaire  $u'_2 = \pm \frac{q}{N_1} u'_1$

(Les signes + et — correspondent au sens des connexions de sortie par rapport à celui des connexions d'entrée pour des sens d'enroulements donnés.)

En associant en série ces tensions secondaires on peut obtenir une tension résultante  $U$  d'amplitude et de phase arbitraires.

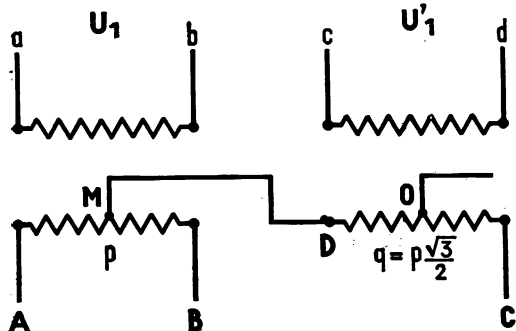
En prenant deux nouveaux secondaires on obtiendra de même une autre tension résultante arbitraire, et ainsi de suite. On peut obtenir par exemple des tensions triphasées.



### c. Réalisation.

Dispositif **Scott**, transformateur de nombre de phases le plus répandu. Il utilise le procédé que nous venons d'étudier. Un des secondaires comprend  $p$  spires entre A et B, avec une prise médiane M ;

l'autre secondaire comporte  $q$  spires  $= \frac{p\sqrt{3}}{2}$  entre C et D, l'une de ses extrémités D par exemple est connectée avec M.

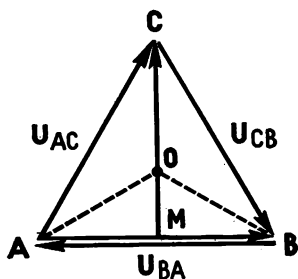


Désignons par  $k$  la force électromotrice induite par spire quand les primaires sont alimentés et exprimons les tensions secondaires :

$$U_{AC} = \sqrt{U_{AM}^2 + U_{MC}^2} \\ = \sqrt{\left(\frac{kp}{2}\right)^2 + \left(\frac{kp\sqrt{3}}{2}\right)^2} = kp$$

de même  $U_{CB} = kp$ , et, comptée directement entre les extrémités de l'enroulement AB,

$$U_{BA} = kp.$$



Ces trois tensions sont égales et respectivement déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$  (le triangle ABC est équilatéral).

Nous disposons d'un système de trois tensions triphasées,  $U = \frac{p}{N_1} U_1$  ( $U_1$  tension diphasée d'alimentation à chaque primaire, on a  $k \simeq \frac{U_1}{N_1}$ ).

### Remarques.

1° Ce dispositif est réversible : alimentons sous tension triphasée les bornes ABC nous obtiendrons en  $ab$  et  $cd$  deux tensions diphasées.

- 2° On peut trouver sur les enroulements secondaires du dispositif Scott un point neutre O utilisable pour un montage en étoile avec neutre.

Ce point est situé sur l'enroulement DC au tiers à partir de D.

Les tensions simples  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$ , mesurent  $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$ , et sont déphasées l'une sur l'autre de  $\frac{2\pi}{3}$ .

- 3° Des dispositifs analogues permettent de passer d'une distribution polyphasée, à  $q$  phases, à une autre distribution polyphasée à  $q'$  phases. Il est impossible au moyen de transformateurs statiques seuls de passer d'une distribution monophasée à une distribution polyphasée quelconque, caractérisée par une puissance instantanée constante, alors qu'en monophasé la puissance est pulsatoire.

## EXERCICES

1. — Un transformateur triphasé primaire en triangle, secondaire en étoile, comporte par noyau 3 000 spires au primaire et 40 spires au secondaire.

1° Si la tension aux bornes du primaire est 9 000 V quelle est la tension au secondaire, à vide ?

2° En charge on a effectué les mesures suivantes :

au primaire  $U_1 = 9\,000\text{ V}$ ,  $I_1 = 4,25\text{ A}$  en ligne,  $P_1 = 56\,290\text{ W}$ ,

au secondaire  $U_2$  entre phases = 200 V,  $I_2 = 179\text{ A}$ ,  $P_2 = 54\,560\text{ W}$ .

Calculer le rendement du transformateur et le déphasage du courant sur la tension dans les enroulements primaires d'une part et secondaires d'autre part.

**Réponses :** 1°  $V_2$  simple 120 V,  $U_2$  composée 208 V.

2°  $\eta = 0,97$ ,  $\varphi_1 = 0,558$  rad retard de  $J_1$  sur  $U_1$ ,  $\varphi_2 = 0,488$  rad retard de  $I_2$  sur  $V_2$ .

2. — Un transformateur triphasé, primaire en étoile, secondaire en triangle présente sur chaque colonne 2 400 spires par primaire et 200 spires par secondaire.

1° La tension d'alimentation des primaires est 90 kV  $\sim$  50 Hz entre deux phases, quelle est, à vide, la tension secondaire entre bornes ?

2° A, B et C sont les trois bornes de phase du primaire, et  $a$ ,  $b$  et  $c$  les bornes du secondaire, A et  $a$  se correspondent en position sur le même noyau sur un enroulement primaire d'une part et secondaire d'autre part, enroulés dans le même sens (il en est de même de B et  $b$  ainsi que de C et  $c$ ). Figurer avec ces notations : le schéma de branchement interne, et le diagramme des tensions (transformateur à vide) comprenant les tensions simples et composées d'entrée au primaire et les tensions de sortie au secondaire, observer les déphasages.

**Réponse :** 1°  $U_2 = 4\,330\text{ V}$ .

3. — Un transformateur triphasé comporte sur chaque colonne un enroulement primaire de 2 174 spires et deux enroulements secondaires de 25 spires chacun.

Les trois primaires sont montés en étoile pour être alimentés par une ligne triphasée 10 kV entre phases, 50 Hz.

a. Sur chaque colonne les bobines secondaires sont mises en série et l'ensemble est monté en triangle.

b. Sur chaque colonne les bobines secondaires sont mises en série et l'ensemble est monté en étoile.

c. On réalise au secondaire un montage zigzag.

Déterminer dans les trois cas :

1° Les tensions disponibles aux bornes secondaires à vide.

- 2° Les tensions disponibles aux bornes secondaires en charge en admettant une chute de tension de 5 % environ.
- 3° En admettant dans les trois cas le même courant dans le fil des enroulements secondaires  $I_2 = 100$  A, calculer la puissance apparente disponible dans les trois cas.

**Réponses :** 1° a. 133 V ; b. tension simple 133 V, composée 230 V ; c. simple 115 V, composé 200 V ;  
 2° a. 127 V ; b. tension simple 127 V, composée 220 V ; c. simple 110 V, composée 190 V ;  
 3° a et b. 38,1 kVA ; c. 33 kVA.

4. — On veut construire un transformateur Scott pour utiliser un réseau diphasé, distribuant deux tensions  $240\text{ V} \sim 50\text{ Hz}$ , pour alimenter des moteurs triphasés  $220\text{ V} \sim 50\text{ Hz}$ , entre phases. On admettra une chute de tension en charge égale à 6 % de la tension à vide.

Compte tenu de la section des noyaux et de l'induction magnétique  $B_{\text{max}}$  admise, on a choisi  $N_1 = 180$  spires pour chaque primaire. Déterminer le nombre des spires des enroulements secondaires.

**Réponse :** secondaires : un enroulement de 176 spires à point milieu, et un enroulement de 152 spires dont une extrémité est connectée à ce point milieu.



# 14. — Flux magnétique dans les machines tournantes à courants alternatifs

## I. — INDUCTION MAGNÉTIQUE ET FLUX DANS L'ENTREFER

### I. — GÉNÉRALITÉS

Nous avons étudié (tome I, page 185) les actions électromagnétiques dans les machines à courant continu. Tout conducteur actif en mouvement dans un champ magnétique est :

- d'une part, soumis à une *force électromagnétique*  $f = BIl$ ,
- d'autre part, le siège d'une *force électromotrice induite*  $e = Blv$ .

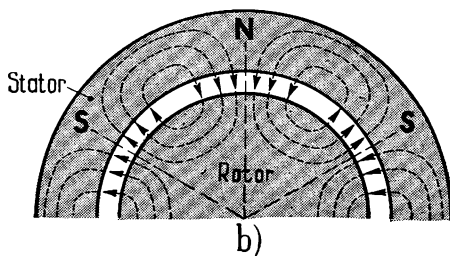
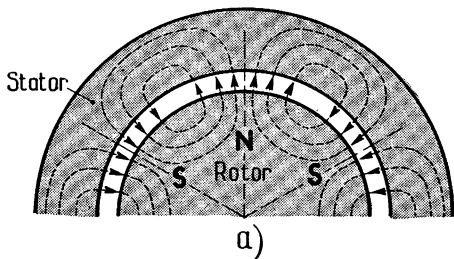
La force  $f$  est utilisée dans les moteurs ; la force électromotrice  $e$  trouve son application dans les générateurs.

Cette force  $f$  et cette force électromotrice  $e$  se retrouvent dans les machines à courants alternatifs.

Nous allons d'abord étudier la répartition de l'induction magnétique  $B$  dans l'entrefer de ces machines.

Le flux dans l'entrefer peut être créé :

- soit par la partie centrale de la machine constituant alors un *rotor inducteur* ; c'est le cas des alternateurs modernes ;

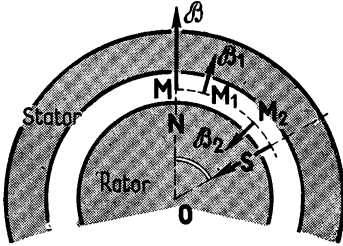


- soit par la partie externe, constituant alors un *stator inducteur* ; c'est le cas des moteurs synchrones et asynchrones.

## 2. — RÉPARTITION DE L'INDUCTION MAGNÉTIQUE

- a. Nous pouvons à un instant donné représenter l'état magnétique d'un point M de l'entrefer par le vecteur induction magnétique  $\vec{B}$  en ce point. En général, cette induction peut être considérée comme radiale, c'est-

à-dire que le support de  $\vec{B}$  passe par l'axe de la machine.

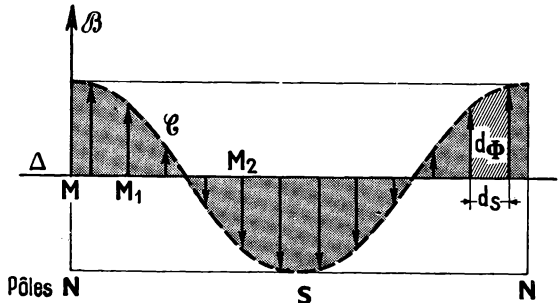


- b. Si nous considérons divers points M,  $M_1$ ,  $M_2$  de l'entrefer, situés dans un plan perpendiculaire à l'axe à même distance de cet axe, l'ensemble des divers vecteurs  $\vec{B}$ ,  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$ , schématisé à un instant donné la répartition de l'induction magnétique B dans l'entrefer.

On obtient une *représentation panoramique* de cette répartition, en développant le cercle sur une droite  $\Delta$ , le vecteur  $\vec{B}$  étant porté normalement à cette droite, dans un sens ou dans l'autre suivant que M se trouve en face d'un pôle nord ou d'un pôle sud de l'inducteur.

Le lieu géométrique des extrémités du vecteur B est une courbe C.

Dans le cas où cette courbe C est une sinusoïde le *flux magnétique dans l'entrefer est à répartition sinusoïdale*.



Les constructeurs s'efforcent d'obtenir une telle répartition et nous nous placerons dans ce cas pour l'étude générale de ces machines.

Sur le développement, l'aire hachurée est proportionnelle à la somme des éléments de flux,  $d\Phi = B \times ds$ . Cette aire mesure à une échelle convenable, le flux émis à un instant donné à travers une surface A de l'entrefer.

Cette courbe C figure en même temps la répartition des pôles de l'inducteur.



Les machines multipolaires présentent un nombre  $p$  de paires de pôles (nord et sud) équidistants, alternés.

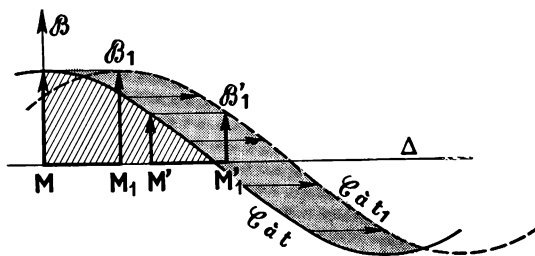
L'angle au centre  $\frac{2\pi}{2p} = \frac{\pi}{p}$  formé par les axes de deux pôles N et S consécutifs est appelé *pas polaire*.

## II. — FLUX TOURNANT

### I. — EXISTENCE D'UN FLUX TOURNANT

En tout point  $M_1$ , considéré dans l'entrefer, le vecteur  $\vec{B}$  varie périodiquement avec le temps.

La répartition figurée par la courbe  $C$  tourne dans l'entrefer autour de l'axe de la machine : l'état magnétique défini par  $\vec{B}_1$  au point  $M_1$  à l'instant  $t_1$ , est celui qu'avait le point  $M$  à l'instant  $t$  précédent.



La vitesse moyenne de rotation du flux magnétique (c'est-à-dire celle de l'ensemble des vecteurs  $\vec{B}$ ) est  $V_{\text{moy.}} = \frac{\widehat{MM_1}}{t_1 - t}$ .

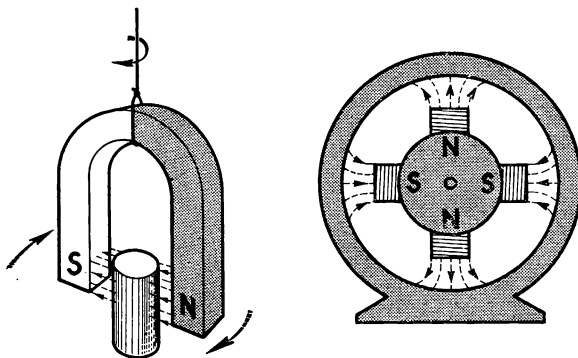
En général la rotation du flux dans les machines est uniforme, à la vitesse angulaire  $\Omega$  radians par seconde,  $\Omega = 2\pi \times n$  tours par seconde.

## 2. — RÉALISATIONS

### a. Procédé mécanique.

On peut aisément réaliser un flux tournant à l'aide de pôles d'aimants, ou de pôles d'électroaimants alimentés en courant continu.

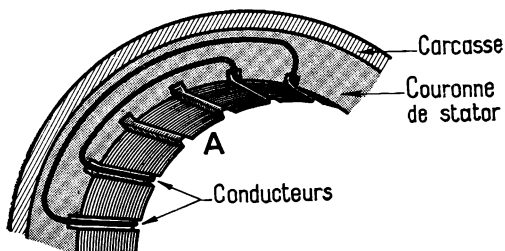
- 1° Un aimant en U suspendu, tournant autour d'un noyau cylindrique produit dans l'entrefer un flux tournant bipolaire,  $2p = 2$ . (Ce flux n'a pas nécessairement une répartition sinusoïdale.)



- 2° Un rotor présentant quatre pôles d'électroaimants équidistants, nord et sud alternés, tournant à l'intérieur d'un stator produit un flux tournant tétrapolaire,  $2p = 4$ .

### b. Procédé électrique.

*Flux tournant produit par un stator inducteur.*



Le stator, partie fixe de la machine, est alors constitué par un empilage de tôles d'acier doux au silicium, en forme de couronne, maintenu et protégé par une carcasse massive en fonte ou en acier.

Cette couronne présente des encoches, parallèles à l'axe de la machine, où sont placés des conducteurs isolés. Des connexions sur les faces avant et arrière de la machine réalisent avec ces conducteurs un ou plusieurs enroulements.

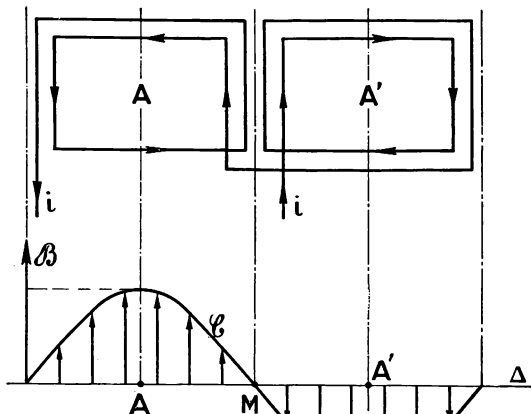
Un entrefer sépare ce stator du rotor, qui lui-même, comporte un noyau cylindrique en tôles feuilletées et des conducteurs, dont la disposition et le rôle seront précisés pour divers types de machines.

### 1° Stator monophasé :

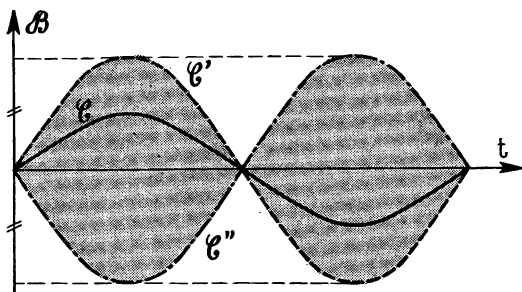
Un enroulement de stator est formé de bobines en série. Alimentons-le par un courant inducteur  $i$ .

A un instant donné, pour un sens déterminé du courant  $i$ , ces bobines constituent des pôles ; l'induction  $\vec{B}$  est maximum (en valeur absolue) en face de l'axe de ces bobines aux points A, A'...

Si le circuit magnétique n'est pas saturé, l'amplitude de  $B$  est proportionnelle au courant  $i$ .



Pour une répartition sinusoïdale du flux, la grandeur de l'induction magnétique  $B$  décroît de A à M suivant une loi sinusoïdale.



2° Si le courant  $i$  est sinusoïdal dans cet enroulement monophasé, la courbe C qui schématise la répartition de l'induction magnétique et du flux évolue dans le temps entre deux positions extrêmes  $\mathcal{C}'$  et  $\mathcal{C}''$  correspondant à  $i' = I_{\max}$  et  $i'' = -I_{\max}$ .

Il y a affinité d'ordonnées entre C,  $\mathcal{C}'$  et  $\mathcal{C}''$ , proportionnellement aux valeurs algébriques  $i$ ,  $i'$  et  $i''$  (si le circuit magnétique n'est pas saturé).



### 3° *Stator triphasé :*

Considérons sur le stator trois enroulements identiques triphasés, c'est-à-dire respectivement décalés de un tiers de pas polaire double (le pas polaire double est l'intervalle qui sépare les axes de deux pôles consécutifs de même nom).

Alimentons respectivement ces enroulements par les *trois phases d'un réseau triphasé* (montage en étoile ou en triangle). Nous obtenons dans l'entrefer trois flux à répartition sinusoïdale, variables dans le temps, déphasés de un tiers de période et régulièrement décalés dans l'espace.

A chaque instant, en un point P de l'entrefer, l'induction magnétique résultante B est la somme algébrique des inductions magnétiques  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  respectivement créées en P par les trois phases.

Pour la simplicité de la figure nous n'avons figuré que les premières bobines des phases 2 et 3 d'axes  $A_2$  et  $A_3$ .

A tout instant nous pouvons représenter les *trois sinusoïdes*  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ , et en tout point P faire la somme algébrique, des ordonnées prises sur la représentation panoramique à cet instant.

Nous obtenons la répartition du flux résultant à cet instant figuré par la courbe C ; cette courbe est une sinusoïde dont les arches ont même largeur que celle des sinusoïdes composantes ( $C$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  présentent la même périodicité dans l'espace).

Si le courant  $i_1$  de la phase 1, est pris comme origine des phases on a dans cette phase  $i_1 = I_{\max.} \sin \omega t$ ,

$$\text{— dans la phase 2, } i_2 = I_{\max.} \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right),$$

$$\text{— dans la phase 3, } i_3 = I_{\max.} \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Les valeurs des inductions créées par chaque phase, en face de l'axe des bobines correspondantes sont proportionnelles à ces courants.

Nous pouvons, à des instants particuliers, déterminer, par projection sur *oy* des vecteurs tournants représentant les inductions triphasées, obtenir les amplitudes des sinusoïdes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , respectivement en face des axes de  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$ .

Nous avons effectué cette construction à divers instants :

- a) A l'instant  $t$  où le courant de la phase ① est maximum, la sinusoïde résultante C est alors en phase avec  $C_1$ , son amplitude est  $B_{\max.}$
- $$= B_{1\max.} \times \frac{3}{2}.$$

Les axes des bobines de la première phase sont alors les axes des pôles du flux résultant.

β) A l'instant  $t' = t + \frac{T}{4}$  postérieur de un quart de période à l'instant précédent, la sinusoïde  $C'$ , qui représente la répartition du flux à l'instant  $t'$ , est égale à la sinusoïde  $C$ , mais elle est décalée sur celle-ci de un quart de pas polaire double dans le sens  $A_1 A_2$  correspondant à l'ordre des phases.

γ) A l'instant  $t'' = t + \frac{T}{3}$ , le courant est maximum dans la phase ②, nous obtenons une sinusoïde  $C''$ , de mêmes dimensions que la sinusoïde  $C$  mais décalée sur celle-ci, dans le sens  $A_1 A_2$  de un tiers de pas polaire double.

$C''$  est alors en phase avec  $C_2$ , les axes des bobines de la deuxième phase sont alors les axes des pôles du flux résultant.

### Conclusion.

Construite à des instants successifs voisins, la courbe  $C$  de la répartition du flux résultant, reste indéformable. Elle se déplace dans l'entrefer, de façon continue et uniforme, d'un pas polaire double pendant une période  $T$  des courants d'alimentation.

Les bobines successives des phases 1, 2 et 3 sont à tour de rôle les pôles du flux résultant.

On obtient ainsi un *flux multipolaire à répartition sinusoidale, tournant à la vitesse angulaire*  $\Omega = \frac{2\pi}{p} : T = \frac{\omega}{p}$ ,  $\omega$  étant la pulsation de ces courants.

Le nombre de pôles tournants de ce flux est le même que celui des pôles de chaque phase du stator inducteur.

### Remarque.

Les résultats, que nous avons établis graphiquement, constituent le théorème de Ferraris, que l'on peut établir rigoureusement par le calcul.

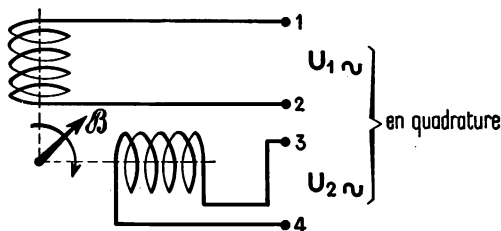
### 3. — GÉNÉRALISATION

Un stator polyphasé à  $q$  phases, présentant  $2p$  pôles par phases, alimenté par des courants polyphasés à  $q$  phases de pulsation  $\omega$ , crée un flux tournant à  $2p$  pôles, progressant dans l'entrefer d'un mouvement circulaire uniforme

de vitesse angulaire  $\Omega = \frac{\omega}{p}$ .

### Cas particulier.

Deux enroulements, décalés dans l'espace de un quart de pas polaire double, alimentés par les deux phases en quadrature d'une distribution diphasée, produisent un flux tournant.



La plus simple réalisation est constituée par deux bobines à axes perpendiculaires.

### Théorème de Leblanc.

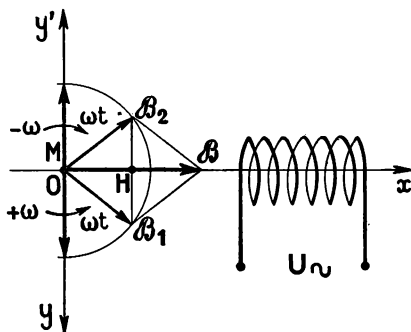
Considérons une bobine inductrice fixe, alimentée sous tension  $U$  sinusoïdale. Elle crée un flux alternatif de pulsation  $\omega$ , le vecteur  $\vec{B}$  en chaque point conserve une direction fixe.

*Ce flux alternatif (suivant l'axe  $ox$  de la bobine) peut être considéré comme résultant de deux flux constants, tournant en sens inverses à la vitesse angulaire  $\omega$ .*

En M le vecteur  $\vec{B}$  à un instant  $t$  a pour valeur  $B = B_{\max.} \sin \omega t$ .

Soient  $\vec{B}_1$  et  $\vec{B}_2$  de valeur commune  $\frac{B_{\max.}}{2}$ ,

placés à l'origine des temps, respectivement sur  $oy$  et  $oy'$  et tournant à la vitesse angulaire  $+\omega$  et  $-\omega$ . Leur résultante est portée par  $ox$  et vaut à tout instant  $t$   $2 \times \overline{OH} = 2 \times \frac{B_{\max.}}{2} \sin \omega t = B$ .



# 15. — Alternateur

## I. — ALTERNATEUR MONOPHASÉ

### I. — CONSTITUTION

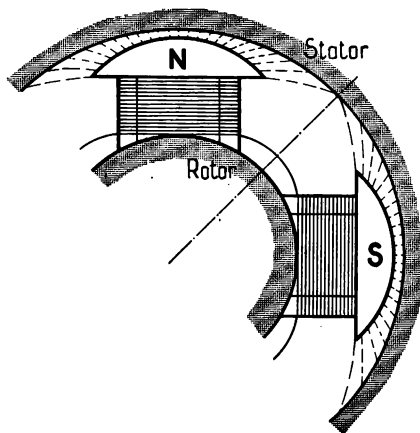
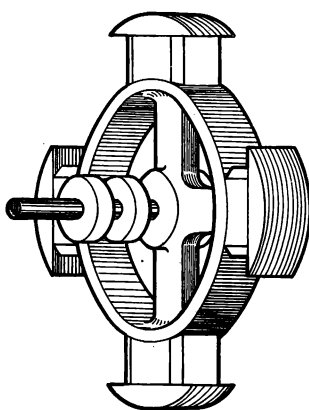
Le générateur industriel de courant alternatif comprend :

a. **Un rotor inducteur** à  $2p$  pôles,

- 1° Pour les alternateurs à faible vitesse, dans le cas de l'utilisation des basses et moyennes chutes d'eau (exemple alternateurs de Kembs, vitesse 93,7 tr/mn), le rotor est constitué par une roue polaire portant les pôles.

*Chaque pôle comprend :*

- *un noyau avec épanouissement polaire en tôles feuilletées,*
- *une bobine inductrice.*



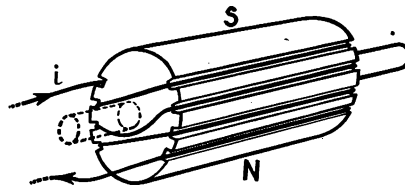
Les bobines des divers pôles sont connectées en série, et alimentées en *courant continu*. Les enroulements sont de sens tel que les pôles successifs soient alternativement Nord et Sud.



L'alimentation de l'inducteur est effectuée par contacts glissants ; les bornes de ce circuit sont constituées par *deux bagues isolées clavetées* sur l'arbre du rotor ; *deux balais* de charbon assurent la liaison avec la source du courant inducteur.

La forme des pièces polaires est déterminée pour obtenir une *répartition sinusoïdale du flux* inducteur dans l'entrefer de la machine.

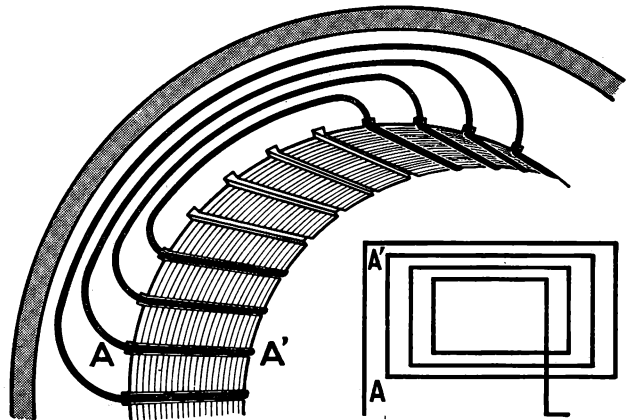
- 2° Pour les alternateurs à grande vitesse, cas des turboalternateurs des centrales thermiques (vitesse 3 000 tr/mn), le rotor est de construction plus massive, afin d'éviter la dislocation par la force centrifuge ; il est à *pôles lisses*. L'enroulement inducteur *bipolaire* est logé dans des encoches creusées suivant les génératrices d'un noyau cylindrique.



#### b. Un stator induit à $2p$ bobines.

Un *anneau de tôles feuilletées*, maintenu par la carcasse extérieure en fonte ou en acier moulé, constitue le noyau de l'induit.

Les *conducteurs actifs* de l'induit sont logés dans des encoches longitudinales de ce noyau et mis en série par des connexions arrière et avant ; ils forment *des bobines*. L'enroulement induit constitue un *circuit ouvert* dont les extrémités sont reliées aux bornes de la machine ; cet induit comporte  $2p$  bobines régulièrement réparties.



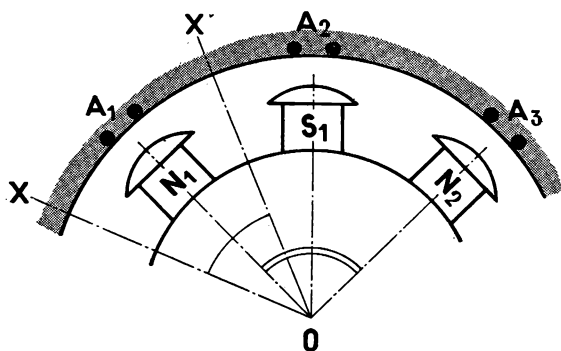
## 2. — PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

### a. Force électromotrice induite dans un conducteur actif de l'induit :

La rotation uniforme du rotor produit dans l'entrefer un flux tournant à  $2p$  pôles à répartition sinusoïdale. Chaque conducteur  $AA'$  de l'induit, balayé par ce flux est le siège d'une force électromotrice  $e_1 = Blv$ .

Dans cette expression,  $l$  est la longueur constante du conducteur actif,  $v$  la vitesse tangentielle constante du flux tournant au niveau du conducteur  $AA'$ ;  $B$  est la valeur instantanée de l'induction magnétique le long de  $AA'$ .

La rotation étant uniforme, et la répartition du flux étant sinusoïdale,  $B$  est une fonction sinusoïdale du temps. *La force électromotrice  $e_1$  est donc sinusoïdale.*



*La période  $T$  est l'intervalle de temps qui sépare le passage de deux pôles successifs de même nom en face du conducteur  $AA'$ , c'est la durée du passage de l'angle  $N_1ON_2$  appelé *pas polaire double* ; pour  $p$  paires de pôles du rotor*

$$\widehat{N_1ON_2} = \frac{2\pi}{p}.$$

Pour une vitesse de rotation de  $n$  tours par seconde, la vitesse angulaire du rotor est  $\Omega = 2\pi n$ ,

Par suite

$$T = \frac{\widehat{N_1ON_2}}{\Omega} = \frac{1}{pn}.$$

La fréquence de la force électromotrice induite  $e_1$  est  $f = \frac{1}{T} = pn$  ;

la pulsation  $\omega$  de cette force électromotrice est  $\omega = 2\pi f = 2\pi pn = p\Omega$ .

Nous pouvons établir la valeur moyenne de cette force électromotrice pour un intervalle de temps  $\frac{T}{2}$  au cours duquel tout le flux utile  $\Phi$  émis par un

pôle nord a balayé le conducteur actif (ce flux est compris dans  $\widehat{XOX'} = \widehat{N_1OS_1}$ , pas polaire simple).

Valeur moyenne de  $e_1 = \Phi : \frac{T}{2}$ .

$$E_{1\text{ moy.}} = \Phi : \frac{1}{2pn} = 2pn\Phi.$$

*L'amplitude* ou valeur maximum de  $e_1$  est

$$E_{1\text{ max.}} = E_{1\text{ moy.}} \times \frac{\pi}{2} = \pi pn\Phi.$$

*La valeur instantanée* de cette force électromotrice est de la forme  $e_1 = E_{1\text{ max.}} \sin \omega t$ , en prenant l'origine des temps au moment où elle change de sens, c'est-à-dire au passage d'une ligne neutre telle que OX (l'induction B change alors de sens en face de AA').

**b. Force électromotrice induite dans l'enroulement** comportant N conducteurs actifs.

*1° Somme de forces électromotrices, coefficient de bobinage.*

Deux conducteurs décalés de un pas polaire double tels que  $A_1$  et  $A_3$  sont toujours placés de la même manière par rapport à deux pôles de même nom du rotor; leurs forces électromotrices  $e_1$  et  $e_3$  sont en phase.

Deux conducteurs décalés de un pas polaire simple tels que  $A_1$  et  $A_2$  sont toujours placés de la même manière par rapport à deux pôles de noms contraires du rotor; leurs forces électromotrices  $e_1$  et  $e_2$  sont en opposition de phase.

L'association en série, par connexions arrière et avant, de conducteurs tels que  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  réalise la *somme de fonctions e sinusoïdales, identiques, en phase.*

Pour N conducteurs ainsi répartis l'amplitude de la force électromotrice résultante est  $NE_{1\text{ max.}}$ .

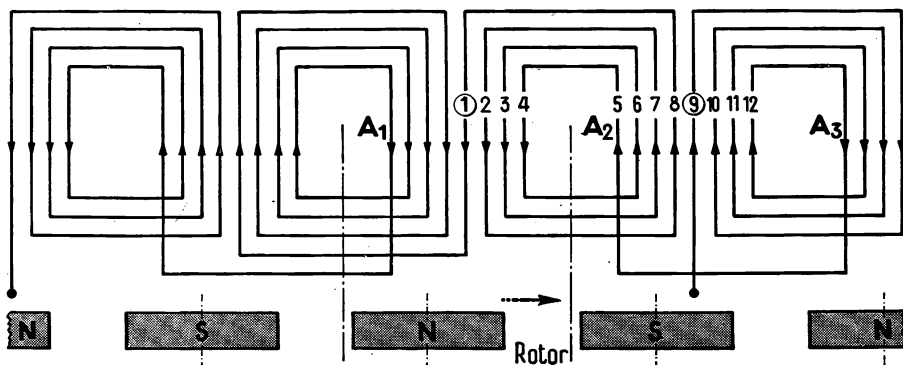
Cette disposition exige des conducteurs placés uniquement dans des encoches distantes de un pas polaire simple, ce qui restreint le nombre des encoches utiles à  $2p$ . (1 encoche par pôle).

Pour augmenter le nombre N des forces électromotrices on serait amené à disposer d'encoches de grande section pouvant contenir chacune  $\frac{N}{2p}$  conducteur. Ceci entraînerait une notable irrégularité dans le circuit magnétique et des perturbations dans la répartition de B dans l'entrefer. On préfère utiliser des encoches plus nombreuses, et de plus faible section, régulièrement réparties.

L'intervalle de deux conducteurs reliés diffère un peu de un pas polaire simple, les *forces électromotrices ajoutées ne sont pas en phase*, et l'amplitude de la résultante est

$$E_{\max.} = \text{somme géométrique des } E_{1\max.} < N \times E_{1\max.}$$

Dans la pratique le noyau induit présente un assez grand nombre d'encoches équidistantes, par exemple 48 encoches, sur lesquels 32 seulement sont utilisées pour la disposition des bobines (dans cet exemple l'alternateur tétrapolaire a 4 bobines à l'induit).



Pour tenir compte du mode de réalisation de l'enroulement induit on prendra

$$E_{\max.} = k_1 N E_{1\max.}$$

$k_1 < 1$  est le coefficient de bobinage.

### 2° Coefficient de forme.

Nous avons établi les relations précédentes dans l'hypothèse d'un flux tournant à répartition sinusoïdale, condition que les constructeurs essayent de réaliser ; s'il n'en est pas ainsi on fait intervenir dans l'expression de la force électromotrice un second coefficient  $k_2$  appelé *coefficient de forme du flux*.

### 3° Relation générale.

$$E = k_1 k_2 N E_1 \quad (\text{en valeurs maximums ou en valeurs efficaces})$$

Compte tenu des résultats précédents  $E_{1\max.} = \pi p n \Phi$

$$E_{\max.} = k_1 k_2 N \pi p n \Phi$$

et en valeur efficace  $E = \frac{k_1 k_2 \pi}{\sqrt{2}} p N n \Phi$

ou pose  $\frac{k_1 k_2 \pi}{\sqrt{2}} = K$  coefficient de  $K_{app}$ .

$E = K N \Phi f$  Expression dans laquelle :

$E$  est exprimée en volts,

$K$  est en général voisin de 2,2,

$N$  est le nombre de conducteurs actifs de l'induit,

$\Phi$  le flux utile par pôle exprimé en wébers,

$f = pn$  la fréquence de la force électromotrice.

#### Exemple.

Pour  $K = 2,2$ ,  $\Phi = 10^6 \text{ Mx} = 0,01 \text{ Wb}$ .

$f = 50 \text{ Hz}$   $N = 144$ .  $E = 158 \text{ volts}$ .

#### Remarque.

La normalisation de la fréquence, condition de l'interconnexion des réseaux, en France  $f = 50 \text{ Hz}$ , entraîne  $f = pn = \text{Cte}$ , pour les alternateurs reliés au réseau de distribution : le nombre de pôles des alternateurs de centrales est inversement proportionnel à leur vitesse de rotation.

*Exemples.* Alternateurs de Kembs : 64 pôles, vitesse 93,7 tr/mn turbo-alternateurs de Saint-Denis : 2 pôles, vitesse 3 000 tr/mn.

### 3. — EXCITATION DES ALTERNATEURS

La source de courant continu qui alimente les inducteurs de l'alternateur peut être :

- *une dynamo* (à excitation en dérivation ou indépendante), dont l'induit est monté sur le même arbre que le rotor de l'alternateur ;
- *une dynamo entraînée séparément* pouvant fournir le courant d'excitation à plusieurs alternateurs.
- *un réseau de courant continu* alimenté par des redresseurs statiques connectés à une source à tension alternative.

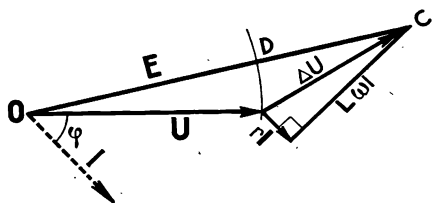
La puissance utilisée pour l'excitation est de l'ordre de 1 à 2 % de celle de l'alternateur.

Dans tous les cas, la *régulation* de la tension  $U$  aux bornes de l'alternateur s'effectue en agissant sur l'excitation (modification du flux utile  $\Phi$ ).

En effet la fréquence, en général imposée, exige une *vitesse de rotation constante*, le seul facteur de réglage de la force électromotrice,  $E = K N f \Phi$ , est le flux utile  $\Phi$  émis par les pôles inducteurs.

#### 4. — CHUTE DE TENSION D'UN ALTERNATEUR

Comme tout générateur, un alternateur débitant un courant  $I$ , dans un circuit extérieur, est l'objet d'une chute de tension interne  $\Delta U$ . Comme il s'agit de grandeurs sinusoïdales la relation des générateurs  $u = e - \Delta u$  n'est valable algébriquement que pour les valeurs instantanées; en valeurs efficaces (ou en valeurs maximums) elle s'exprime vectoriellement  $\vec{U} = \vec{E} - \vec{\Delta U}$ .  $E$ ,  $U$  et  $\Delta U$  ne sont pas généralement en phase, leur valeur et leur phase dépendent de la constitution de la machine et des conditions de fonctionnement (excitation et courant débité à l'extérieur).



Le vecteur  $\vec{\Delta U}$  présente une composante due à la résistance de l'induit  $\vec{rI}$  et une composante inductive  $\vec{L\omega I}$  due aux fuites de flux et à la réaction du flux émis par l'induit sur le flux des inducteurs.

La force électromotrice peut se mesurer par la tension  $U_0 = E$  aux bornes de l'induit en circuit ouvert pour la vitesse imposée et une excitation donnée.

La tension  $U$  aux bornes de l'induit est lue au voltmètre pour un courant débité  $I$  dans un circuit présentant un facteur de puissance  $\cos \varphi$  (pour la même excitation de l'alternateur).

La valeur pratique de la chute de tension est  $U_0 - U$ , valeur algébrique et non vectorielle, mesurée par DC sur le diagramme.

En régime normal, pour un circuit ordinaire,  $\cos \varphi$  voisin de 0,9, la chute de tension pratique pour un alternateur industriel peut atteindre et dépasser 20 % de la tension à vide  $U_0 = E$ .

#### 5. — RENDEMENT D'UN ALTERNATEUR

Il s'exprime par  $\eta = \frac{P_u}{P}$ , relation dans laquelle :

$P_u = UI \cos \varphi$  est la *puissance utile* fournie par l'alternateur au circuit extérieur,

$P$  est la *puissance mécanique fournie au rotor* (à laquelle il faut ajouter la puissance fournie à l'excitation si elle ne provient pas d'une dynamo en bout d'arbre entraînée avec le rotor).

Le rendement d'un alternateur industriel dépend de sa puissance nominale : il varie de 0,85 à 0,95 pour des puissances variant de 20 à 4 000 kVA, dans les meilleures conditions, c'est-à-dire pour un fonctionnement à charge normale sur un circuit extérieur de  $\cos \varphi \simeq 1$ .

## II. — ALTERNATEUR TRIPHASÉ

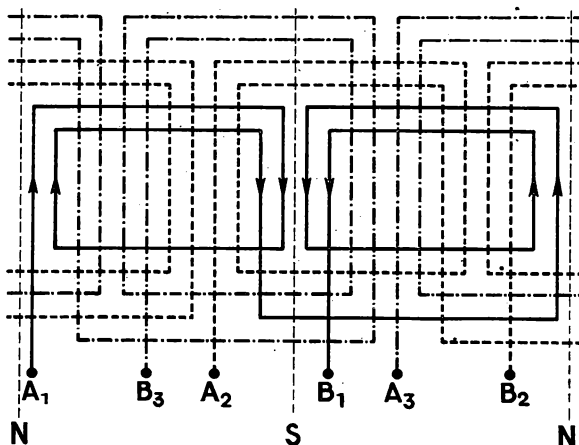
Les alternateurs monophasés sont peu employés :

Le stator monophasé correspond à une mauvaise utilisation du fer (il présente des zones d'encoches vides).

- le flux monophasé de réaction d'induit, pouvant être assimilé à deux flux tournants de sens inverses, crée des perturbations qu'il faut étouffer par des dispositifs amortisseurs à induction ;
- les centrales distribuent l'énergie électrique en courants triphasés.

### I. — STATOR TRIPHASÉ

Toutes les encoches du noyau annulaire d'induit sont occupées par des conducteurs actifs régulièrement pris sur chacune des trois phases : trois enroulements identiques sont respectivement décalés de un tiers de double pas polaire. On réalise ainsi une meilleure utilisation du fer.



Pour un même volume de la machine, une même excitation et une même vitesse, les « pertes fer » de l'alternateur triphasé sont sensiblement les mêmes que celles d'un alternateur monophasé.

Pour un même courant induit admis dans les conducteurs, l'alternateur triphasé fournit une puissance plus grande que l'alternateur monophasé.

### Exemple.

Soit un stator de 24 encoches, bipolaire,

- en monophasé l'enroulement pourra comporter deux bobines utilisant chacune 8 encoches, la force électromotrice sera proportionnelle à  $16 \times k_1$  (dans ce cas le facteur de bobinage  $k_1 = 0,83$ ).
- en triphasé les enroulements comportent deux bobines par phase, utilisant chacune 4 encoches, la force électromotrice par phase sera proportionnelle à  $8 \times k_1$  ( $k_1 = 0,958$ ).

La puissance mise en jeu dans le stator est :

- en monophasé  $P_1$  proportionnelle à  $0,83 \times 16 \times I \cos \varphi$ .
- en triphasé  $P_2$  proportionnelle à  $3 \times 0,958 \times 8 \times I \cos \varphi$ .

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{23}{13,3} = 1,73.$$

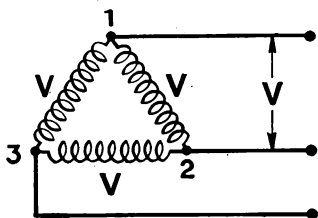
Pour des puissances du même ordre, dans des conditions normales de fonctionnement à pleine charge ( $\cos \varphi$  voisin de 1), le rendement des alternateurs triphasés est supérieur à celui des alternateurs monophasés : par exemple, pour  $S = 500$  kVA, en triphasé  $\eta = 0,93$ , en monophasé  $\eta = 0,90$ .

## 2. — ASSOCIATION DES PHASES

La force électromotrice  $E_1$  induite par phase fournit une tension utile  $V_1$ , ou tension simple aux bornes de cette phase.

Dans le cas où l'utilisation constitue une distribution équilibrée, ces trois tensions simples constituent un système triphasé : même valeur efficace,

déphasages respectifs  $\frac{2\pi}{3}$ .



Les trois phases peuvent être connectées :

### a. En triangle.

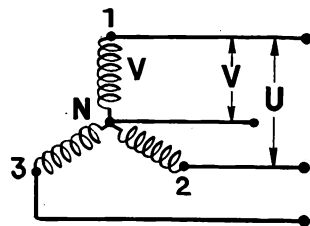
La tension entre deux quelconques des trois bornes de l'alternateur est  $U = V$  tension par phase.



**b. En étoile.**

1<sup>o</sup> avec neutre sorti :

- la tension entre une borne de phase quelconque et le neutre est  $V$ , tension par phase.
- la tension entre deux bornes de phases différentes est une tension composée  $U = V\sqrt{3}$ .



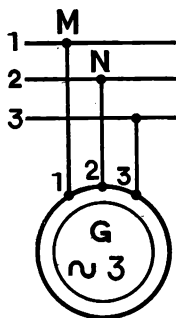
2<sup>o</sup> sans neutre.

On dispose entre deux quelconques des trois bornes de l'alternateur d'une tension composée  $U = V\sqrt{3}$ .

### 3. — COUPLAGE D'UN ALTERNATEUR SUR UNE LIGNE DE DISTRIBUTION

La ligne de distribution, alimentée par d'autres générateurs, est sous tension. Pour augmenter, aux heures de pointe, la puissance distribuée, à tension et à fréquence constante par le réseau on est amené à coupler en parallèle sur ce réseau de nouveaux alternateurs.

**a. Conditions.**



Au moment du couplage il faut respecter plusieurs conditions :

- 1<sup>o</sup> La tension  $U$  du réseau entre deux points  $M$  et  $N$  de jonction doit être *opposée* à la force électromotrice  $E$  créée dans la machine pour ces bornes (sinon le réseau et la machine seraient en série dans le circuit :  $M$  stator  $N$ ).
- 2<sup>o</sup> Pour éviter un à-coup de courant au moment du couplage les *valeurs efficaces*  $E$  et  $U$  doivent être aussi voisines que possible.
- 3<sup>o</sup> Pour que ces conditions se maintiennent pendant la durée du couplage, il faut qu'elles évoluent de la même façon c'est-à-dire que les *fréquences* soient égales.

Ces trois conditions : égalité (en valeurs efficaces), opposition des tensions et égalité des fréquences, sont nécessaires pour le couplage des alternateurs monophasés ou polyphasés.

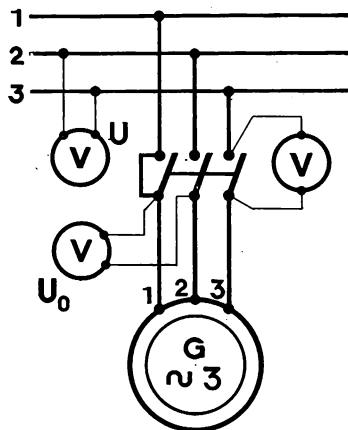
En outre pour ces derniers intervient une condition supplémentaire : *la concordance des phases du réseau et de l'alternateur*, de manière à ce que les conditions 1 2 et 3 soient vérifiées simultanément pour les trois phases.

## b. Méthode de couplage.

1° *La concordance des phases, pour un sens de rotation donné est assurée, par un repérage antérieur des bornes correspondantes. Il faut :*

- *régler la vitesse de l'alternateur pour obtenir sensiblement la fréquence du réseau,*
- *régler la tension à vide  $U_0$ , aussi voisine que possible de  $U$  tension du réseau entre bornes correspondantes, au moyen de l'excitation.*

*Un voltmètre, capable de supporter la tension  $2U$ , connecté à deux bornes correspondantes du réseau et de l'alternateur, présente des oscillations (entre 0 et  $2U$ ) d'autant plus lentes que les fréquences sont plus voisines. On règle la vitesse pour allonger au maximum la période de ces oscillations (au moins quelques secondes), on couplera au moment où le voltmètre marque zéro.*

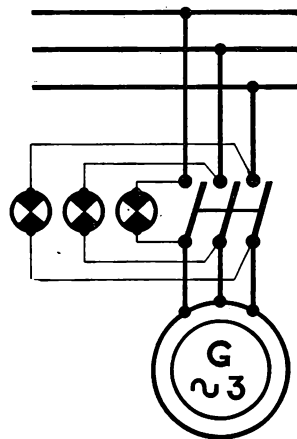


*Le voltmètre peut être remplacé par une lampe, capable de supporter la tension  $2U$ , elle présente des alternances d'éclat et d'extinction, on couplera dans ce cas à l'extinction de la lampe. Cette méthode est moins précise que celle du voltmètre (car la lampe est éteinte pour une tension non nulle).*

Sur la figure, le voltmètre (ou la lampe) est connecté entre les phases 3 de la ligne et de l'alternateur.

2° Dans le cas où le repérage des bornes correspondantes n'a pas été fait au préalable, on peut monter trois lampes borne à borne entre le réseau et l'alternateur :

- si les éclats des trois lampes sont simultanés les bornes sont correspondantes.
- si les éclats des trois lampes sont successifs (feux tournants), on intervertira deux fils de connexion entre le réseau et l'alternateur.



La correspondance des phases étant assurée, on couplera à l'extinction pour ce montage.

### c. Mise en charge de l'alternateur.

Le couplage effectué, l'alternateur est « accroché » sur le réseau. Si son moteur d'entraînement faiblit, il devient récepteur (moteur synchrone). Pour fournir de la puissance au réseau il faut :

- augmenter la force électromotrice de l'alternateur en *augmentant son excitation* ;
- *agir sur le moteur d'entraînement*, dans le sens de l'accélération pour fournir de la puissance active (un accroissement de l'excitation seule fournirait de la puissance réactive).

#### Remarque.

Un alternateur polyphasé à  $q$  phases présente :

- un rotor inducteur à  $2p$  pôles, alimenté en courant d'excitation continu, ou dont les pôles appartiennent à des aimants permanents ;
- un stator présentant  $q$  enroulements ou phases; chaque enroulement comporte  $2p$  bobines ou pôles.

On obtiendra ainsi  $q$  forces électromotrices de fréquence  $f = pn$ , ( $n$  vitesse de rotation du rotor en tours par seconde), régulièrement déphasées de  $\varphi = \frac{2\pi}{q}$ .

## EXERCICES

1. — Un alternateur monophasé à 6 pôles et tourne à 500 tr/mn, le flux utile par pôle est 0,02 Wb. L'enroulement induit du stator présente 72 conducteurs actifs en série. Calculer :  
 a) la fréquence de la tension aux bornes ;  
 b) la force électromotrice de l'alternateur (coefficient de Kapp 2,22) ;  
 c) nouvelle valeur de ces grandeurs,  $f$  et  $E$ , pour une vitesse de 1 000 tr/mn (flux inducteur inchangé).  
**Réponses :** a) 25 Hz ; b) 80 V ; c) 50 Hz et 160 V.
  
2. — Un alternateur triphasé à une roue polaire de 64 pôles. Pour une tension  $U$  entre phase = 8 800 V, 50 Hz, la puissance nominale est 31 000 kVA avec un  $\cos \varphi = 0,9$ . Calculer dans ces conditions :  
 a) la vitesse de la roue polaire ; b) la puissance réelle qu'il fournit ; c) le courant en ligne.  
**Réponses :** a) 93,7 t/mn ; b) 27 900 kW ; c) 2 034 A.
  
3. — Le rotor d'un alternateur monophasé  $U = 200$  V, 50 Hz, porte 12 pôles inducteurs. L'induit porte le même nombre de bobines montées en série. Chaque bobine occupe 6 encoches contenant chacune deux conducteurs. Calculer le flux utile par pôle et la section des noyaux polaires, sachant que l'induction magnétique  $y$  atteint 1,4 Wb/m<sup>2</sup>, coefficient de Kapp = 2,05.  
**Réponses :**  $\Phi = 0,0135$  Wb. —  $S = 96,3$  cm<sup>2</sup>.
  
4. — Un alternateur hexapolaire triphasé alimente un réseau de fréquence 50 Hz. Le stator porte 36 encoches, bobinage en série avec 5 conducteurs par encoche, section de chaque conducteur rectangulaire 20 mm  $\times$  3 mm, densité de courant admise 2,5 A/mm<sup>2</sup>. Les trois phases sont montées en étoile, le flux utile par pôle est 0,018 Wb. Coefficient de Kapp 2,13. Calculer la puissance apparente de cet alternateur.  
**Réponses :** 52 kVA.
  
5. — Un alternateur monophasé tourne à la vitesse de 500 tr/mn. L'induit comprend une bobine par pôle répartie en 4 encoches contenant chacune 4 conducteurs ; les bobines sont connectées en série ; le flux utile par pôle est 0,01 Wb. La tension à vide aux bornes de la machine est 200 V. Calculer : a) la fréquence de la tension de l'alternateur.  
 b) le coefficient de Kapp de ce type d'alternateur.  
**Réponses :** 50 Hz ; 2,08.
  
6. — Un alternateur monophasé débite un courant  $I = 100$  A, sous la tension  $U \approx 220$  V, 50 Hz, dans un circuit inductif qui absorbe une puissance  $P \approx 19,8$  kW.  
 Figurer, sur une même diagramme, les vecteurs  $\vec{I}$  et  $\vec{U}$  ainsi que le vecteur  $\Delta \vec{U} = r\vec{I} + L\omega\vec{I}$  ; représentant la chute de tension interne dans l'induit de l'alternateur ; la résistance de l'induit est  $r = 0,04 \Omega$  et la réactance  $L\omega = 0,24 \Omega$  (l'effet des fuites de flux et de la réaction d'induit sont englobés dans cette réactance, méthode de Behn Eschenburg. Déterminer la force électromotrice  $E$  de l'alternateur et la chute de tension (valeur algébrique),  $E - U$  dans ces conditions.  
**Réponses :**  $\Delta U = 24,3$  V ;  $E = 235$  V ;  $E - U = 15$  V.

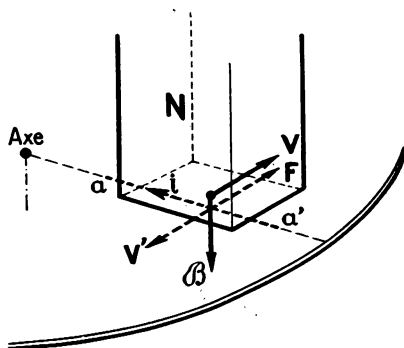
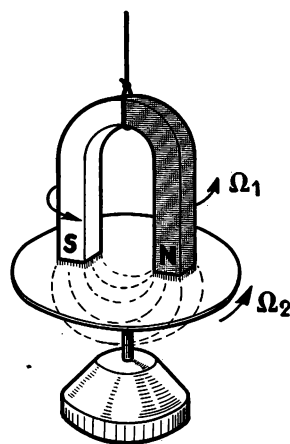
# 16. — Moteur asynchrone

## I. — ENTRAÎNEMENT PAR COURANTS INDUITS

Nous avons signalé (tome I, page 165) un dispositif entraîné par courants de Foucault.

### I. — EXPÉRIENCE

Faisons tourner un aimant en U au-dessus d'un disque métallique horizontal, (en aluminium par exemple), mobile autour d'un axe vertical, de manière à ce que les pôles de l'aimant restent voisins du plan du disque : le disque est entraîné par la rotation de l'aimant, dans le même sens, mais à une vitesse angulaire inférieure.



### 2. — INTERPRÉTATION

Le flux de l'aimant balaye le disque, il crée, dans ce milieu conducteur, des *courants induits* qui s'opposent à leur cause (Loi de Lenz), c'est-à-dire à la rotation relative de l'aimant par rapport au disque.

A un instant donné deux zones du disque sont traversées par le flux de l'aimant.

Dans le métal du disque nous pouvons considérer des minces bandes balayées par le flux de l'aimant : c'est dans une *bande radiale* telle que  $aa'$ , perpendiculaire au déplacement relatif du flux, que sera induite une force électromotrice maximum,  $e = Blv$  (voir tome I, page 162, pour une même longueur, un élément perpendiculaire au flux et au déplacement coupe le maximum de flux), nous pouvons prendre pour  $v$  la vitesse du centre du pôle N par rapport au conducteur  $aa'$ .

Pour déterminer le sens des courants dans des brins tels que  $aa'$ , on peut imaginer que ces brins tournent en sens inverse à la vitesse  $v' = -v$  dans un flux immobile (mouvements relatifs), (courant figuré avec le sens électronique).

Tout conducteur tel que  $aa'$ , parcouru par un courant induit et placé dans le flux  $\Phi$  est l'objet d'une force électromagnétique  $F = Bil$  (loi de Laplace).

*L'ensemble de ces forces crée un couple moteur dans le sens de la rotation de l'aimant inducteur.*

D'une autre manière nous pouvons dire que les courants induits circulant dans la masse du disque créent des pôles sur l'induit, les actions mutuelles des pôles de l'inducteur et des pôles de l'induit provoquent l'entraînement du disque.

Les forces électromotrices, les courants induits et par suite les actions électromagnétiques n'existent que si la vitesse relative de l'aimant par rapport au disque n'est pas nulle.

Désignons par  $\Omega_1$  la vitesse angulaire, supposée constante, de l'aimant inducteur et par  $\Omega_2$  celle du disque induit.

Si le disque est au repos ( $\Omega_2 = 0$ ) la vitesse relative est  $\Omega_1$ , si celle-ci est suffisante, le *moment  $Mm$  du couple moteur* résultant des actions électromagnétiques peut être supérieur au *moment  $Mr$  du couple résistant* dû aux frottements, il y a entraînement du disque.

La relation fondamentale de la dynamique,  $Mm - Mr = J\Omega_2'$  (dans laquelle  $J$  est le moment d'inertie du disque par rapport à l'axe, et  $\Omega_2'$  l'accélération angulaire du disque), montre que le mouvement de ce dernier est accéléré.

La vitesse relative  $\Omega_1 - \Omega_2$  décroît jusqu'à ce qu'il y ait équilibre entre  $Mm$  et  $Mr$ ; à partir de cet instant la vitesse du disque reste constante.

Si le couple résistant, dû aux frottements, n'est pas nul, la vitesse du disque  $\Omega_2$  restera inférieure à  $\Omega_1$  celle de l'inducteur.

### 3. — GLISSEMENT

La vitesse relative ( $\Omega_1 - \Omega_2$ ) du flux inducteur par rapport à l'induit est appelée *glissement absolu*.

Le glissement relatif appelé simplement *glissement* est  $g = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}$  or  $\Omega_1 = 2\pi n_1$  et  $\Omega_2 = 2\pi n_2$ , ( $n_1$  et  $n_2$  en tours par seconde) on a donc aussi  $g = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$  (dans ce rapport  $n_1$  et  $n_2$  peuvent être exprimés en tours par minute).

#### Exemple.

Si le flux inducteur tourne à 3 t/s et le disque à 2 t/s,  $g = \frac{1}{3}$  ou 33 %.

La vitesse du flux inducteur est appelée *vitesse de synchronisme*. La vitesse de l'induit est nécessairement plus faible, puisque le glissement est nécessaire, cet appareil constitue un moteur asynchrone (préfixe *a* privatif).

#### Remarque.

L'induit à l'arrêt  $g = 1$  ;  $g$  décroît et tend vers zéro, en même temps que la vitesse de l'induit croît et tend vers la vitesse de synchronisme.

## II. — MOTEUR ASYNCHRONE TRIPHASÉ

### 1. — STATOR OU INDUCTEUR

Nous avons étudié (au chapitre 14), un stator inducteur triphasé à  $2p$  pôles.

Si  $\omega_1 = 2\pi f_1$  est la pulsation des courants d'alimentation, cet inducteur crée un flux tournant à  $2p$  pôles, de vitesse angulaire constante  $\Omega_1 = \frac{\omega_1}{p}$  radians par seconde, soit  $n_1 = \frac{\Omega_1}{2\pi} = \frac{f_1}{p}$  tours par seconde.

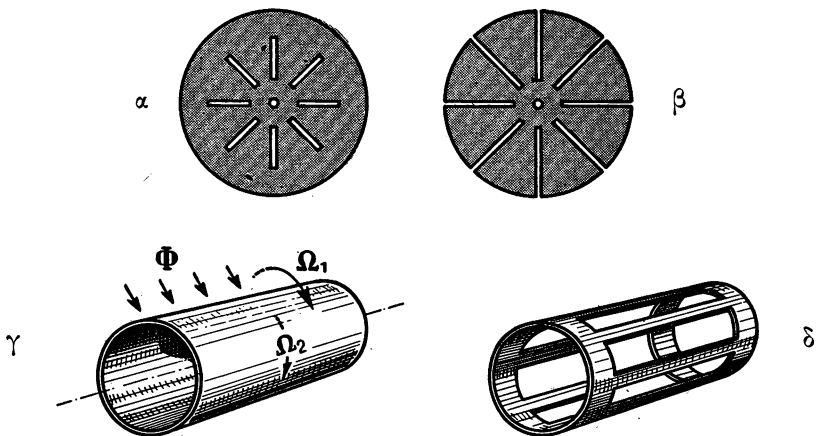
#### Exemple.

La fréquence des courants industriels est  $f = 50$  Hz avec un stator bipolaire,  $2p = 2$ ,  $\Omega_1 = 100 \pi$ ,  $n_1 = 50$  tr/s ou 3 000 tr/mn ;  
avec un stator tétrapolaire  $2p = 4$ ,  $\Omega_1 = 50 \pi$ ,  $n_1 = 25$  tr/s ou 1 500 tr/mn.

## 2. — ROTOR OU INDUIT

On peut modifier progressivement le disque induit qui a été utilisé dans l'étude préliminaire :

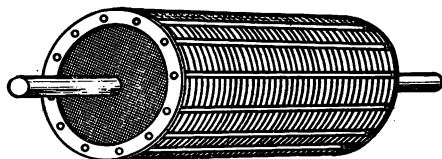
- 1° Si on gêne la fermeture, c'est-à-dire la circulation des courants induits dans le disque, il tourne moins rapidement ( $\alpha$ ), ou même reste immobile ( $\beta$ ) (dans les mêmes conditions de flux inducteur, de frottement et d'inertie).
- 2° On peut remplacer le disque par un cylindre entraîné par un flux radial tournant autour de son axe ( $\gamma$ ), on peut ménager des fentes longitudinales dans le cylindre ( $\delta$ ), on obtient dans ces deux cas la rotation du cylindre induit.
- 3° En plaçant dans le cylindre un noyau de tôles feuilletées, solidaire du cylindre, on réduit l'entrefer et on augmente en conséquence l'induction magnétique  $B$  ainsi que les forces électromagnétiques d'entraînement.



### a. Rotor à cage d'écureuil.

#### 1° Constitution :

Un tel rotor comprend :  
*un noyau cylindrique* en tôles feuilletées, les circuits magnétiques qu'il constitue avec le stator, présentent un entrefer aussi réduit que possible pour diminuer leur réluctance ;



*des barres de très faible résistance électrique, en cuivre ou en aluminium, logées dans des encoches ou des évidements longitudinaux du noyau ;*



des plaques annulaires sur les faces avant et arrière du noyau réalisant avec ces barres, des circuits électriques de très faible résistance.

L'ensemble est analogue à une cage.

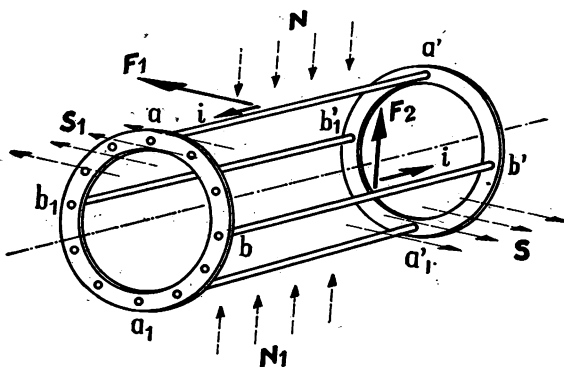
Il n'est pas nécessaire d'isoler les barres du noyau, leur conductibilité est très grande par rapport à celle des tôles feuilletées (surtout dans le sens longitudinal).

Un tel rotor ne présente aucune liaison électrique directe, ni avec le stator, ni avec l'extérieur.

## 2° Fonctionnement :

A un instant donné, une barre telle que  $aa'$  se trouve sous un pôle Nord du flux inducteur tournant ; à cet instant une autre barre  $bb'$  se trouve sous le pôle Sud suivant (sur la figure le flux tourne dans le sens trigonométrique).

Les courants  $i$ , induits dans ces barres, sont égaux et de sens contraires (et de valeur maximum). Avec les flasques qui les joignent, les deux conducteurs actifs  $aa'$  et  $bb'$  constituent une spire de l'induit parcourue par  $i$ .



Cette spire forme un pôle d'induit (sud dans le cas de figure), entraîné par les pôles N et S voisins du flux tournant.

Les forces électromagnétiques telles que  $F_1$  et  $F_2$  agissant à cet instant sur  $aa'$  et  $bb'$  sont concordantes, leur amplitude est maximum, elles sont en phase comme le sont les courants  $i$  dans ces barres (courants figurés avec le sens électronique).

Un ensemble de barres  $aa'$ ,  $bb'$ ,  $a_1a'_1$ ,  $b_1b'_1$ , décalées de un pas polaire simple, constitue une phase de « l'enroulement », induit c'est-à-dire de la cage. Toute phase du rotor présente le même nombre,  $2p$ , de pôles que le flux inducteur tournant, c'est-à-dire que le stator. Dans le cas de la figure  $2p = 4$ .

L'ensemble des barres peut être décomposé en  $q$  groupes régulièrement décalés ou phases. Dans le cas de la figure  $q = 3$ .

*Le rotor à cage d'écureuil constitue donc un enroulement polyphasé, à  $q$  phases, de même nombres de pôles  $2p$  que le stator.*

**Remarque.**

Si la cage est remplacée par un cylindre métallique ses génératrices successives constituent les barres; le rotor est alors un « enroulement » à  $2p$  pôles à un nombre infini de phases.

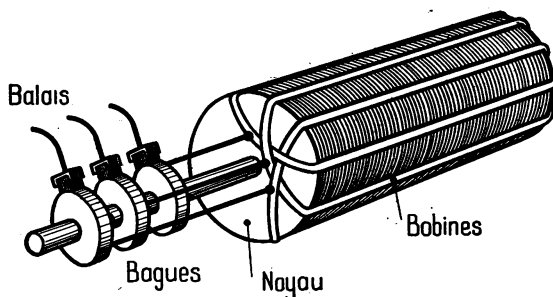
**b. Rotor bobiné à bagues.**

1° Le rotor, dont le noyau est en tôles feuilletées, porte des enroulements polyphasés, en général triphasés (le nombre des phases pourrait être quelconque).

Chaque phase comporte le même nombre de pôles  $2p$  que le stator.

Ces enroulements, en fil de cuivre isolé, de section suffisante, sont logés dans des encoches du noyau, calés et maintenus par des frettes.

Ces enroulements sont *montés intérieurement en étoile* ; ils présentent un point commun.



L'extrémité libre de chaque phase est soudée à *une bague isolée et clavetée sur l'arbre*.

Par l'intermédiaire de *trois balais* maintenus par des porte-balais fixés au stator on peut mettre en série avec les phases du rotor les *résistances variables d'un rhéostat triphasé* monté en étoile.

Un dispositif relève les balais et court-circuite les bagues pour supprimer le frottement des balais et leur résistance de contact quand le rhéostat est mis hors circuit (après la période de démarrage, dont l'étude fait l'objet d'un paragraphe ultérieur).

2° *Le rôle* de ce rotor est identique à celui du rotor à cage ; ses enroulements présentent des conducteurs actifs et des spires dans lesquels prennent naissance des courants induits dus au flux tournant du stator.

Le moment résultant des forces électromagnétiques agissant sur ces conducteurs constitue le couple moteur entraînant le rotor.

### 3. — COURANTS INDUITS DANS LE ROTOR

A un instant donné, si le rotor tourne à la vitesse  $\Omega_2$ , le flux tournant du stator à la vitesse  $\Omega_1$  balaye chaque spire du rotor à la vitesse relative.

$$\Omega_1 - \Omega_2 = g\Omega_1.$$

*La force électromotrice induite dans cette spire est alternative et sinusoïdale* (le flux étant à répartition sinusoïdale) sa période est la durée de passage d'un pas polaire double du flux tournant (arc séparant deux pôles tournants de même nom). En effet après cet intervalle de temps le phénomène se reproduit identique à lui-même.

$$\text{Cette période est } T_2 = \frac{\text{arc polaire double}}{\text{vitesse relative}} = \frac{\left(\frac{2\pi}{p}\right)}{g\Omega_1}.$$

*La fréquence de cette force électromotrice est*

$$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{gp\Omega_1}{2\pi}.$$

Si  $f_1$  est la fréquence des courants d'alimentation du stator,  $f_1 = \frac{p\Omega_1}{2\pi}$

donc

$$f_2 = gf_1.$$

Chaque phase du rotor constituant un circuit fermé est le siège d'un *courant alternatif de fréquence*  $f_2 = gf_1$ .

Les diverses phases du rotor, régulièrement décalées dans l'espace sont progressivement balayées par le flux tournant, les divers *enroulements du rotor sont donc parcourus par des courants polyphasés de fréquence*  $f_2$ .

### 4. — FLUX RÉSULTANT

Les courants polyphasés du rotor, de fréquence  $f_2$ , créent par rapport à leurs enroulements à  $2p$  pôles, un flux tournant à la vitesse

$$\Omega = \frac{2\pi f_2}{p} = g\Omega_1 = \Omega_1 - \Omega_2.$$

Comme le rotor tourne lui-même à la vitesse  $\Omega_2$ , le flux qu'il crée tourne dans l'espace, par rapport au bâti fixe, à la vitesse  $\Omega_2 + (\Omega_1 - \Omega_2) = \Omega_1$ , c'est-à-dire à la vitesse synchrone.

Les courants induits dans le rotor créent des pôles fictifs qui occupent, par rapport aux pôles tournants inducteurs des positions définies ; les pôles du rotor, liés à ceux du flux inducteur, tournent à la même vitesse. Le rotor glisse par rapport à son flux, c'est-à-dire par rapport à la répartition des courants induits dans sa masse.

*Le flux émis par le stator et le flux émis par le rotor (flux de réaction d'induit), tournent à la même vitesse.*

*Il y a en réalité dans l'entrefer un seul flux : le flux résultant, qui tourne à la vitesse synchrone.*

(On peut composer géométriquement les vecteurs  $B$ , c'est-à-dire les flux si les circuits magnétiques ne sont pas saturés.)

#### Remarque.

C'est le flux résultant qui induit :

a. *dans le stator fixe*, une force contre-électromotrice  $E_1$  dans chaque phase.

$E_1 = k_1 \omega \Phi$  ( $k_1$  coefficient de proportionnalité qui dépend de l'enroulement,  $\Phi$  valeur efficace du flux embrassé par chaque spire),  $E_1$  à pour fréquence  $f_1$ .

L'enroulement du stator joue le rôle du primaire d'un transformateur ; en négligeant la chute de tension dans le stator,  $E_1$  est directement opposée à la tension  $U$  d'alimentation :

pour un stator donné, et une fréquence donnée, le flux résultant ne dépend que de la tension d'alimentation.

b. *dans le rotor mobile*, une force électromotrice  $E_2$  dans chaque phase. Cette force électromotrice est proportionnelle à la vitesse relative du flux et du rotor, c'est-à-dire  $E_2 = k_2 \Omega_1 \Phi$  ( $k_2$  dépend de l'enroulement du rotor),  $E_2$  à pour fréquence  $f_2 = gf_1$ .

## 5. — RENDEMENT ÉLECTRIQUE DU ROTOR

*Le couple moteur* résulte de l'action mécanique que le stator exerce sur le rotor, par l'intermédiaire du flux tournant.

Lorsque la vitesse est stable le moment  $M_m$  du couple moteur est égal et opposé au moment  $M_r$  du couple résistant auquel est soumis l'arbre du rotor, par suite des divers frottements et de la réaction de la machine qu'il entraîne.

La puissance transmise par le flux tournant à la vitesse angulaire  $\Omega_1$  est  $P_1 = M_m \Omega_1$  ; la puissance mécanique que met en jeu le rotor est  $P_2 = M_r \Omega_2$ .

Dans ce cas  $M_m = M_r = M$  que l'on appelle *moment du couple transmis*,  $P_1 - P_2 = M (\Omega_1 - \Omega_2)$  est la *puissance perdue dans le rotor*, dissipée sous forme thermique par les courants rotoriques.

( $P_1 - P_2 = 3 R_2 I_2^2$  si  $R_2$  est la résistance d'une phase du rotor et  $I_2$  la valeur efficace du courant qui la parcourt.)

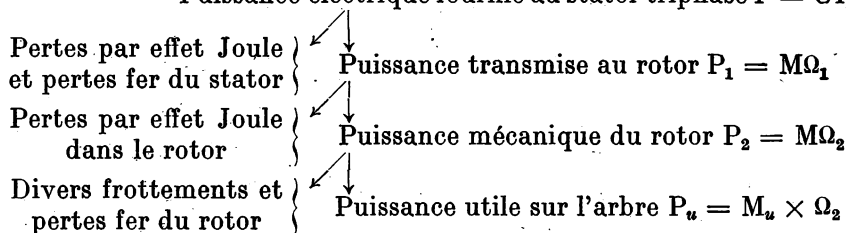
Or  $g = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}$  donc  $P_1 - P_2$  peut s'écrire  $M \times g \Omega_1$  ;

*cette puissance perdue dans le rotor est proportionnelle au glissement.*

L'expression  $\eta_2 = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = 1 - g$  est appelée *rendement électrique du rotor* ; ce rendement est d'autant plus faible que le glissement est plus grand.

## 6. — BILAN DES PUISSANCES

Puissance électrique fournie au stator triphasé  $P = UI_1 \cos \varphi_1 \sqrt{3}$



$M_u$  est le moment du couple utile.

Le rendement global est  $\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{P_u}{P_2} \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{P_1}{P}$ .

Le rendement  $\eta$  peut être déterminé :

- soit par mesures directes ; deux wattmètres sur l'alimentation mesurent  $P$ , un frein approprié permet de mesurer la puissance utile  $P_u$ , au cours d'un essai en charge.
- soit par une méthode de calculs approchés ;  $\eta = \frac{P - \text{pertes}}{P}$ . Les pertes, que nous avons citées, peuvent être calculées ou déterminées par des essais à puissance réduite.

Le rendement d'un moteur asynchrone est faible à vide et est maximum au voisinage de la charge normale ; il est plus faible pour les moteurs de petite puissance.

### Exemple.

Pour un moteur de 1kW rendement maximum  $\simeq 0,78$

Pour un moteur de 10 kW rendement maximum  $\simeq 0,86$ .

## 7. — VITESSE

Pour que le rendement soit acceptable il faut en particulier que le terme  $\eta_2 = \frac{P_2}{P_1} = 1 - g$  ne soit pas trop faible, ceci implique qu'en régime normal le glissement soit faible, c'est-à-dire que la vitesse soit voisine du synchronisme.

*Exemple.* Un moteur tétrapolaire ( $2p = 4$ ) alimenté à la fréquence 50 Hz a une vitesse synchrone de  $\frac{50 \times 60}{2} = 1\,500$  tours/mn ; à vide sa vitesse est environ 1 490 tours/mn correspondant à

$$g_0 = \frac{1\,500 - 1\,490}{1\,500} = \frac{1}{150} = 0,6 \, \%$$

En charge normale sa vitesse est 1 440 tours/mn correspondant à

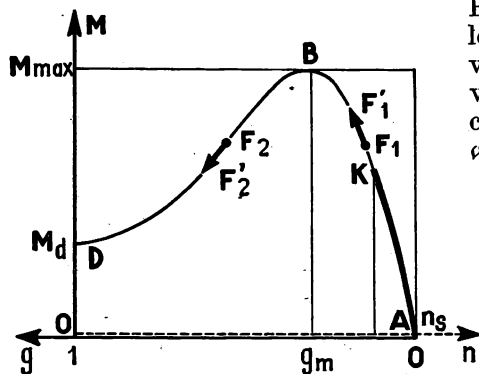
$$g = \frac{1\,500 - 1\,440}{1\,500} = \frac{6}{150} = 4 \, \%$$

Un moteur asynchrone est donc un moteur à vitesse presque constante dans les limites d'emploi ordinaire.

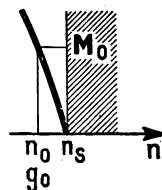
(Nous avons vu tome I, page 124, que le moteur dérivation à courant continu possède aussi cette propriété.)

## 8. — COUPLE MOTEUR

a. La caractéristique mécanique du moteur asynchrone a la forme ci-contre.



Elle peut être relevée expérimentalement. Le couple moteur, nul à la vitesse synchrone, présente, à une vitesse voisine  $n_0$ , une faible valeur  $M_0$ , condition de rotation dans la *marche à vide*, où ce couple équilibre seulement le couple parasite des pertes mécaniques.



A faible glissement, le couple est sensiblement proportionnel au glissement, partie AB de la caractéristique

jusqu'à la valeur  $M_{\max}$ . du couple maximum, obtenue pour une vitesse correspondant au glissement  $g_m$  inférieur en général à 15 %.

Pour des vitesses, plus faibles, partie BD de la caractéristique, le couple décroît quand le glissement augmente, la valeur  $M_d$ , correspondant à la vitesse nulle c'est-à-dire à  $g = 1$ , est le moment du couple de démarrage.

## b. Stabilité.

1° La partie AB de la caractéristique représente la zone de stabilité de marche du moteur.

En effet, pour un point de fonctionnement  $F_1$ , toute augmentation du couple résistant entraîne une baisse de vitesse ;  $F_1$  se déplace vers  $F'_1$  pour lequel la valeur du couple moteur a augmenté, un nouvel équilibre peut s'établir.

2° La partie BD représente la zone d'instabilité de marche du moteur.

En effet, pour un point de fonctionnement  $F_2$ , toute augmentation du couple résistant entraîne une baisse de vitesse ;  $F_2$  se déplace vers  $F'_2$  pour lequel la valeur du couple moteur est plus faible, et ne peut équilibrer le couple résistant. La vitesse continue à décroître jusqu'au calage du moteur.

La partie utile de la caractéristique correspond à AK région pour laquelle le glissement est inférieur à  $\frac{g_m}{2}$ . Cela ménage une large marge de sécurité KB, en cas d'augmentation du couple résistant.

Pour un régime donné le rapport  $\frac{\text{Couple maximum}}{\text{Couple résistant}}$  est le coefficient de stabilité ; il est en général supérieur à 2. Pour cette zone d'utilisation le couple est sensiblement proportionnel au glissement (AK est pratiquement rectiligne).

## c. Étude algébrique de la caractéristique mécanique.

Nous avons indiqué que la force électromotrice induite dans une phase du rotor s'exprime par  $E_2 = k_2 g \Omega_1 \Phi$ .

Cette phase du rotor en circuit fermé présente une résistance  $R_2$  ; une partie du flux qu'elle émet, flux de fuite, n'intervient pas pour créer le flux résultant  $\Phi$ . On tient compte de ces fuites de flux (émises par cette phase et par les phases voisines à travers son enroulement) en attribuant une inductance de fuite  $l$  supposée constante à cette phase.

Pour un courant rotorique de fréquence  $f_2 = g f_1$ , de pulsation  $\omega_2 = g \omega_1$ , l'impédance d'une phase du rotor est  $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + l^2 g^2 \omega_1^2}$ .

Le courant rotorique est alors  $I_2 = \frac{E_2}{Z_2}$ .

Nous avons établi d'autre part la relation  $M g \Omega_1 = 3 R_2 I_2^2$ . Nous pouvons écrire l'expression algébrique du couple transmis M par le stator au rotor.

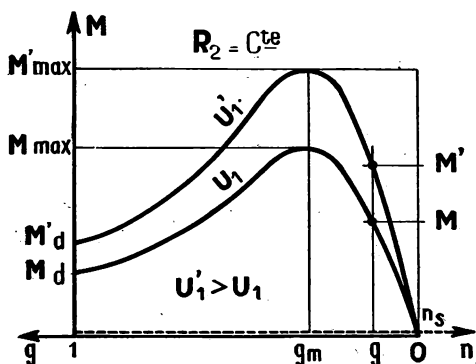
$$M = \frac{3 R_2 I_2^2}{g \Omega_1} = \frac{3 R_2}{g \Omega_1} \times \frac{(k_2 g \Omega_1 \Phi)^2}{R_2^2 + (l g \omega_1)^2}.$$

Nous pouvons simplifier cette expression, car  $\omega_1$ ,  $\Omega_1$ , et  $k_2$  sont des constantes, d'autre part le flux résultant  $\Phi$  est proportionnel à la tension  $U_1$  d'alimentation, donc  $M$  est proportionnel à  $\frac{U_1^2}{\left(\frac{R_2}{g} + \frac{l^2}{R_2} g \omega_1^2\right)}$ , fonction de  $g$ .

Dans cette expression le dénominateur est une somme de deux termes dont le produit  $l^2 \omega_1^2$  est constant, ce dénominateur présente un minimum quand ces termes sont égaux, c'est-à-dire pour  $\frac{R_2}{g} = \frac{l^2}{R_2} g \omega_1^2$ , soit quand  $g = \frac{R_2}{2l\omega_1}$ .

Cette valeur de  $g$  est précisément  $g_m$ , glissement correspondant au maximum  $M_{\max}$ , du couple transmis dont la valeur est alors proportionnelle à  $\frac{U_1^2}{2l\omega_1}$ .

#### d. Conclusions.



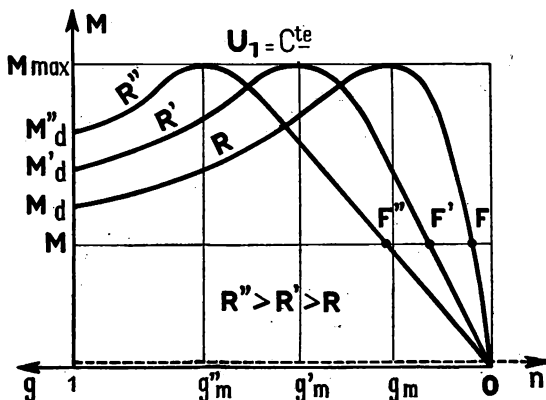
Cette étude, ainsi que des mesures effectuées en plate-forme montrent que :

1° Pour une résistance donnée  $R_2$  de chaque phase du rotor, et pour une vitesse donnée ( $g$  donné), le couple est proportionnel à  $U_1^2$ .

2° Le couple maximum, pour une tension donnée  $U_1$  conserve la même valeur quelle que soit la résistance  $R_2$  de chaque phase du rotor.

3° En augmentant la résistance des phases du rotor ce couple maximum est obtenu pour une valeur croissante de  $g_m$ , c'est-à-dire pour une vitesse plus faible.

Dans ces conditions pour un couple résistant donné  $M$  on déplace le point de fonctionnement  $F$  vers les vitesses plus faibles ( $F$ ,  $F'$  et  $F''$  pour  $R_2 < R_2' < R_2''$ ) :



à couple constant, en augmentant la résistance du rotor on diminue la vitesse du moteur.

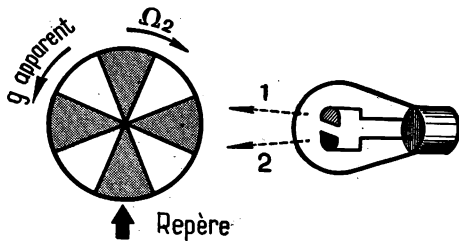


4° L'évolution de la courbe du couple, pour différentes valeurs de  $R_2$  montre que l'augmentation de  $R_2$  entraîne une augmentation du couple au démarrage de moment  $M_d$ .

## 9. — MESURE DU GLISSEMENT

Nous avons pu constater que le glissement  $g$  constitue une grandeur de référence très employée dans l'étude du moteur asynchrone, les essais exigent donc de fréquentes mesures de  $g$ .

- a. *La mesure directe au compte-tours* (à 10 tours/mn près) est peu précise quand il s'agit de faibles glissements (1 440 au lieu de 1 450 tr/mn donne  $g = 4 \%$  au lieu de  $g = 3,33 \%$ ).
- b. *Mesure de la fréquence des courants rotoriques*, un ampèremètre magnéto-électrique à courant continu branché sur une phase du rotor oscille à la fréquence  $f_2$  du courant, dans cette phase on a  $g = \frac{f_2}{f_1}$ . Ceci n'est possible qu'avec un rotor à bagues.
- c. *Procédé stroboscopique*. Un disque possédant  $2p$  secteurs blancs et  $2p$  secteurs noirs égaux et alternés est entraîné par le rotor. Il est éclairé par éclats lumineux à la fréquence double de celle du réseau qui alimente le stator (une lampe au néon produit un bref éclat à chaque alternance au voisinage de l'amplitude maximum de la tension).



S'il tournait à la vitesse du synchronisme  $n_1 = \frac{f_1}{p}$ , d'un éclat à l'autre un secteur prendrait la position du précédent, le disque paraîtrait immobile.

Tournant plus lentement  $n_2 < n_1$  dans l'intervalle  $\frac{T_1}{2}$  demi-période de  $U$  chaque secteur n'a pas le temps de remplacer le précédent, le disque semble tourner à l'envers du sens réel de rotation du moteur.

On compte alors le nombre  $S$  de secteurs noirs qui défilent devant un repère fixe pendant un temps  $t$ , par exemple une minute.

Le nombre de tours du glissement absolu pendant ce temps est  $\frac{S}{2p}$ , correspondant à une vitesse relative  $n_1 - n_2 = \frac{S}{2pt}$ .

Le glissement relatif  $g$  est alors  $\frac{n_1 - n_2}{n_1}$  avec  $n_1 = \frac{f_1}{p}$  c'est-à-dire  $g = \frac{S}{2f_1 t}$ .

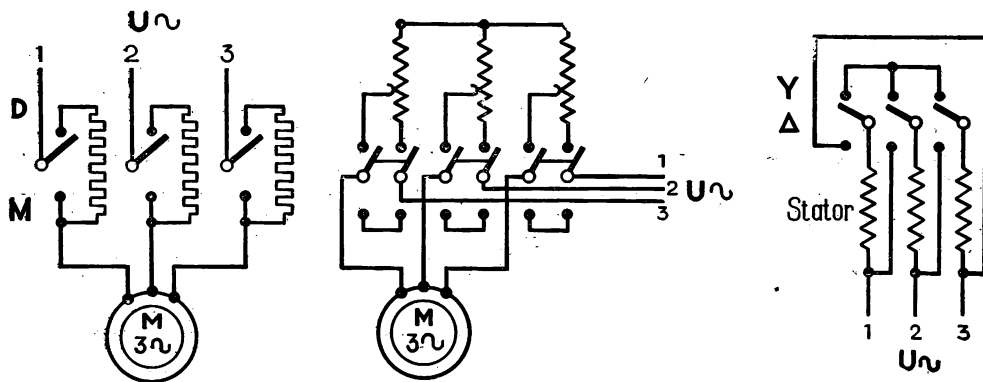
## 10. — DÉMARRAGE DES MOTEURS ASYNCHRONES

Au démarrage, rotor à l'arrêt, le stator étant alimenté, les circuits fermés du rotor constituent le secondaire en court-circuit d'un transformateur dont le stator est le primaire.

Il y a un appel brutal de courant au stator qui peut absorber cinq à six fois le courant normal de fonctionnement, il en résulte une perturbation sur le réseau (pour des moteurs de puissance importante) et un échauffement temporaire des circuits. Certains artifices permettent de réduire ces inconvénients.

### a. Alimentation au démarrage sous tension réduite

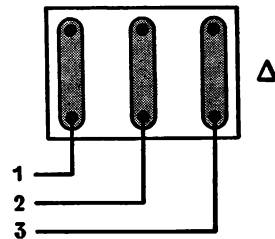
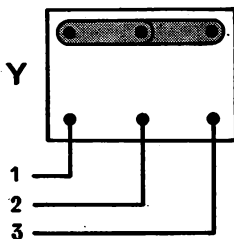
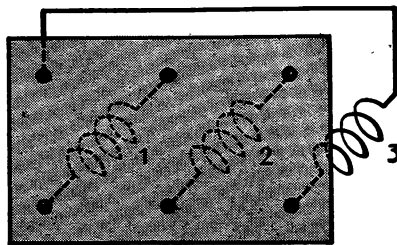
- par interposition de résistances ou d'impédances sur l'alimentation du stator,
- Utilisation d'autotransformateurs sur l'alimentation,
- démarrage étoile-triangle. Un commutateur permet de brancher le stator en étoile pour le démarrage (chaque phase est alors à la tension simple  $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$ ), et de passer au montage triangle pour la marche normale (chaque phase est alors alimentée à la tension composée  $U$ ).



Ces artifices ont l'inconvénient de réduire le couple de démarrage, qui est proportionnel au carré de la tension  $U_1$  appliquée au stator (pour une résistance donnée du rotor). Ils conviennent pour le démarrage à vide ou à faible couple résistant.

**Remarque.**

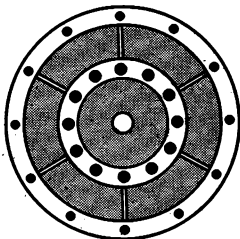
Le stator du moteur asynchrone triphasé présente 6 bornes (2 par phase), ce qui permet de passer du montage étoile au montage triangle (soit pour le démarrage à l'aide du commutateur, soit pour utiliser, d'une manière permanente, la tension simple ou la tension composée, suivant le réseau d'alimentation, ceci au moyen de barrettes conductrices).



**b. Augmentation de la résistance  $R_2$  du rotor**

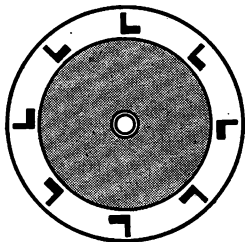
Elle présente le double avantage de diminuer l'à-coup de courant au démarrage, et de déplacer le couple maximum  $M_{\max}$  vers les vitesses faibles c'est-à-dire d'accroître le couple de démarrage  $M_d$ .

**1° Cas des moteurs à cage.**



— *Rotor à double cage de Boucherot* : Une cage externe assez résistante assure le démarrage en charge. Dans cette cage, les courants rotoriques importants de fréquence élevée ( $E_2$  et  $f_2$  proportionnelles à  $g$ ), s'opposent à la pénétration du flux jusqu'à la cage interne, ils ont un effet d'écran électrodynamique, (au démarrage et à faible vitesse le glissement est grand, voisin de 1).

A mesure que la vitesse croît, ces courants induits deviennent plus faibles et de fréquence moins élevée, l'effet d'écran s'atténue, le flux tournant pénètre plus avant dans le noyau et agit sur la cage interne de marche normale, peu résistante : celle-ci produit alors la plus grande partie du couple moteur.



— Cage à déplacement de courant.

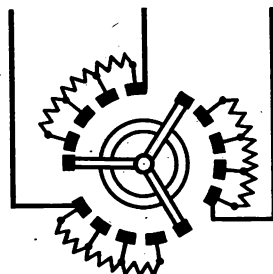
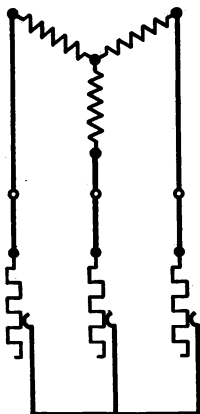
Une cage unique, dont les barres ont une section spécialement étudiée, peut fonctionner de manière analogue, par exemple formée par des barres en L. Au démarrage la partie périphérique joue le rôle de cage extérieure puis la partie interne fait fonction de cage intérieure peu résistante, à mesure que la vitesse croît.

## 2° Cas des rotors bobinés.

— A partir d'une certaine puissance, environ 3 kilowatts, ces artifices deviennent insuffisants on emploie alors uniquement des *rotors bobinés à bagues reliées à un rhéostat de démarrage*.

Pour faire démarrer un tel moteur, il faut :

- 1° s'assurer que les circuits du rotor sont ouverts (rhéostat aux plots morts) ou présentent le maximum de résistance ;
- 2° alimenter le stator ;
- 3° faire décroître lentement les résistances du rhéostat jusqu'à zéro à mesure que la vitesse croît (en observant au besoin l'ampèremètre du stator) ;



- 4° S'il est possible court-circuiter les bagues et relever les balais (dans ce cas ramener ensuite le rhéostat au maximum pour le prochain démarrage).

Certains moteurs à rotor bobiné sont équipés d'un *coupleur centrifuge* dans lequel sont logées les résistances de démarrage, elles sont successivement court-circuitées à vitesse convenable par le coupleur.

### Remarques.

#### 1° Calage du moteur.

Le moteur peut caler, soit par suite d'un couple résistant  $M_r$  trop grand, soit par suite d'une chute de tension brutale en ligne. Les circuits électriques du stator et du rotor se trouvent à l'arrêt dans les mêmes conditions qu'au démarrage (sans le rhéostat) (transformateur dont le secondaire est en court-circuit), ils sont alors l'objet de surintensités dangereuses ; un disjoncteur de protection sur l'alimentation est souvent prévu pour ce cas. Il faut alors ramener le rhéostat dans les conditions de démarrage avant d'essayer de réenclencher le disjoncteur.

## 2° Sens de rotation.

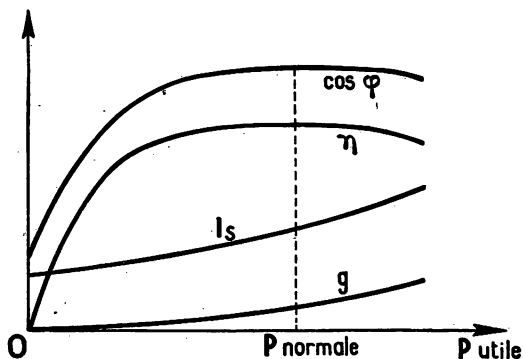
Il est déterminé par le sens de rotation du flux tournant du stator c'est-à-dire par l'ordre des phases aux bornes d'alimentation. En triphasé l'inversion de deux fils d'alimentation inverse le sens de rotation du moteur.

## 3° Courant à vide.

Le courant absorbé  $I_1$  au stator augmente avec la puissance, cependant le *courant absorbé à vide*  $I_0$  n'est pas négligeable devant le courant  $I_n$  de charge normale,  $I_0$  peut varier de  $\frac{I_n}{4}$  à  $\frac{I_n}{2}$ .

## 4° Le facteur de puissance $\cos \varphi$ .

Il est très faible à vide de 0,1 à 0,2 (grande puissance réactive absorbée pour



« magnétiser » le fer et l'entrefer, et très faible puissance active mise en jeu). Le  $\cos \varphi$  augmente avec la charge, il peut atteindre 0,8 pour les moteurs de petite puissance et 0,85 pour des moteurs de puissance élevée.

Il y a donc un inconvénient à utiliser à puissance réduite un moteur asynchrone.

Les courbes ci-contre montrent les variations : du glissement  $g$ , du courant absorbé  $I_s$ , du rendement  $\eta$ , du facteur de puissance  $\cos \varphi$ , en fonction de la puissance utile  $P_u$  du moteur.

## II. — EMPLOI DES MOTEURS ASYNCHRONES

Actuellement les moteurs asynchrones sont les plus employés, surtout ceux du type triphasé (à cause de la normalisation des réseaux de distribution). Leur vitesse, peu variable, convient très bien à la commande individuelle de nombreuses machines-outils : perceuses, fraiseuses, tours...

Leur prix est assez réduit et leur puissance massique appréciable (de l'ordre de 60 W par kg pour des moteurs de quelques kW).

Pour démarrer à vide ou à faible charge on emploie aux faibles puissances des moteurs à rotor à cage, pour les démarrages en charge, et pour des puissances plus élevées (supérieures à 3 kW), on emploie des moteurs à rotor bobiné avec rhéostat de démarrage à commande manuelle ou automatique.

Des dispositifs mécaniques de changement de vitesse sont le plus souvent intercalés entre le moteur et la machine menée, si celle-ci exige différentes vitesses.

### Remarques.

- 1° On peut obtenir une faible variation progressive de vitesse en utilisant le rhéostat de démarrage comme résistance additive au rotor. A couple égal on augmente le glissement, mais ce procédé diminue le rendement.
- 2° Certains moteurs sont équipés avec un commutateur spécial qui modifie le groupement des bobines du stator, c'est-à-dire le nombre de pôles. Une machine peut ainsi passer du type bipolaire au type tétrapolaire ce qui donne pour la vitesse synchrone, à la fréquence 50 Hz, soit 3 000 tours/mn, soit 1 500 tours/mn.
- 3° On peut modifier la vitesse du moteur par variation de la fréquence d'alimentation. En particulier le rotor bobiné d'un moteur asynchrone est le siège d'une tension de fréquence  $f_2 = g f_1$ . Cette tension prise aux bagues peut être utilisée pour alimenter le stator d'un autre moteur.  
En entraînant le premier rotor à vitesse convenable, par un moteur auxiliaire, il constitue alors un générateur à fréquence réglable.

### Moteur asynchrone monophasé.

Il comporte un stator monophasé à  $2p$  pôles et un rotor soit à cage, soit bobiné (d'un nombre de phases quelconque, en général triphasé) présentant aussi  $2p$  pôles.

Alimenté sous la tension monophasée  $U_1$  de fréquence  $f_1$ , le stator produit dans l'entrefer un flux alternatif à répartition sinusoïdale dans le temps. (Voir chapitre 14 stator monophasé.) Compte tenu du théorème de Leblanc, on peut remplacer le flux alternatif par deux flux tournant en sens inverses.

Pour une machine à  $2p$  pôles ces flux ont les vitesses angulaires  $\pm \Omega = \frac{\pm \omega}{p}$ ,  $\omega$  pulsation du courant d'alimentation (la périodicité dans l'espace est un pas polaire double, pour un intervalle de temps  $T$  période du courant).

Si le rotor est arrêté, son glissement est le même par rapport aux deux flux tournants  $\Phi_1$ , et  $\Phi_2$ ,  $g_1 = g_2 = 1$ , le rotor n'est soumis à aucun couple résultant. Si le rotor est lancé, soit mécaniquement, soit par l'artifice d'un système diphasé temporaire qui crée un seul flux tournant dans le sens de  $\Phi_1$  par exemple,  $g_1$  devient  $< 1$  et  $g_2 > 1$ , la courbe du couple en fonction du glissement montre que le couple moteur  $M_{m_1}$  dû à  $\Phi_1$  est supérieur au couple  $M_{m_2}$  de sens opposé dû à  $\Phi_2$ , il y a entraînement dans le sens de  $\Phi_1$ .

Le couple résultant est pulsatoire et le rendement d'un tel moteur est assez faible.

Avec la généralisation de la distribution triphasée ce type de moteur est pratiquement abandonné.

### EXERCICES

1. — Un moteur asynchrone triphasé est alimenté par un réseau de tension  $U \sim = 200$  V entre phases, 50 Hz. Sa puissance mécanique en charge est 5 ch avec un rendement de 0,85 et un facteur de puissance de 0,8. Calculer le courant en ligne, en charge normale, ainsi que le courant dans chaque enroulement du stator, si celui-ci est monté en triangle.

Réponses :  $I = 15,6$  A,  $J = 9$  A.

2. — Un moteur asynchrone triphasé, tétrapolaire (4 pôles), à cage, a une puissance mécanique de 2 ch, en charge son  $\cos \varphi$  est 0,8 et son rendement 0,75. Il est alimenté par un réseau  $U \sim = 200$  V entre phases, 50 Hz. Calculer :
  - 1° La puissance électrique qu'il absorbe en charge et le courant  $I$  en ligne ;
  - 2° Sa vitesse à vide si le glissement est 0,8 % et en charge pour un glissement de 5 % ;
  - 3° Son couple moteur en charge.

Réponses : 1°  $P = 1962$  W,  $I = 7$  A environ ; 2° 1488 tr/mn, 1425 tr/mn ; 3° 9,86 m.N soit environ 1 m.kgp.

3. — Un moteur asynchrone triphasé, stator en triangle, absorbe en charge une puissance de 2 kW avec un facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,8$ . Il est alimenté par un réseau  $U \sim 200$  V entre phases, 50 Hz. La résistance à chaud, mesurée entre deux bornes du stator est  $0,9 \Omega$ .  
En supposant que les pertes dans le fer du stator sont égales aux pertes par effet Joule dans les enroulements de ce stator, calculer la puissance transmise par le stator au rotor.

**Réponse :** 1 860 W.

4. — Calculer le glissement d'un moteur asynchrone triphasé, qui, alimenté par un réseau de fréquence 50 Hz, tourne, en charge normale, à la vitesse de 960 tr/mn.

**Réponse :** Moteur à 6 pôles,  $g = 0,04$ .

5. — Le stator d'un moteur asynchrone triphasé comporte 4 pôles par phase, les indications de la plaque sont 200 V  $\sim$ , 50 Hz, 3 kW,  $\cos \varphi = 0,8$ , vitesse = illisible. On sait que les moteurs de ce type ont en charge normale un rendement voisin de 0,85 et un glissement voisin de 5 %.

Déterminer approximativement :

1° La vitesse du moteur, à vide et en charge normale.

2° Le couple moteur en charge normale.

3° Le courant en ligne qu'absorbe ce moteur en charge.

**Réponses :** 1° 1 490 tr/mn et 1 425 tr/mn ; 2° 17 m.N ou 1,74 mkgp ; 3° 10,8 A.

6. — Un moteur triphasé à 6 pôles, alimenté par un réseau de fréquence 50 Hz développe en charge un couple utile de 40 m.N quand son glissement est 4 %. Calculer son rendement s'il absorbe une puissance électrique de 4 800 W.

**Réponse :** 0,83.

7. — Un moteur triphasé tétrapolaire porte en bout d'arbre un disque présentant 4 secteurs blancs et 4 secteurs noirs égaux et alternés pour mesurer le glissement par la méthode stroboscopique à l'aide d'une lampe à néon (à deux éclairs par période). La fréquence du réseau d'alimentation est 50 Hz. Pendant un intervalle de 20 secondes combien verra-t-on défiler de secteurs noirs devant un repère fixe, pour un glissement à vide de 0,008 et pour un glissement en charge de 0,04 ? Cette méthode est-elle pratiquement applicable au 2° cas ?

**Réponses :** 16 et 80. Il est difficile de compter 4 secteurs par seconde.

8. — Un moteur asynchrone tétrapolaire, stator en triangle, porte les indications 220 V  $\sim$ , 50 Hz, puissance utile 3 ch, vitesse 1 440 tr/mn,  $\cos \varphi = 0,8$ . En charge normale il absorbe un courant en ligne  $I = 8,6$  A.

La résistance, mesurée à chaud entre deux bornes du stator est  $R = 0,8 \Omega$ . On admettra que les pertes dans le fer du stator sont égales aux pertes par effet Joule, en charge, dans ce stator.

Calculer dans ces conditions :

Le glissement du moteur ; le couple utile sur l'arbre ; le courant dans chaque phase du stator ; la puissance dissipée dans les enroulements et le fer du stator ; la puissance dissipée par effet Joule dans le rotor ; l'ensemble des autres pertes du rotor (pertes mécaniques et pertes dans le fer) ; le rendement du moteur.

**Réponses :**  $g = 0,04$  ;  $M = 14,7$  m.N ;  $J = 5$  A environ ; pertes stator environ 180 W ; pertes Joule rotor environ 100 W, autres pertes rotor environ 130 W ;  $\eta = 0,84$ .

9. — Un moteur asynchrone triphasé, tétrapolaire, stator en triangle, rotor à bagues, alimenté par un réseau de tension  $U = 220$  V entre phases, 50 Hz, présente en charge normale une puissance utile de 4 ch pour une vitesse de 1 440 tr/mn. Dans ces conditions le coefficient de stabilité est 2,5.

1° Quel est le couple résistant maximum que peut vaincre ce moteur, et pour quelle vitesse (rotor en court-circuit) ; quelle est la valeur de la puissance utile dans ce cas ? (La zone de stabilité de la caractéristique mécanique sera supposée rectiligne.)

2° A couple résistant normal, ou double la résistance des phases du rotor (à l'aide du rhéostat de démarrage), quelle vitesse et quelle puissance utile obtient-on ? (On supposera le glissement proportionnel à la résistance du rotor, à couple constant.)

3° Le stator est monté en étoile, alimenté par le même réseau, rotor en court-circuit, que devient la valeur du couple maximum, et quel est le couple utile correspondant à la vitesse normale ( $g = 0,04$ ) ; dans ce dernier cas que devient la puissance utile ?

**Réponses :** 1° 49 mN ; 1 350 tr/mn ; 9,2 ch ; 2° 1 380 tr/mn ; 3,77 ch ; 3° 16,3 m.N ; 6,5 mN ; 1,33 ch.



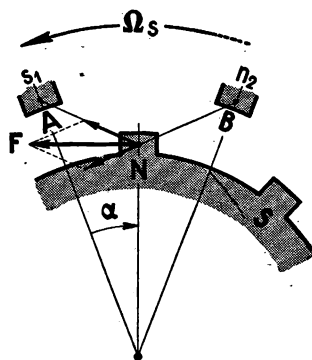
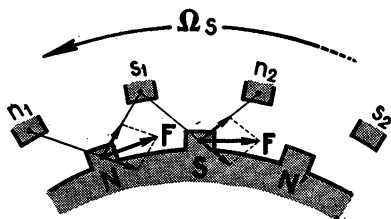


## 17. — Divers moteurs

### I. — MOTEUR SYNCHRON

#### I. — RÉVERSIBILITÉ D'UN ALTERNATEUR TRIPHASÉ

- Alimentons le stator à  $2p$  pôles d'un alternateur triphasé par un réseau triphasé ( $U = \text{cte}$ , de pulsation  $\omega = 2\pi f$ ) ; les courants créent un flux à  $2p$  pôles tournant à la vitesse angulaire  $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$ . Ce flux tournant correspond à des pôles fictifs tournants  $n_1s_1, n_2s_2...$
- Alimentons le rotor en courant continu : courant d'excitation  $i$ , il présente  $2p$  pôles N, S, N', S'.



- 1° *Le rotor est à l'arrêt* ; les pôles  $n_1s_1...$  défilent à la vitesse angulaire  $\Omega_s$ , devant les pôles N, S... du rotor. Chaque pôle, tel de N, est soumis à des forces d'attraction et de répulsion dont la résultante  $F$  change de sens périodiquement à la fréquence du réseau (suivant l'intervalle  $n_1s_1$ , ou  $s_1n_2$  dans lequel se trouve N).

Le couple résultant agissant sur le rotor est alternatif ; le rotor, qui présente une notable inertie, n'est pas entraîné.

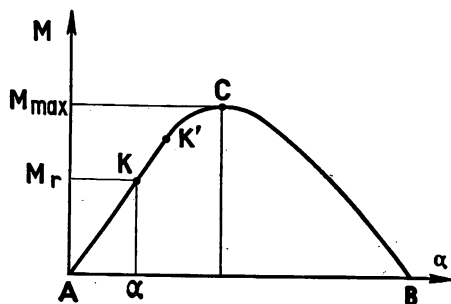
2° *Le rotor est lancé* dans le sens de rotation du flux à une vitesse  $\Omega_r < \Omega_s$ ; les pôles  $n_1 s_1 \dots$  défilent devant ceux du rotor à la vitesse relative  $\Omega_s - \Omega_r$ . Si celle-ci est assez faible, la durée de passage d'un intervalle  $s_1 n_2$  devant N, peut être suffisante pour que la force F accroisse la vitesse du rotor jusqu'au synchronisme. Dans ce cas le pôle N est maintenu dans l'intervalle  $s_1 n_2$  (résultat analogue pour tous les pôles du rotor).

*Cette condition sera d'autant mieux réalisée :*

- que le rotor est plus libre (moteur tournant à vide),
- que le rotor présente moins d'inertie,
- que la vitesse relative  $\Omega_s - \Omega_r$  est plus petite.

*Le rotor est « accroché » par le flux tournant.*

On peut alors embrayer une machine à entraîner. Le couple moteur M, agissant sur le rotor, doit équilibrer un couple résistant  $M_r$ , dû à la machine et aux frottements du rotor.



L'alternateur est alors utilisé en *moteur synchrone*.

Le couple moteur dépend de la position relative, définie par  $\alpha$ , des pôles  $n_1 s_1 \dots$  du flux, et des pôles N, S... du rotor.

## 2. — POINT DE FONCTIONNEMENT

Pour une tension d'alimentation U et une excitation donnée  $i$ , les variations du couple moteur M, en fonction de  $\alpha$ , sont représentées par la courbe 1. Cette courbe présente en C un maximum d'ordonnée  $M_{\max}$ .

Pour un couple résistant  $M_r < M_{\max}$ , un régime permanent s'établit correspondant au point K.

Une faible variation du couple résistant peut faire osciller le point K sur la branche AC, mais *la vitesse moyenne du rotor reste celle du synchronisme*.

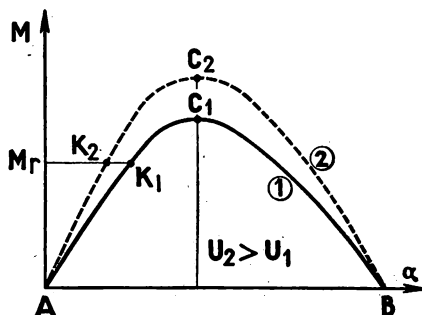
Entre A et C le fonctionnement est stable, une augmentation de  $M_r$  provoque un décalage arrière du rotor de K en K', le couple moteur augmente, un nouveau régime peut s'établir; entre C et B le fonctionnement serait instable.

Si le couple résistant  $M_r$  devient supérieur à la valeur  $M_{\max}$ , le moteur décroche et s'arrête.

Dans ces conditions la force contre-électromotrice (égale à la force électromotrice de l'alternateur pour une même excitation) tend vers zéro, le courant absorbé par le stator peut devenir dangereux : un dispositif de sécurité (disjoncteur) doit protéger la machine.

#### Remarque.

Une variation de la tension d'alimentation déforme la courbe (1), par affinité d'ordonnée, elle déplace le point K. Tant que cette perturbation ne provoque pas le décrochage, la vitesse moyenne du rotor reste celle du synchronisme : la vitesse d'un moteur synchrone ne dépend que de la fréquence du réseau d'alimentation.

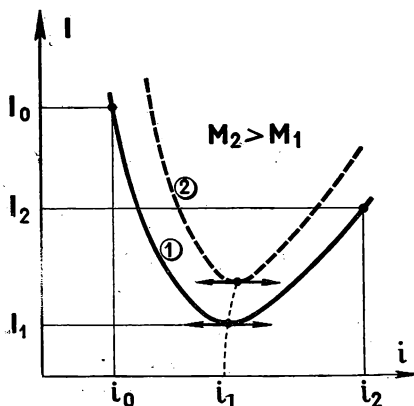


### 3. — INFLUENCE DU COURANT D'EXCITATION

Effectuons des essais en charge du moteur synchrone :

1° Pour une valeur  $i_2 > i_1$  la courbe du couple présente des ordonnées plus élevées, donc le couple maximum utilisable croît avec  $i$ . On assurera donc une meilleure stabilité en augmentant l'excitation.

2° Pour un couple résistant donné  $M_r$ , un régime peut être atteint à partir d'une excitation minimum  $i_0$ ; le stator absorbe alors un courant  $I_0$ .



En augmentant l'excitation à partir de cette valeur le courant absorbé par le stator décroît jusqu'à une valeur  $I_1$  minimum, pour une excitation  $i_1$ , puis augmente jusqu'à  $I_2$  pour l'excitation  $i_2$  (maximum compatible avec l'échauffement acceptable du rotor).

On obtient une courbe  $I = f(i)$  en forme de V appelée courbe de Mordey.

*Pour un couple  $M_r$ , donné les conditions  $i_1$ ,  $I_1$  du minimum de courant absorbé constituent le régime de fonctionnement le plus économique du moteur synchrone.*

(En particulier les pertes par effet Joule sont minimum dans le stator.)

A couple  $M_r$  constant correspond une puissance utile  $M_r \Omega$ , constante et aux pertes près, une puissance absorbée,  $P = UI\sqrt{3} \cos \varphi$ , constante.

A tension  $U = \text{Cte}$ ,  $I \cos \varphi = \text{Cte}$  ; au minimum de  $I$  correspond un maximum de  $\cos \varphi$ , dans ces conditions on a le meilleur facteur de puissance.

Pour d'autres valeurs de  $M_r$ , on obtient des courbes analogues.

3° Des mesures effectuées au cours de ces essais montrent que :

- pour  $i < i_1$ , le courant  $I$  est en retard sur la tension de phase, le moteur absorbe de la puissance active  $P$  et de la puissance réactive  $Q$ .
- pour  $i = i_1$ , le courant  $I$  est en phase avec la tension de phase,  $\cos \varphi = 1$ , le moteur n'absorbe que de la puissance active  $P$ .
- pour  $i > i_1$  le courant  $I$  est en avance sur la tension de phase, le moteur absorbe de la puissance active  $P$  et « fournit au réseau de la puissance réactive  $Q$  ».

#### **Remarque.**

Un moteur à courants alternatifs, tel qu'un moteur asynchrone, reçoit du réseau à la fois  $P$  puissance active et  $Q$  « puissance magnétisante » : son facteur de puissance est faible ( $\cos \varphi$  voisin de 0,7 ou 0,8), et ceci d'autant plus qu'il présente plus d'entrefer.

Par contre un moteur synchrone dispose de « deux sources de magnétisation » : le réseau d'alimentation du stator et la source continue d'alimentation du rotor.

Le flux résultant dans l'entrefer ne dépend que de la tension  $U$  aux bornes du stator (si la résistance de ce dernier est faible).

Par suite le réseau « fournira » d'autant moins de puissance réactive que l'excitation continue en fournit davantage.

En régime de surexcitation  $i > i_1$  la source continue fournit de la puissance réactive à la machine et au réseau. Un moteur synchrone peut présenter un grand entrefer ; à excitation convenable, son facteur de puissance peut être voisin de 1.

## **4. — EMPLOI DES MOTEURS SYNCHRONES**

1° *Moteurs à vitesse constante*, ils peuvent être utilisés dans les groupes.

- moteur synchrone-dynamo, convertisseur de courant alternatif en courant continu,
- moteur synchrone-alternateur (à nombre de pôles différents) convertisseur de fréquence,
- pour actionner certains appareils : commutateur tournant, dispositif de stroboscopie, horloge électrique...

2° *Moteurs présentant un bon rendement avec un facteur de puissance élevé*, ils trouvent leur utilisation dans certaines installations à grande puissance : compresseurs, machines d'extraction.

3° *Compensateurs synchrones*, utilisés à vide ou à faible charge. En régime de surexcitation des moteurs synchrones de grande puissance sont utilisés pour améliorer le facteur de puissance d'installations importantes et des réseaux.

### ***Inconvénients.***

Les moteurs synchrones nécessitent une source auxiliaire de courant continu : soit une dynamo excitatrice, soit un réseau continu, ou un redresseur.

En outre ils doivent être lancés à une vitesse très voisine de celle du synchronisme. Au cours de cette opération le moteur synchrone excité présente une force électromotrice, *le couplage sur le réseau exige les mêmes précautions que le couplage d'un alternateur.*

On peut utiliser pour le lancement, soit l'excitatrice, soit un moteur auxiliaire de faible puissance (le moteur synchrone est à vide). Un artifice consiste à utiliser les pièces métalliques du rotor comme cage et à démarrer le moteur en asynchrone, à tension réduite, jusqu'au voisinage du synchronisme.

## **II. — PETITS MOTEURS MONOPHASÉS A FLUX TOURNANT**

Un stator monophasé produit deux flux identiques tournant en sens inverses (Théorème de Leblanc).

Pour lancer un rotor dans le sens de l'un des deux flux tournant créés par un *stator monophasé* on peut utiliser un *enroulement auxiliaire* dans lequel le courant est déphasé par rapport à celui de l'enroulement principal (ce déphasage peut être obtenu à l'aide d'un condensateur).

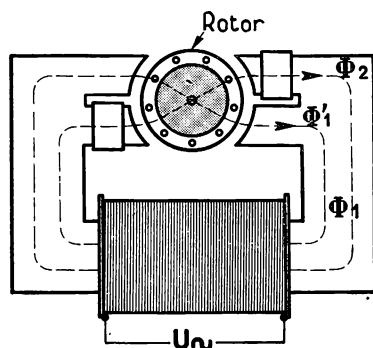
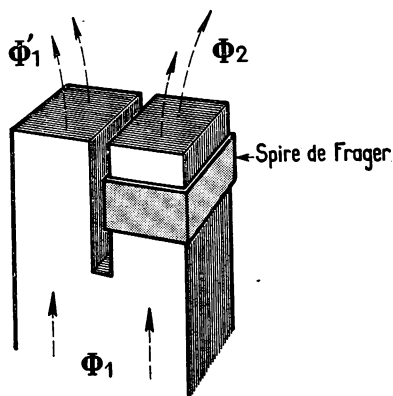
*On obtient ainsi un flux résultant unique dont le sens dépend de l'enroulement auxiliaire par rapport à l'enroulement principal.*

L'usage, pour le lancement, de l'enroulement auxiliaire en fait un moteur provisoirement diphasé.

Avec un rotor à cage on obtient un moteur asynchrone.

Avec un rotor constitué par des pôles d'aimants (ou d'électroaimants) on obtient un moteur synchrone.

Un dispositif, appelé *spire de Frager*, réalise une solution analogue mais permanente.



Sur une partie du noyau, une spire massive S (ou deux spires  $S_1, S_2$  symétriques par rapport à l'axe de rotation) constitue un secondaire partiel de très faible résistance par rapport à son inductance.

Si  $\Phi_1$  est le flux créé par l'enroulement principal du stator, le flux résultant  $\Phi_2$  qui traverse cette spire (du fait du courant secondaire induit), est déphasé par rapport à  $\Phi_1$ . On obtient ainsi deux flux, une partie  $\Phi'_1$  de  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$ , décalés dans l'espace et déphasés, dont l'ensemble constitue un « flux tournant ».

La répartition d'un tel flux et le couple ne présentent pas la régularité que l'on rencontre dans les machines polyphasées.

### III. — MOTEUR SÉRIE MONOPHASÉ

#### I. — PRINCIPE

Alimentons sous tension alternative un moteur à courant continu excité en série ou en dérivation.

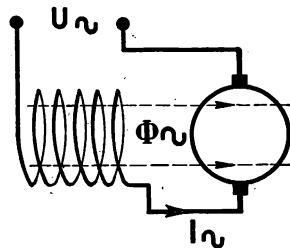
Le flux inducteur et le courant dans les conducteurs d'induit changent de sens périodiquement, le couple instantané est de la forme  $M = k\Phi I$ , (voir tome I, page 194).

Ce produit de deux fonctions sinusoïdales est pulsatoire, sa valeur moyenne est  $k\Phi_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos(\vec{\Phi}, \vec{I})$ .

Le couple instantané garde un sens constant et sa valeur moyenne est maximum si  $\Phi$  et  $I$  sont en phase. On emploiera donc un *moteur série*, appelé *moteur universel*, parce qu'il peut être utilisé en courant continu ou en alternatif.

Pour réduire les pertes par courants de Foucault, il faut avoir un *circuit magnétique feuilleté*.

A cause de son inductance élevée, le facteur de puissance d'un tel moteur est faible, ainsi que son rendement sous tension alternative.



Pour des tensions de même valeur, la puissance absorbée en alternatif est  $U_2I_2 \cos \varphi_2$  au lieu de  $U_1I_1$ . La puissance utile est  $P_2 = U_2I_2 \cos \varphi_2 \eta_2$  au lieu de  $P_1 = U_1I_1 \eta_1$ ; On a  $I_2 < I_1$ ,  $\cos \varphi_2 < 1$ , et  $\eta_2 < \eta_1$  c'est-à-dire  $P_2 < P_1$ .

**La commutation** d'un moteur série est plus mauvaise quand ce moteur est employé sous tension alternative : il y a davantage d'étincelles au collecteur.

En courant continu, l'inversion du courant dans la section court-circuitée (quand elle passe à la ligne neutre) provoque des étincelles au collecteur. En courant alternatif le phénomène est renforcé par la force électromotrice induite dans cette spire par le flux alternatif.

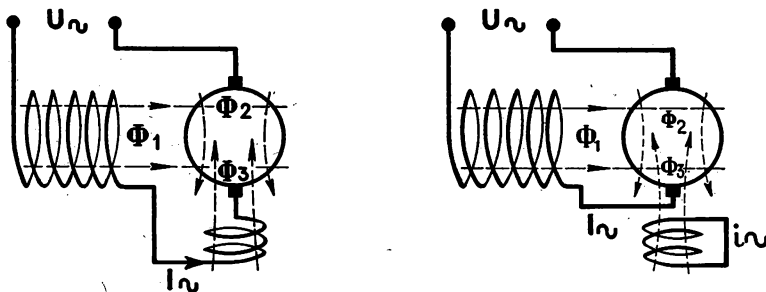
## 2. — AMÉLIORATIONS

Certaines modifications sont apportées au moteur série pour en faire un moteur universel, elles ont pour but d'améliorer le facteur de puissance et la commutation.

- En particulier : dans le cas de petits moteurs à pôles inducteurs saillants ; de construction simple, on peut diminuer l'importance des enroulements inducteurs, et augmenter le nombre des conducteurs d'induit pour obtenir un couple suffisant, l'inductance de l'ensemble sera réduite.
- L'augmentation du nombre de lames au collecteur améliore la commutation, en diminuant l'importance de chaque section.

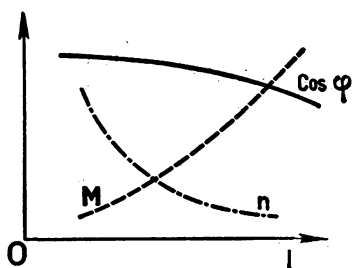
- c. La diminution des entrefers par l'emploi d'inducteurs cylindriques sans pôles saillants (comme celui d'un moteur asynchrone) améliore le facteur de puissance.

En outre on ajoute dans ces moteurs des *enroulements compensateurs* dont le flux  $\Phi_3$  s'oppose à celui  $\Phi_2$  de l'induit ; ces enroulements peuvent être parcourus par le courant d'alimentation ou par un courant induit s'ils sont en court-circuit : on obtient un *moteur série compensé*.



### 3. — EMPLOI

Le fonctionnement des moteurs série alimentés en courant alternatif est d'autant plus satisfaisant que la fréquence d'utilisation est plus faible.



Les courbes caractéristiques de vitesse et de couple en fonction du courant absorbé ont même forme que celles du moteur série utilisé sous tension continue constante (emballement à vide).

Le facteur de puissance est maximum à faible charge c'est-à-dire à grande vitesse.

*Les moteurs universels de petite puissance (< 0,25 kW) sont très employés, par exemple dans les appareils ménagers : ventilateurs, machines à coudre... Ils présentent un bon couple de démarrage et une gamme de vitesses très étendue (jusqu'à 12 000 tr/mn par exemple).*

Des moteurs série compensés, alimentés sous tension de fréquence réduite (16,66 Hz) ont été utilisés en traction électrique (puissance unitaire atteignant 1 000 kW). L'amélioration progressive de la construction de ces moteurs a permis de les utiliser dans de bonnes conditions, à puissance élevée, à la fréquence industrielle de 50 Hz (équipement de certaines lignes de la S. N. C. F.).



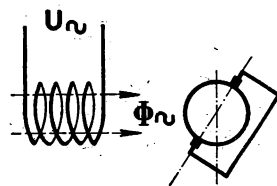
## IV. — MOTEUR A RÉPULSION

### I. — PRINCIPE

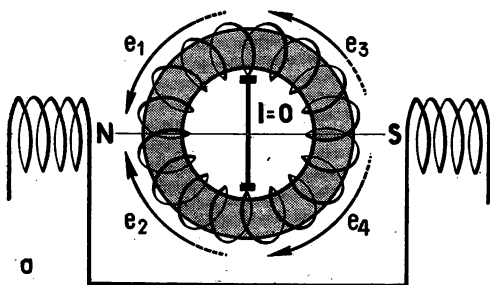
Il est constitué comme un moteur à courant continu, dans lequel l'enroulement du rotor induit, sans liaison directe avec le réseau d'alimentation, est mis en court-circuit par une liaison entre les balais.

Étudions un tel moteur bipolaire. Pour simplifier la figure représentons l'induit par un anneau.

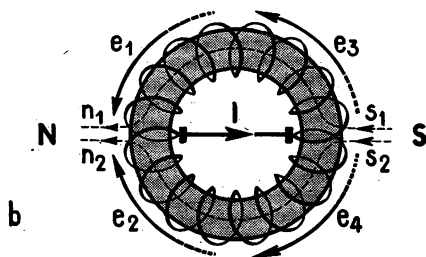
Soumises aux variations alternatives du flux de l'inducteur, les diverses parties de l'enroulement induit sont l'objet de forces électromotrices  $e_1, e_2, e_3, e_4$  que nous orienterons sur la figure comme les courants et les flux qu'elles créent, à un instant donné, pour une polarité NS du flux inducteur.



a. Si la ligne des balais coïncide avec la ligne neutre des inducteurs, dans chaque dérivation de l'induit  $e_1 + e_2 = 0$  et  $e_3 + e_4 = 0$ , il y a annulation des forces électromotrices en opposition, aucun courant ne parcourt l'induit, donc le couple est nul.



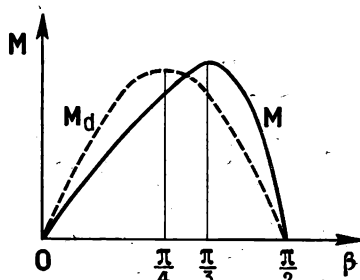
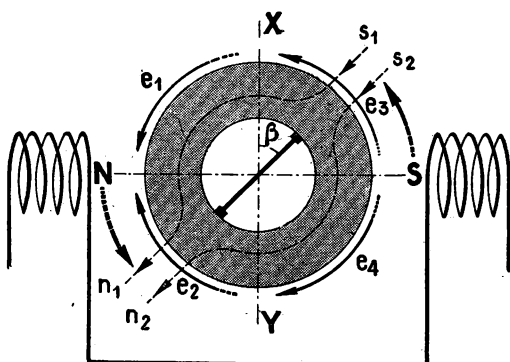
b. Si la ligne des balais est diamétrale dans le sens NS, dans chaque dérivation de l'induit  $e_1 + e_2$  et  $e_3 + e_4$  prennent une valeur maximum. Les courants sont maximum dans l'induit, mais la polarité des flux de l'induit  $n_1 s_1$  et  $n_2 s_2$  symétriques par rapport au diamètre NS, entraîne l'annulation des actions mutuelles des pôles de l'induit et des pôles de l'inducteur : le couple agissant sur le rotor est nul.



c. Pour un décalage des balais  $\theta < \frac{\pi}{2}$ , à partir de la ligne neutre, les forces électromotrices induites entre balais, dans chaque demi induit, ne sont pas nulles; elles dépendent de ce décalage.

Des courants induits circulent dans le rotor, et créent des pôles d'induit  $n_1$   $n_2$  et  $s_1$   $s_2$  respectivement rapprochés de N et de S.

Il y a répulsion mutuelle des pôles de l'induit par les pôles de l'inducteur. le rotor est soumis à un couple moteur dans le sens inverse du décalage  $\theta$ . La valeur de ce couple est fonction du décalage (courbe M), il est maximum au démarrage pour  $\theta = \frac{\pi}{4}$ , en marche pour  $\theta$  voisin de  $\frac{\pi}{3}$ .



## 2. — EMPLOI

Pour démarrer un tel moteur il suffit, après avoir alimenté le stator, de décaler la ligne des balais dans le sens convenable.

Les caractéristiques du moteur à répulsion à calage constant des balais sont analogues à celles du moteur série monophasé. Le moteur à répulsion peut être utilisé pour les mêmes usages qu'un moteur série monophasé, dans la mesure où la vitesse de régime normal (réglée par le décalage des balais et le couple résistant) ne s'écarte pas excessivement de la vitesse de synchronisme.

Une étude plus approfondie montre que la commutation et le rendement d'un moteur à répulsion, à  $2p$  pôles inducteurs, sont meilleurs au voisinage de la vitesse du synchronisme  $\frac{\omega}{p}$  ( $\omega$  pulsation du courant). Pour des vitesses élevées, au voisinage de 3 000 tours/mn en fréquence  $f = 50$  Hz on emploiera un moteur bipolaire. Pour des vitesses plus grandes il y aurait intérêt à utiliser des fréquences plus élevées.

## V. — REMARQUES SUR LE CHOIX D'UN MOTEUR

### I. — CONDITIONS MÉCANIQUES

Elles correspondent aux exigences du travail demandé au moteur.

- a. **La puissance mécanique utile**,  $P_u = M_u \times \Omega$ , fait intervenir le couple sur l'arbre  $M_u$ , et la vitesse angulaire  $\Omega$ . Pour une tension d'alimentation donnée (éventuellement il y a deux sources d'alimentation une pour le stator, l'autre pour le rotor), les deux grandeurs,  $M_u$  et  $\Omega$ , ne sont pas indépendantes, la caractéristique mécanique du moteur représente la fonction  $M_u = f(n)$ , ( $n$  vitesse du moteur en tours par seconde,  $\Omega = 2\pi n$ ).

Les conditions du régime qui s'établit : couple, vitesse, puissance, courant absorbé, facteur de puissance, rendement sont déterminées par l'équilibre  $M_u = M_r$ ,  $M_r$  est le couple résistant de la machine entraînée par le moteur.

La caractéristique mécanique d'un moteur peut se rapprocher plus ou moins de l'un des deux types extrêmes :

- 1<sup>o</sup> *Genre moteur série à courant continu*, pour lequel la vitesse est rapidement décroissante quand la charge augmente. Un tel moteur présente un risque d'emballement à vide. La puissance varie peu avec le couple résistant. *Exemple* le moteur série compensé.
- 2<sup>o</sup> *Genre moteur shunt à courant continu*, pour lequel la vitesse diminue peu quand la charge augmente. Un tel moteur ne s'emballe pas à vide.

La puissance croît avec le couple résistant.

**Exemple :** le moteur asynchrone.

#### b. Démarrage.

Les moteurs qui doivent être lancés, ou qui ne démarrent qu'à vide, doivent être accouplés, par l'intermédiaire d'un embrayage, à la machine à entraîner.

- c. **Réglage de la vitesse**, et amplitude des variations possibles étudiées pour chaque machine.

- d. **Stabilité de fonctionnement**, influence des variations plus ou moins brusques du couple résistant. Risque de calage ou de décrochage.

## 2. — CONDITIONS ÉCONOMIQUES

- a. *La dépense d'achat et d'installation*, elle augmente rapidement avec la puissance de la machine.
- b. *Les dépenses d'entretien, l'usure du matériel.*
- c. *La consommation dépend du rendement du moteur.*

1° *Pour les petits moteurs*, la vitesse normale est grande (en général supérieure à 1 500 tours par minute), et le rendement est mauvais à faible vitesse.

On peut demander sans inconvénient une augmentation de vitesse de 20 % de la vitesse normale pendant 15 minutes (les normes UTE précisent les limites admises dans chaque cas particulier).

2° *La courbe du rendement* en fonction de la puissance fournie présente en général un maximum au voisinage de la charge normale (puissance nominale).

Un moteur qui ne fonctionne surtout qu'à faible charge a été choisi trop puissant : son rendement est mauvais. Il vaut mieux prendre un moteur plus faible, que l'on peut surcharger de 50% environ de sa puissance nominale, pendant 5 minutes et même de 50 à 100 %, pendant quelques secondes, suivant le type du moteur (ouvert ou fermé). La surcharge est limitée par l'échauffement acceptable.

3° En général *la courbe du facteur de puissance* a même allure que la courbe du rendement. *Il y a intérêt à faire travailler les moteurs à pleine charge.*

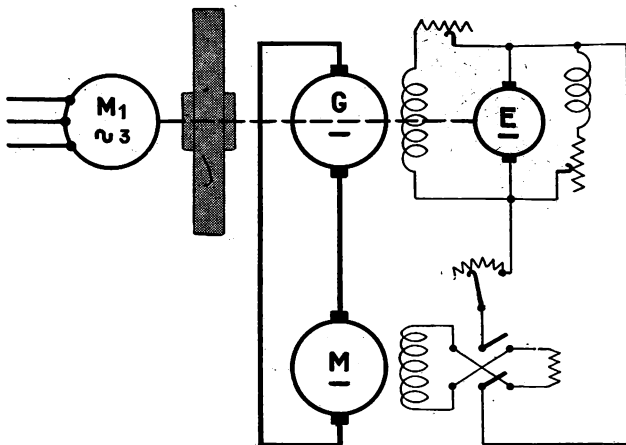
## 3. — CAS PARTICULIERS

Certaines réalisations mécaniques peuvent exiger des valeurs ou des variations du couple moteur et de la vitesse, incompatibles avec les propriétés des moteurs alimentés sous tension constante. *L'emploi de moteurs à courant continu* dont les inducteurs d'une part et l'induit d'autre part sont alimentés par deux sources distinctes, réglables à volonté, fournit une solution très acceptable à ces problèmes.

La vitesse  $n = \frac{U - RI}{N\Phi}$ , et le couple moteur de moment  $M = \frac{N}{2\pi} \Phi I$  dépendent du couple résistant et des tensions des deux sources dont les réglages sont indépendants (deux paramètres).

Nous pouvons signaler à titre d'exemple :

**Le dispositif Ward-Léonard**, groupe de grande puissance, utilisé pour l'entraînement de laminoirs ou de treuils d'extraction.



Il comprend :

- un moteur  $M_1$  alimenté par le réseau de distribution. En général  $M_1$  est un moteur asynchrone triphasé,
- une génératrice de courant continu  $G$  à excitation indépendante,
- un moteur d'utilisation  $M$  à courant continu, à excitation indépendante,
- une excitatrice  $E$ , génératrice à courant continu, excitée en dérivation.

Les génératrices  $G$  et  $E$  sont sur l'arbre entraîné par le moteur  $M_1$ , ainsi qu'un volant de grande masse et de grand rayon. L'excitatrice  $E$  fournit le courant d'excitation, d'une part à la génératrice  $G$ , d'autre part au moteur  $M$ . Ces courants d'excitation sont réglables ainsi que l'excitation de  $E$ .

Les moteurs  $M_1$ ,  $M$ , et la génératrice  $G$  ont des puissances du même ordre de grandeur, l'excitatrice est de puissance très inférieure. Le volant cède pendant les périodes intermittentes de travail de l'énergie qu'il a emmagasinée à vide, réduisant ainsi les à-coups au réseau lors des brusques variations de charge. L'inconvénient d'un tel dispositif est que la puissance installée est environ trois fois la puissance mise en jeu. D'autre part, l'alimentation de  $M$  par machines tournantes est une cause de mauvais rendement.

## EXERCICES

1. — Un moteur synchrone triphasé tourne à la vitesse de 18 000 tr/mn lorsqu'il est alimenté par des tensions de fréquence 300 Hz. Quel est le nombre de bobines du stator (une bobine par pôle et par phase)? Que devient sa vitesse de rotation si on alimente ce moteur par un réseau triphasé de fréquence 50 Hz?

**Réponses :** 6 bobines ; 3 000 tr/mn.

2. — Une installation alimentée par un réseau triphasé  $U = 220$  V entre phases, 50 Hz comporte un moteur synchrone triphasé hexapolaire. Quelle est la vitesse de ce moteur?

Ce moteur fournit une puissance mécanique de 3 ch avec un rendement de 0,85 en même temps qu'il fonctionne en compensateur, il est surexcité de manière à ce que son facteur de puissance soit 0,6 (courant absorbé en avance sur la tension de phase). Quelle puissance réactive fournit-il au réseau?

Quelle serait la valeur  $C$  des trois capacités égales placées en triangle aux bornes de l'installation pouvant fournir la même puissance réactive?

**Réponses :** 1 000 tr/mn ; 3,46 kVAR ; 76  $\mu$ F.

3. — Un moteur asynchrone diphasé tourne, en charge, à la vitesse de 2 850 tr/mn lorsqu'il est alimenté par un réseau diphasé 250 V fréquence 50 Hz. Calculer son glissement en charge. Quelle est sa vitesse à demi-charge pour un glissement de 3 %?

**Réponses :** 5 % ; 2 910 tr/mn.

4. — Un moteur porte les indications suivantes : monophasé 50 Hz, 1 440 tr/mn, 200 V, 1,2 kW, ampères : illisible,  $\cos \varphi = 0,8$ . Calculer : le courant absorbé ; les puissances active, réactive et apparente, la puissance utile (en admettant un rendement de 0,7 et le couple moteur en charge).

**Réponses :** 7,5 A,  $P = 1,2$  kW,  $Q = 0,9$  kVAR,  $S = 1,5$  kVA.  $P$  utile = 0,84 kW, couple utile 5,8 m.N.



## 18. — Transformation des courants alternatifs en courant continu

Les réseaux distribuent, en général, l'énergie électrique sous forme de courants triphasés.

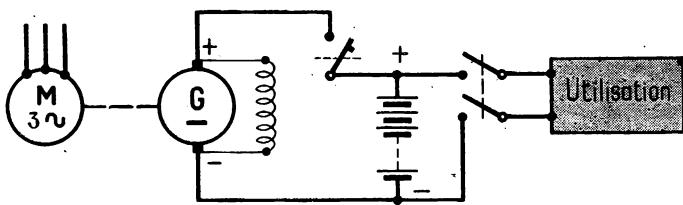
Certaines applications exigent du courant continu, par exemple : l'électrochimie, les dépôts métalliques par électrolyse, le soudage à courant continu, la traction électrique avec des moteurs série à courant continu, l'excitation des alternateurs et des moteurs synchrones, et l'emploi de moteurs à excitation séparée (pour lesquels on peut faire varier la vitesse et le couple dans de larges limites). De nombreux procédés réalisent cette transformation.

### I. — MACHINES TOURNANTES

#### I. — GROUPE MOTEUR-GÉNÉRATEUR.

Un moteur synchrone ou asynchrone entraîne une *dynamo génératrice*, en général excitée en dérivation.

On place souvent une *batterie d'accumulateurs*, « *en tampon* », en parallèle avec la génératrice.



Cette batterie joue le rôle de « volant d'énergie » :

- elle se charge quand le circuit d'utilisation consomme peu ;
- elle se décharge dans ce circuit quand il consomme beaucoup.

Ce qui permet l'emploi d'un groupe de puissance plus faible dans le cas d'une consommation irrégulière.

En outre la tension aux bornes de l'utilisation varie moins, avec le courant absorbé, que si la dynamo était seule.

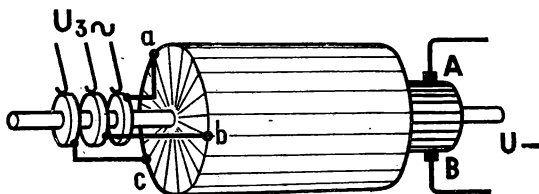
Le groupe moteur-générateur utilise deux machines tournantes, son prix est élevé, son rendement est faible ( $\eta < 0,7$ ), il exige surveillance, réglage et entretien.

## 2. — COMMUTATRICE.

### a) Réalisation.

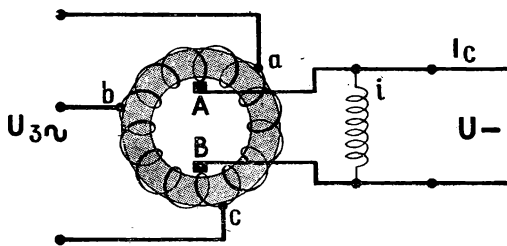
Cette machine, de construction analogue à celle d'une dynamo excitée en dérivation, présente sur le rotor, en plus du *collecteur*, des *bagues isolées*, clavetées sur l'arbre, connectées à des points équidistants de l'enroulement induit.

Sur l'arbre, ces bagues sont placées du côté opposé au collecteur.



Étudions, par exemple, une commutatrice bipolaire triphasée.

— *Côté collecteur* : deux balais A et B sont reliés aux bornes du courant continu qui assure aussi l'excitation en dérivation.



— *Côté bagues* : trois balais a, b, c sont reliés aux bornes des courants triphasés. Les bagues sont connectées à trois points équidistants de l'enroulement induit, circuit fermé ; ceci réalise un montage en triangle.

Pour schématiser ce montage l'enroulement induit peut être figuré en anneau.



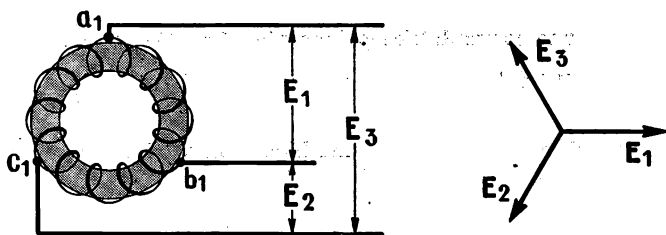
## b) Principe.

- Les balais  $a, b, c$ , relevés ou en circuit ouvert, la machine peut fonctionner en génératrice ou en moteur à courant continu.
- Les balais A et B relevés, un flux inducteur constant étant assuré par une source auxiliaire, la machine peut fonctionner en alternateur triphasé ou en moteur synchrone triphasé, à inducteur fixe et à induit tournant.

**Fonctionnement en alternateur :** le rotor entraîné par un moteur auxiliaire, pour une repartition convenable du flux inducteur constant, les forces électromotrices, induites dans chaque spire du rotor, sont sinusoïdales et changent de sens au passage de la ligne neutre. Pour une machine bipolaire, leur fréquence est  $f = n$  tours par seconde du rotor.

Dans chaque portion de l'enroulement, telle que  $a_1b_1$ , sont associées, en série, un certain nombre de ces forces électromotrices (régulièrement déphasées du fait de leur position sur le rotor), nous obtenons ainsi une résultante  $\vec{E}_1$  pour  $a_1b_1$ .

De même nous obtenons les résultantes  $\vec{E}_2$  pour  $b_1c_1$  et  $\vec{E}_3$  pour  $c_1a_1$  ;  $E_1, E_2$  et  $E_3$  sont des forces électromotrices triphasées de fréquence  $f$  puisque les trois portions d'enroulement sont identiques et décalées de  $\frac{2\pi}{3}$ .



**Fonctionnement en moteur synchrone :** trois tensions triphasées  $U_1, U_2, U_3$  appliquées à l'enroulement du rotor, monté en triangle, créent un flux tournant à la vitesse du synchronisme par rapport à ce rotor. Si le rotor est lui-même lancé en sens inverse à la même vitesse, son flux tournant peut « s'accrocher » sur le flux fixe du stator inducteur, et entretenir, par réaction, la rotation du rotor.

La machine, alimentée côté bagues, par un réseau triphasé à tension constante, et « accrochée » en moteur synchrone à vide, les balais A et B appuyés sur le collecteur présentent une tension  $U_c$  comparable à celle d'une dynamo, c'est-à-dire de polarité constante et de valeur sensiblement constante.

En effet, le régime électrique de chaque spire est le même que dans une dynamo (force électromotrice alternative qui change de sens au passage de la ligne neutre) ; le système balais-collecteur joue le rôle de commutateur tournant (redresseur).

La vitesse du synchronisme est nécessaire pour assurer la concordance du passage d'une spire à la ligne neutre avec le changement d'alternance de la tension qui l'alimente.

Dans ces conditions on obtient entre les balais A et B :

- un courant continu  $I_c$  d'utilisation ;
- un courant continu  $i$  d'excitation assurant le flux inducteur.

### c) Emploi.

Le dernier cas envisagé constitue le mode d'emploi normal d'une commutatrice.

On dispose d'un réseau triphasé d'alimentation, de tensions  $U_a$  entre phases, appliquées aux bagues ; la commutatrice fournit côté collecteur une tension  $U_c$  continue.

On démontre que le rapport de transformation à vide est

$$\frac{U_c}{U_a} = \frac{\sqrt{2}}{\sin \frac{\pi}{3}} = 1,63 ; \quad \text{pour } U_a = 220 \text{ V, } U_c = 360 \text{ V environ.}$$

Plus généralement une commutatrice polyphasée alimentée par un réseau à  $q$  phases, de tension  $U_a$ , fournit à vide une tension continue  $U_c = U_a \times \frac{\sqrt{2}}{\sin \frac{\pi}{q}}$ .

La vitesse de synchronisme, pour une machine multipolaire à  $p$  paires de pôles est  $\Omega = \frac{\omega}{p}$ , ( $\omega$  pulsation du réseau).

Le réglage de la tension à vide  $U_c$  implique celui de la tension d'alimentation  $U_a$ .

En charge la chute de tension est faible et peut être réduite en augmentant l'excitation.

Le rendement d'une commutatrice est assez élevé (voisin de 0,9).

*Cette machine doit être lancée et couplée au réseau comme un moteur synchrone :*

- soit lancée à l'aide d'une source auxiliaire, en moteur à courant continu, excité en dérivation ;
- soit lancée par un moteur auxiliaire de faible puissance ;
- soit lancée en moteur asynchrone à inducteur tournant en alimentant le rotor aux bagues sous tensions polyphasées de valeur progressive.

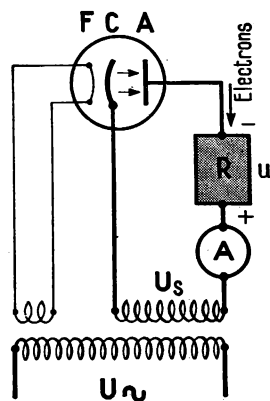
## II. — DIODE A VIDE (ou kénotron)

### I. — PRINCIPE.

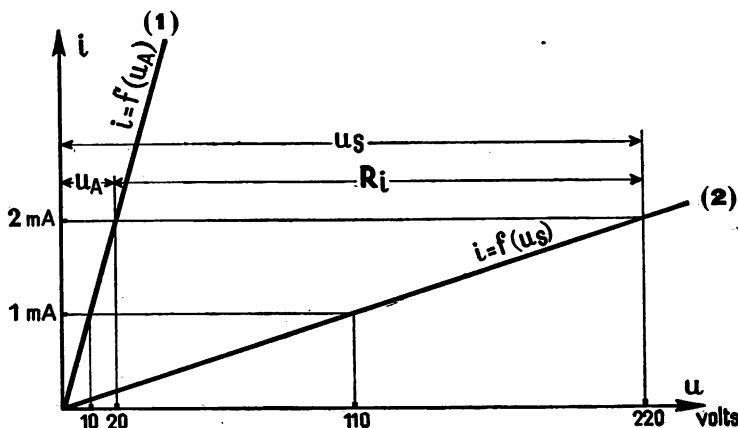
Un tel tube utilise l'effet thermoélectronique (voir chapitre 4).

Une diode constitue une « valve » ne laissant passer le courant des électrons que dans le sens de la cathode chaude C vers l'anode A.

Sur le circuit de l'anode, une source (par exemple le secondaire d'un transformateur dont le primaire est alimenté par le réseau), fournit une tension alternative  $U_s$ ; disposons en série avec cette source un récepteur, dit de charge, constitué par une résistance  $R$ .

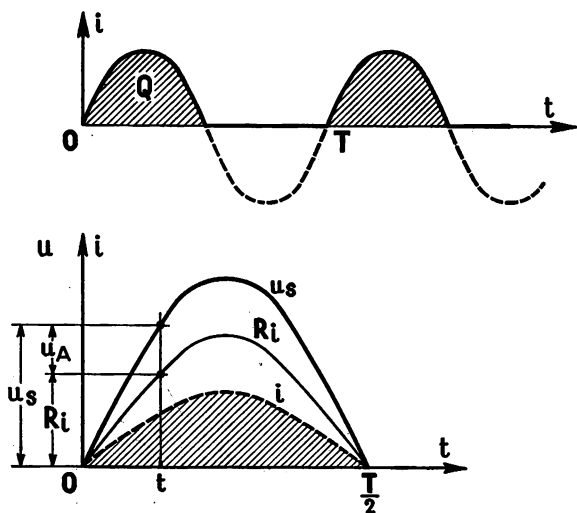


Pour chaque alternance de  $U_s$  où l'anode A est positive par rapport à la cathode C, un courant  $i$  variable parcourt le circuit. Ce courant d'utilisation crée une chute de tension  $u = Ri$  dans le récepteur de charge.



La tension d'anode est donnée par  $u_A = u_s - Ri$  (relation entre valeurs instantanées) : la courbe (1),  $i$  fonction de  $u_A$  est la *caractéristique statique* de la diode (donnée au chapitre 4) ; la courbe (2),  $i$  fonction de  $u_s$  est la *caractéristique dynamique* ou d'utilisation de la diode avec ce récepteur  $R$ .

Dans les conditions normales d'emploi,  $i$  restant très inférieur au courant de saturation, nous pouvons considérer ces caractéristiques comme pratiquement rectilignes.



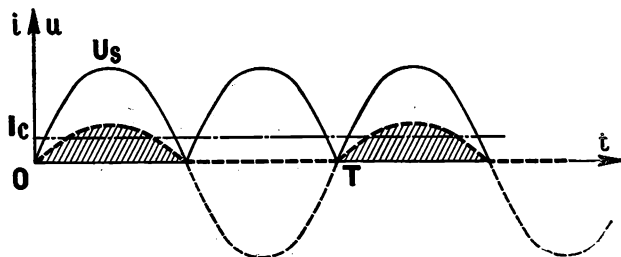
Sur la caractéristique statique, à toute variation  $\Delta u_A$  correspond une variation  $\Delta i_A$ , le rapport  $R_i = \frac{\Delta u_A}{\Delta i}$  définit la *résistance interne*, sensiblement constante du tube.

Par suite  $u_A \simeq R_i i$  et  $u_s \simeq (R + R_i) i$ .

1° Pour l'alternance utile, on peut, dans ce cas, considérer le tube comme un récepteur présentant une résistance interne. Pour cette alternance,  $i$  et  $u_s$  ont même forme, ainsi que la tension utile  $u = R_i i$ , leurs courbes en fonction du temps se déduisent l'une de l'autre par affinité d'ordonnées.

2° Pour l'autre alternance, le courant  $i$  est nul, il en est de même de la tension utile  $u$ , et dans ces conditions  $u_A = u_s$ .

3° Il circule, dans le circuit, un « courant redressé », variable, avec  $u_s$ , de sens constant, dont la valeur moyenne est mesurée par :

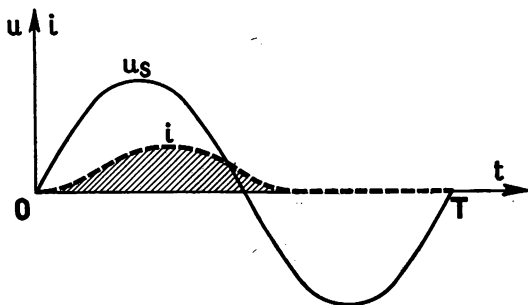


$$I_c \text{ ampères} = \frac{Q \text{ coulombs, représentés par l'aire hachurée}}{T \text{ secondes, durée d'une période de } u_s};$$

si  $u_s$  est sinusoïdale  $I_c = \frac{1}{\pi} \times \text{valeur maximum de } i$ . La valeur moyenne de la tension utile est  $U_c = R \times I_c$ .

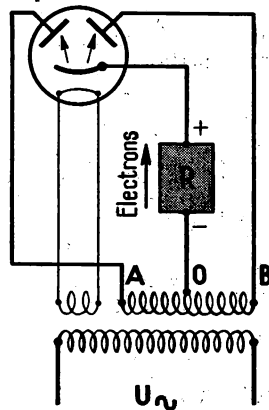
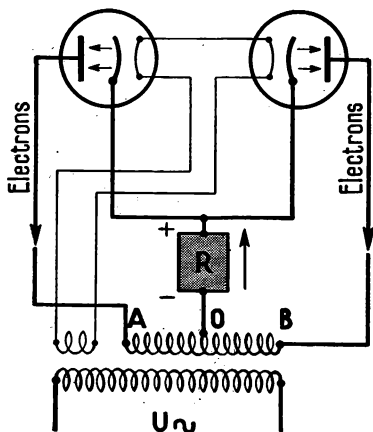
**Remarque.**

Si le récepteur de charge est inductif, son inductance freine l'établissement et retarde la disparition du courant  $i$ , les courbes du courant  $i$  et de la tension  $u_s$  n'ont plus même forme.



## 2. — UTILISATION DES DEUX ALTERNANCES DE $U_s$ .

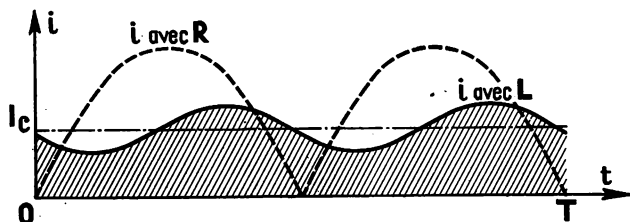
En employant deux diodes, ou un tube duodiode (ou bivalence) et un montage « biphasé » de la source alternative, on obtient, dans le récepteur, des impulsions de courant de sens constant sans « temps mort ».



Le récepteur R est connecté entre le milieu O du secondaire AB du transformateur d'alimentation et les cathodes. Les demies tensions  $u_{OA}$  et  $u_{OB}$  sont opposées (ou déphasées de  $\pi$ ), chaque anode « travaille » à tour de rôle pendant une alternance.

### 3. — NOTION DE FILTRE.

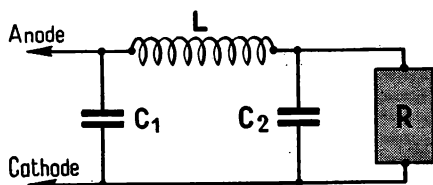
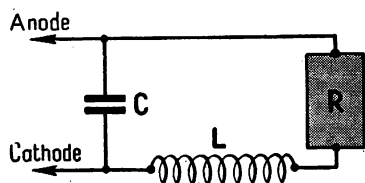
a) En plaçant une *inductance*  $L$  sur le circuit d'utilisation, de résistance  $R$  (ce qui correspond au cas d'un ensemble récepteur inductif), les variations du courant d'utilisation  $i$ , par rapport à sa valeur moyenne  $I_c$  sont atténuées. Ce courant devient plus régulier mais sa valeur moyenne ainsi que la tension moyenne  $U_c = RI_c$  d'utilisation sont diminuées.



b) On utilise en général des *filtres* constitués par des ensembles *inductances-capacités*.

Le courant  $i$ , variable, périodique et de sens constant, peut être considéré, à chaque instant, comme la somme algébrique d'un courant continu, de valeur  $I_c$ , sa valeur moyenne, et de courants alternatifs de fréquences multiples de celle de la source de tension  $u_s$ .

Des grandeurs  $y_1, y_2, \dots$  sinusoïdales, de fréquences multiples d'une grandeur sinusoïdale  $y$ , sont appelées harmoniques de  $y$ .



Des condensateurs, de capacité convenable, en dérivation entre la source et l'anode, offrent des passages de faible impédance  $\frac{1}{C\omega}$ , aux courants alternatifs, et constituent une barrière pour la composante continue  $I_c$ . Par contre, des inductances convenables, en série avec le récepteur de charge, offrent une grande impédance,  $L\omega$  aux courants alternatifs, et laissent passer librement la composante continue  $I_c$ .

#### 4. — EMPLOI.

Les diodes à vide peuvent fournir des courants  $I_c$  ne dépassant pas quelques centaines de milliampères, elles exigent en général une tension anodique  $U_A$  assez élevée ( $> 100$  V), pour un courant normal voisin du tiers du courant de saturation. (Un débit plus élevé entraîne l'usure prématurée de la cathode.)

L'énergie absorbée pour le chauffage de la cathode dépasse rarement quelques centièmes de l'énergie utile.

Pour obtenir un bon rendement, il est nécessaire que la chute de tension interne  $U_A$  soit faible devant la tension utile  $U$ , par suite il y a intérêt à utiliser une source à tension élevée  $U_s = U_A + U$  (dans cette relation ces valeurs sont considérées à régime constant).

Les diodes à vide sont utilisées dans les montages de radioélectricité, en moyenne et haute tension, ainsi que pour l'alimentation de certains relais.

### III. — TUBES A GAZ

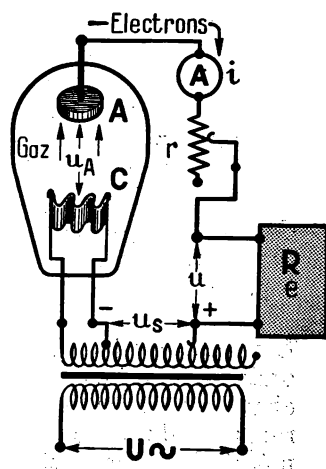
#### I. — DIODE A GAZ OU PHANOTRON.

Nous avons étudié (chapitre 5), le principe des diodes à gaz ou phanotrons. Utilisés comme redresseurs, ces tubes permettent d'obtenir un courant  $I_c$  atteignant jusqu'à quelques dizaines d'ampères, avec une chute de tension interne  $u_1$ , voisine de 10 volts (suivant leur nature), indépendante du débit  $I_c$ .

a) *Pour l'alternance de sens convenable de la tension  $u_1$  de la source, un phanotron, à une seule anode, se comporte comme un récepteur, sans résistance interne, présentant une force contre-électromotrice  $u_A$  constante.*

Avec un récepteur de charge de résistance  $R$  et de force contre-électromotrice  $e$ , le courant anodique est alors  $i = \frac{u_s - e - u_A}{R + r}$ , en désignant par  $r$  toute autre résistance placée sur ce circuit.

Le courant redressé  $I_c$ , valeur moyenne de  $i$ , ne doit pas dépasser une valeur



limite au-delà de laquelle la cathode serait rapidement désagrégée : la tension  $u_s$  de la source ou la résistance  $r$  du circuit de l'anode sont les éléments de réglage permettant d'adapter le courant  $I_c$  au récepteur de charge.

- b) *Pour l'autre alternance*,  $u_s$  et  $e$  sont de même sens, la tension anodique est  $u_A = u_s + e$ , alors que le courant  $i$  est nul.

A partir d'une certaine limite, pouvant être atteinte par la valeur maximum de  $u_A$  (appelée tension de pointe), *un arc inverse ou arc en retour* peut s'amorcer (et ceci d'autant plus facilement que l'anode est plus chaude). Dans ce cas le phanotron ne joue plus le rôle de valve et il est en général détruit.

La notice du constructeur indique les *limites d'emploi du phanotron* : le courant  $I_c$ , et la tension de pointe à ne pas dépasser.

- c) *La chute de tension interne*  $u_A$  crée une perte de puissance  $u_A I_c$  qui apparaît sous forme thermique (soit environ 500 watts pour  $I_c = 50$  A). Il faut souvent prévoir le refroidissement du tube (ventilation).

Le rendement d'un phanotron,  $\eta = \frac{U_c I_c}{U_c I_c + U_A I_c + p}$ , est d'autant plus élevé que la tension d'utilisation  $U_c$  (valeur moyenne de  $u$ ) est plus grande devant la chute de tension  $u_A$  ;  $p$  est la très faible puissance utilisée pour le chauffage de la cathode alimentée par une tension auxiliaire de quelques volts (continue ou alternative).

- d) *Pour utiliser les deux alternances de la tension d'alimentation*  $U$ , on peut monter deux phanotrons monoanodiques ou un phanotron (duodiode) à deux anodes, sur le secondaire à point milieu d'un transformateur (montage analogue à celui des duodiodes à vide).

Les phanotrons peuvent être employés pour la charge des accumulateurs ou plus généralement comme sources de courant continu de moyen débit, quelques ampères ou quelques dizaines d'ampères suivant les modèles.

Certains redresseurs (de modèle ancien) utilisent des tubes « Tungar » à filament cathode de tungstène, anode de graphite en atmosphère d'argon à pression réduite.

Les tubes modernes ont en général une cathode de grande surface (ruban ondulé ou en hélice) en tungstène ou en nickel enduit d'oxydes émissifs, à chauffage direct ou indirect, anode en graphite, en atmosphère de gaz rares ou de vapeur de mercure à faible pression. Souvent un cylindre métallique, écran thermique, entoure la cathode.



### Remarque.

Il existe des diodes à gaz à cathode solide froide, réalisée en substances très émissives (le molybdène par exemple).

Ces tubes, sans circuit de chauffage, ne présentent aucune consommation au repos.

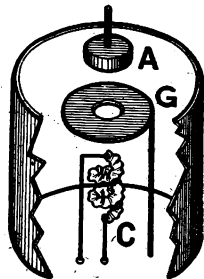
Leur amorçage doit être assuré par une tension anodique plus élevée que la tension de régime normal. Cette tension disruptive d'amorçage provoque une « électrolyse » initiale du gaz raréfié. L'ionisation par chocs, et le bombardement de la cathode par les ions positifs (échauffant cette cathode), entretiennent le phénomène, à la tension anodique de régime normal (tension d'ionisation).

## 2. — TRIODE A GAZ OU THYRATRON.

### a) Fonctionnement en redresseur.

Nous avons étudié (chapitre 5) le principe du thyatron. Un tel tube comporte :

- une cathode C de grande surface, en matériaux à pouvoir émissif élevé, à chauffage direct ou indirect ;
- une grille de commande G métallique (parfois réduite à un disque percé) ;
- une anode en graphite A.

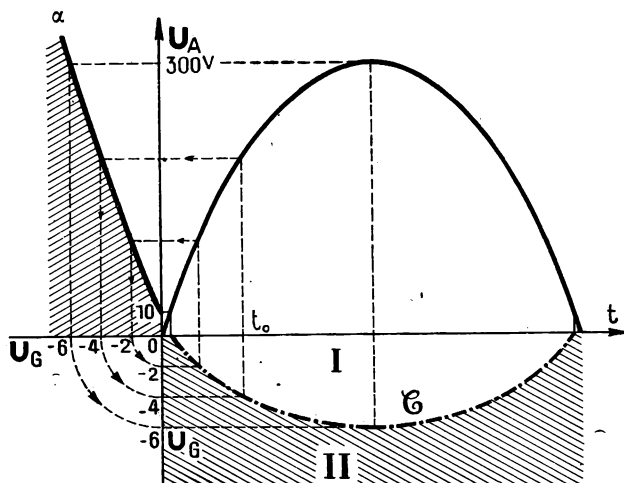


Cet ensemble, entouré d'un écran métallique, est placé dans une ampoule contenant un gaz rare (argon), à faible pression, et souvent de la vapeur émise par une goutte de mercure (il existe aussi des thyatrons à hydrogène).

Pour des dimensions et une constitution analogues, un phanotron et un thyatron peuvent débiter des courants  $I_c$  du même ordre de grandeur, c'est-à-dire quelques dizaines d'ampères (pour une hauteur d'environ 15 cm).

Utilisé en redresseur, c'est-à-dire alimenté par une source de tension alternative  $U$ , que nous supposons sinusoïdale, le débit  $I_c$  du thyatron, et par suite la tension moyenne  $U_c$  aux bornes du récepteur de charge

peuvent être réglés par la tension de commande  $U_g$  appliquée à la grille (tension grille-cathode). Nous avons vu, page 57, que la tension de grille  $U_g$  détermine uniquement la tension anodique  $U_a$  d'allumage (courbe  $\alpha$ ).



Considérons une alternance utile de la tension d'alimentation, à tout instant nous pouvons associer à la valeur  $U_a$ , tension anodique, la valeur  $U_g$  de la tension grille correspondant à la limite d'allumage, nous obtenons ainsi la *courbe C de contrôle de grille*.

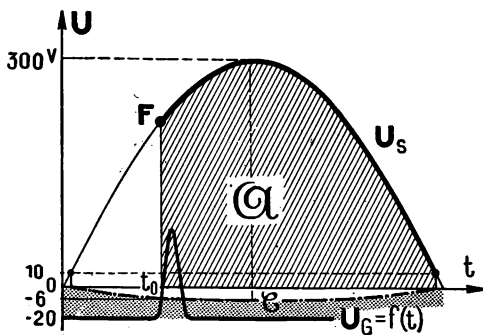
Cette courbe délimite deux régions du plan I et II. Le tube n'étant pas allumé

initialement, si la tension  $U_g$  (constante ou variable) appliquée à chaque instant à la grille, définit un point se maintenant dans la région II, il n'y aura pas allumage.

Pour déterminer l'allumage à l'instant  $t_0$ , par exemple, il faut que la tension  $U_g$  devienne à cet instant supérieure à  $-4$  V (tension relevée sur la courbe C pour l'abscisse  $t_0$ ).

Figurée à la même échelle que la tension anodique, la courbe C est presque confondue avec l'axe des temps.

La grille étant polarisée à une tension  $-20$  V par exemple, à l'aide d'une source auxiliaire fournissant une « brusque impulsion de tension » nous pouvons obtenir à l'instant  $t_0$  une intersection de la courbe  $U_g$ , fonction du temps, avec la courbe C. L'allumage se produira à cet instant  $t_0$ , à partir duquel le tube se conduira comme



un phanotron. *L'alternance considérée sera utilisée à partir du point F jusqu'à l'extinction* (lorsque la tension  $U_s$  sera devenue trop faible).

Si les impulsions de tension provoquant l'allumage sont synchrones avec la tension de la source, nous utiliserons de la même manière toutes les alternances convenables de cette tension  $U_s$ .

**La position du point F** peut être choisie arbitrairement sur une alternance, ceci entraîne *l'emploi variable à volonté de cette alternance*. Cet emploi peut être caractérisé par une valeur de tension moyenne employée,  $U_s$  moyenne =  $\frac{\text{mesure de l'aire } \mathcal{A}}{\text{période } T}$ , valable pour une période (ou un grand nombre de périodes).

### Remarques.

1° S'il s'agit d'un récepteur équivalent à une résistance  $R$ , la tension utile à ses bornes est :

- pour les intervalles de fonctionnement du tube, de durée  $\Delta t$ ,  $u = u_s - u_A = Ri$  (en valeurs instantanées), relation dans laquelle  $u_A$ , chute de tension dans le tube, est constante et voisine de 10 V,
- hors de ces intervalles  $u = Ri$  est nulle, (le tube est éteint,  $i = 0$ ). La valeur moyenne de la tension utile, équivalente à une tension continue, est  $U_c = \frac{\alpha - u_A \Delta t}{T}$ .

2° Si le récepteur considéré présente de l'inductance, le phénomène est plus complexe, le courant n'est plus maximum en même temps que  $u_s$  et ne s'annule plus en même temps que  $u$ .

3° S'il s'agit d'un récepteur de résistance  $R$ , présentant une force contre électromotrice constante  $e$ , opposée au passage du courant  $i$ , la tension anodique d'allumage à considérer est  $U_A = U_s - e$  (tube éteint),

- pour les intervalles  $\Delta t$  de fonctionnement du tube la tension utile aux bornes récepteur est toujours  $u = u_s - u_A$ , avec  $u_A$  constante voisine de 10 V et  $u = e + Ri$ .
- pour les intervalles de durée  $T - \Delta t$  pendant lesquels le tube est éteint le courant  $i = 0$  et  $u = e$ .

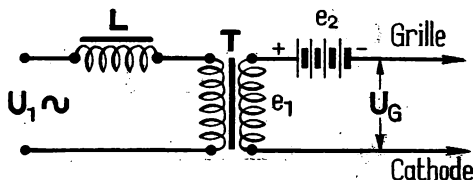
La valeur moyenne de la tension utile est  $U_c = \frac{\alpha - u_A \Delta t + e(T - \Delta t)}{T}$ .

Dans tous les cas nous pourrons utiliser l'ensemble source alternative-thyratron comme une source de courant continu  $I_c$  assurant aux bornes d'un récepteur donné une tension continue  $U_c$  ; cette tension, et par suite ce courant sont réglables par déplacement du point d'allumage F sur l'alternance de sens convenable de  $U_s$  (tension alternative).

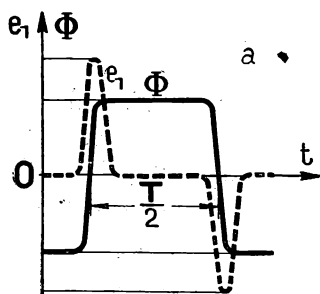
### b) Commande de grille.

1° **Impulsions brusques de tension :**

Alimentons à la tension  $U_1$  sinusoïdale, de même fréquence que  $U_s$ , le primaire d'un transformateur T dont le noyau et l'enroulement primaire sont prévus pour obtenir la saturation au cours des variations de  $U_1$ .

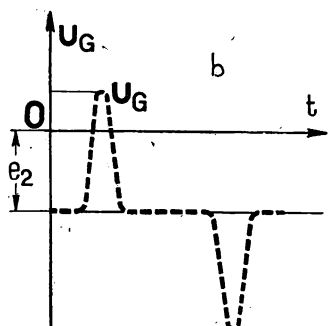


Sur le circuit primaire, une inductance importante  $L$ , non saturable, maintient le courant presque sinusoïdal.



Le flux magnétique dans le noyau reste constant pendant les intervalles de saturation et varie rapidement entre ces intervalles ; nous obtenons alors au secondaire une force électromotrice  $e_1$  qui présente des impulsions brusques périodiques, de même fréquence que  $U_1$ .

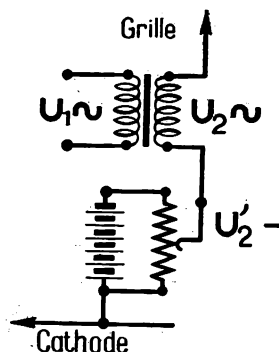
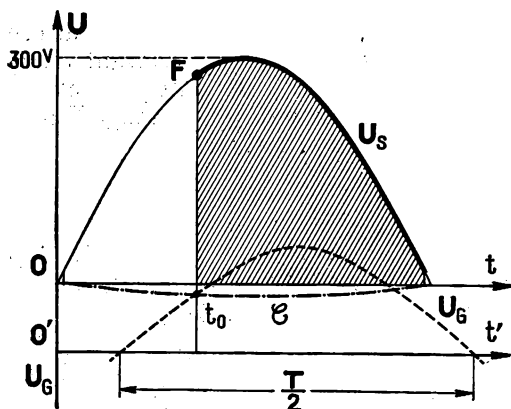
Nous appliquerons à la grille la tension  $U_G = e_1 + e_2$ ,  $e_2$  est une tension constante négative.



A chaque alternance de sens convenable de  $U_s$ , la courbe  $U_G$  coupe la courbe  $C$  de contrôle de grille à un instant  $t_0$ , déterminant un point d'allumage  $F$ .

Pour déplacer ce point  $F$ , c'est-à-dire obtenir un nouveau régime de fonctionnement du thyatron il suffit de déphaser la courbe  $e_1$  c'est-à-dire de déphaser  $U_1$  par rapport à  $U_s$  (nous étudierons un type de déphaseur au paragraphe suivant.)

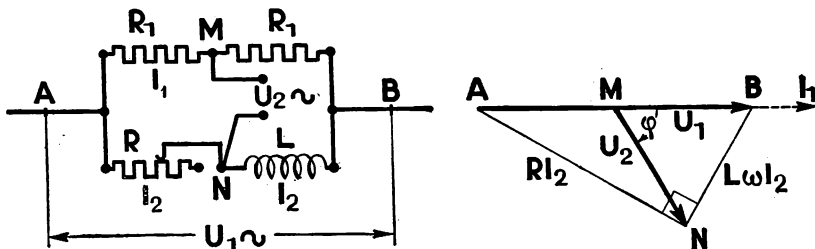
**2° Tension de grille sinusoïdale :** Appliquons à la grille une tension  $U_G$  de forme sinusoïdale, de même fréquence que  $U_s$  et d'axe  $O't'$ , tel que  $\overline{OO'} = U_2'$  tension continue négative. Pour cela il suffit de mettre en série la tension  $U_2'$  et une tension  $U_2$  alternative sinusoïdale de même fréquence que  $U_s$ .



Nous pouvons déplacer le point F,

- soit par déplacement en ordonnée de la courbe  $U_a$  au moyen d'un **potentiomètre** qui fait varier  $U_2$  c'est-à-dire  $OO'$ ,
- soit par déplacement en abscisse de la courbe  $U_a$  en déphasant convenablement la courbe  $U_2$  (conservant le même axe  $O't'$ ).

Pour obtenir ce dernier résultat on utilise un **système déphaseur**. A titre d'exemple considérons le montage ci-contre : la tension  $U_1$  alternative alimente en dérivation :



- le circuit AMB constitué par deux résistances  $R_1$  identiques, parcouru par le courant  $I_1$ ,
- le circuit ANB constitué par une résistance variable  $R$  et une inductance constante  $L$ , parcouru par le courant  $I_2$ .

Le diagramme vectoriel, montre qu'entre M et N on dispose d'une tension  $U_2$  de valeur efficace constante  $= \frac{U_1}{2}$ , (le lieu géométrique de N est le demi-cercle de diamètre AB)  $U_2$  est déphasée en arrière sur  $U_1$  de l'angle  $\varphi$  (tel que  $\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{L\omega}{R}$ ) ce déphasage est donc réglable avec  $R$ .

### 3. — REDRESSEUR A VAPEUR DE MERCURE OU MUTATEUR.

Nous avons étudié au chapitre 5 le principe de fonctionnement des tubes à cathode de mercure.

On construit des redresseurs à vapeur de mercure pour toute puissance.

De quelques kilowatts à quelques centaines de kilowatts on utilise une ampoule de verre, au-delà on emploie une enceinte métallique.

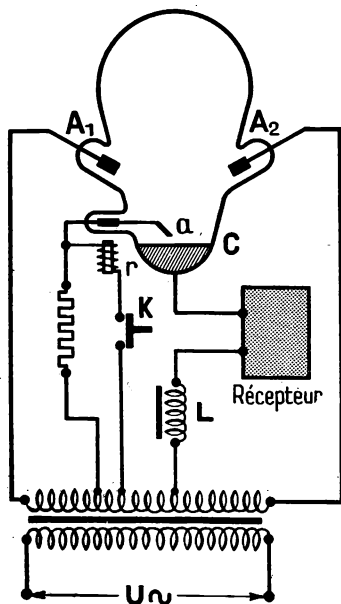
A faible puissance le refroidissement naturel de la paroi peut être suffisant ; en moyenne et grande puissance il est activé par ventilation ; les cuves métalliques sont souvent à double paroi, refroidies par air ou par circulation d'eau.

Il est difficile d'obtenir des joints étanches.

Certaines cuves sont scellées, d'autres munies de pompes pour maintenir un vide suffisant.

### a) Redresseur monophasé.

Considérons le schéma de principe d'un redresseur monophasé à ampoule de verre, de petite puissance (quelques kW), qui « redresse » les deux alternances.



Il comporte :

- la cathode de mercure C,
- deux anodes  $A_1$  et  $A_2$  logées dans des bras éloignés pour éviter qu'un arc puisse s'amorcer entre elles,
- un dispositif d'amorçage comprenant une anode auxiliaire d'allumage  $a$ , un relais électromagnétique  $r$  commandé par un contact K.

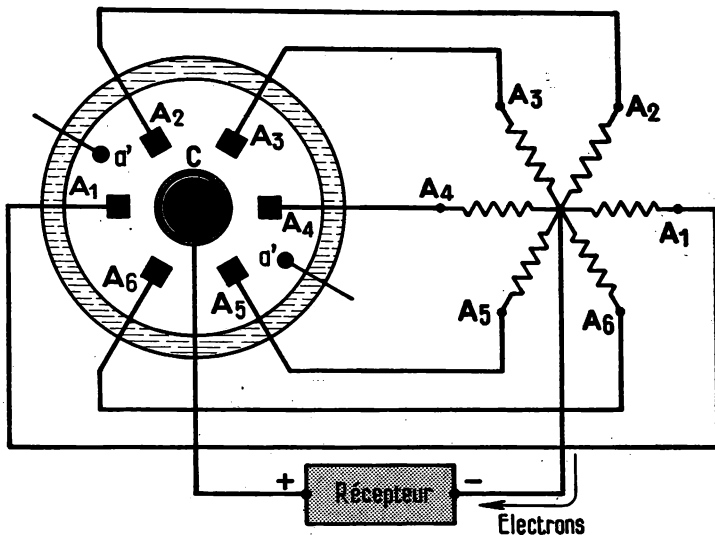
Attirée pendant un court instant,  $a$  contacte le mercure et se relève produisant un petit arc de rupture, il y a vaporisation du mercure et amorçage de la tache cathodique.

Ce dispositif suppose le récepteur d'utilisation branché ; les tensions d'anodes principales étant très supérieures à celle de  $a$ , l'arc s'étend de la cathode, successivement à chaque anode  $A_1$  et  $A_2$ , à chaque alternance de la tension  $U$  (montage biphasé). L'inductance  $L$ , en série avec le récepteur, évite l'extinction de l'arc au moment des valeurs insuffisantes de  $u_a$  (inférieure à 15 volts), et atténue les ondulations de la tension utilisée.

### b) Redresseurs polyphasés.

Pour des puissances plus élevées on n'utilise que des redresseurs polyphasés. Dans un **redresseur triphasé**, les trois anodes principales sont connectées aux trois bornes des phases du secondaire en étoile d'un transformateur triphasé, dont le primaire est alimenté par le réseau ; la cathode de mercure en série avec le récepteur d'utilisation est connectée au neutre du secondaire.

On peut intercaler une inductance en série, ou une capacité en dérivation avec le récepteur, ou un ensemble réalisant un filtre pour régulariser le courant redressé  $I_c$  et la tension  $U_c$ .

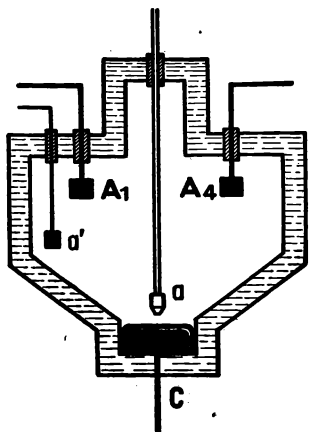


On obtient directement une tension et un courant plus réguliers en utilisant des dispositifs à plus grand nombre de phases, par exemple un **redresseur hexaphasé** comporte six anodes principales.

### c) Anodes d'entretien.

Nous avons supposé plus haut que le récepteur de charge était branché en permanence, dans ces conditions, l'arc s'éteindra dès que le circuit cathode-récepteur sera ouvert, il faudra pour utiliser à nouveau le redresseur, procéder à un nouvel amorçage.

Pour éviter cet inconvénient et maintenir l'arc dans le redresseur « à vide », on munit le redresseur d'anodes d'entretien telles que  $a'$ , à débit réduit, formant avec l'arc, la cathode, une source auxiliaire et des résistances inductives (ou non) un circuit fermé dit **circuit d'entretien**.



Dès que le récepteur se trouve branché les anodes principales « de puissance » reprennent leur rôle.

Le schéma ci-contre et le précédent figurent en coupe un redresseur hexaphasé, à cuve métallique refroidie par de l'eau, présentant six anodes principales A, une anode d'allumage a, et deux anodes d'entretien a'.

#### d) Grilles de commande.

Les anodes principales sont logées dans des chambres, devant chaque anode on peut placer une grille de commande qui joue le même rôle que celle d'un thyatron.

La tension grille-cathode détermine le point d'allumage c'est-à-dire le début de fonctionnement de chaque anode, sur la portion d'alternance correspondant à son fonctionnement particulier.

*Le réglage du débit  $I_c$  et de la tension  $U_c$  s'effectue en agissant simultanément de la même manière sur toutes les tensions de grille.*

Les grilles, à tension négative, diminuent le risque d'arc en retour au cours de l'alternance non utilisée, elles désionisent l'espace voisin des anodes.

Pour diminuer le danger d'arc en retour des précautions sont prises pour éviter qu'une goutte de mercure vienne se condenser sur une anode, (chambre anodique, température d'anode...).

En outre les grilles peuvent faire partie du **dispositif de sécurité** : en cas de surintensité dans le circuit d'utilisation, un relais, de faible puissance, sensible et rapide peut connecter instantanément les grilles à une source auxiliaire qui les polarise « assez négativement », à une tension de blocage. L'anode en fonctionnement continue son débit pendant le restant de l'alternance en cours, ensuite aucune anode principale ne peut fonc-

tionner. On obtient ainsi une coupure plus rapide ( $\Delta t < \frac{T}{3}$  en hexaphasé) qu'avec un disjoncteur à pouvoir de coupure élevé (KUI) inséré sur la ligne.

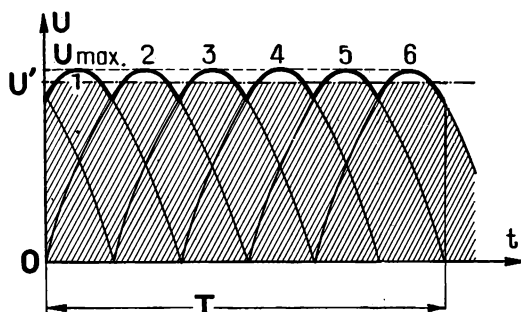


### e) Valeur théorique de $U_c$ .

Dans l'exemple d'un mutateur hexaphasé, à débit maximum, ( non réduit par commande de grille), la tension redressée est figurée par une courbe constituée par les crêtes des 6 alternances utiles, la valeur moyenne de cette tension est  $U' = \frac{6}{\pi} \sin \frac{\pi}{6} U_{\max.}$

Si  $U_s$  est la tension efficace de chaque phase de la source alternative,  $U_{\max.} = U_s \sqrt{2}$ .

La tension continue utile est  $U_c = U' - U_A$  ( $U_A$  chute de tension dans l'arc, voisine de 15 V).



Exemple : pour  $U_s = 1\,000$  V,  $U_c = 1\,350 - 15 = 1\,335$  V environ.

Plus généralement avec un mutateur à  $q$  phases,

$$U_c = \frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} U_s \sqrt{2} - U_A.$$

Le rendement d'un mutateur est d'autant plus grand que la tension  $U_c$  est plus élevée :  $\eta \simeq \frac{U_c I_c}{(U_c + U_A) I_c}$ .

#### Remarque.

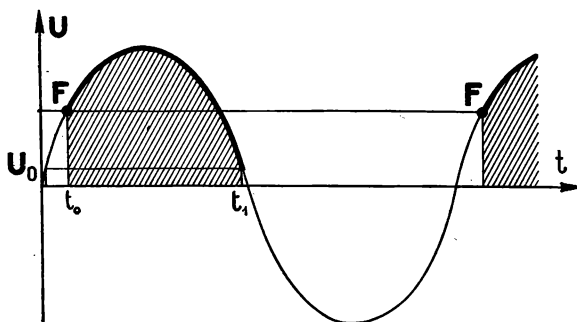
On construit aussi des redresseurs monoanodiques en cuve métallique, appelés excitrons. On en groupe plusieurs pour une alimentation polyphasée.

### 4. — IGNITRON.

Un ignitron est une valve monoanodique à cathode de mercure (voir chapitre 5), dont le point d'allumage F est à l'instant  $t_0$  déterminé par l'amorçage de l'igniteur.

La tache cathodique est périodique, elle se maintient au cours de chaque alternance utile entre les instants  $t_0$  et  $t_1$ , ce dernier correspond à la tension d'extinction  $U_0$ .

La constitution d'un ignitron est plus simple que celle des mutateurs étudiés plus haut.



L'enveloppe, cylindre métallique, peut être refroidie par circulation d'air ou d'eau, elle est scellée ou munie d'une pompe (suivant la puissance), pour maintenir un vide suffisant.

On construit des ignitrons pouvant débiter des courants atteignant mille ampères, pour des puissances de l'ordre de quelques milliers de kilowatts.

Certains ignitrons sont munis d'une grille spéciale de désionisation pour limiter le risque de décharge en retour.

On peut réaliser un montage polyphasé à l'aide d'un groupe d'ignitrons, un par phase, le fonctionnement de l'ensemble est analogue à celui d'un redresseur polyanodique (l'action des igniteurs remplaçant la commande par grilles). On peut obtenir des impulsions de courant dans l'igniteur de même fréquence que celle de la tension à redresser, en utilisant des décharges périodiques d'un condensateur.

Ces décharges peuvent être contrôlées par un thyatron : en effet un condensateur se décharge brusquement à travers un thyatron quand la tension, de polarité convenable, aux bornes du condensateur devient suffisante pour provoquer l'allumage du thyatron (qui devient brusquement conducteur).

Le condensateur est chargé par une source de même fréquence que celle qui alimente l'ignitron ; le régime de tension appliqué à la grille du thyatron permet le réglage des points d'allumage du thyatron et de l'ignitron.

## 5. — APPLICATION DES TUBES A GAZ.

### a) Redresseurs pour toute puissance.

Ils permettent, à partir d'une tension monophasée ou polyphasée distribuée par le réseau, d'obtenir une source de courant continu, en basse et moyenne tension, de débit plus ou moins important :

- jusqu'à quelques dizaines d'ampères pour les phanotrons et les thyratrons,
- jusqu'à plusieurs milliers d'ampères pour les mutateurs et les ignitrons. Leurs applications sont nombreuses, en particulier l'électrochimie, la soudure électrique, la traction électrique par moteur série.

Par exemple :

- des sous-stations à mutateurs reçoivent l'énergie électrique du réseau triphasé et alimentent des lignes de traction à courant continu à 1 500 V et à 600 V ;
- des locomotives équipées d'ignitrons prélèvent leur énergie sur une ligne monophasée 25 000 V, 50 Hz.

(Cette solution moderne assure un meilleur rendement du transport de l'énergie et diminue le nombre des sous-stations de transformation.)

### b) Sources de tension réglable.

Les thyratrons, mutateurs et ignitrons conviennent particulièrement bien à *la commande et à la régulation des machines*.

- 1° Nous avons signalé l'intérêt des moteurs à courant continu à excitation indépendante alimentés sous tension réglable (exemple système Ward-Léonard, chapitre 17).

L'alimentation d'un tel moteur par tubes électroniques, de l'induit d'une part, de l'inducteur d'autre part, s'adapte à toutes les exigences et assure un excellent rendement de l'installation (élimination des génératrices tournantes ou du réglage par rhéostats).

- 2° On peut *assurer la régulation automatique*, par exemple,

- *de la tension aux bornes d'un alternateur* :  
en général on compense la chute de tension interne par une augmentation de l'excitation. Dans ce cas il est possible d'utiliser cette variation de tension elle-même, pour provoquer une variation de sens convenable, de la tension grille du thyatron qui alimente les inducteurs de la machine (utilisation d'un ensemble transformateur-redresseur).

- *de la vitesse d'un moteur à courant continu à excitation indépendante* : une petite dynamo tachymétrique entraînée par le moteur fournit une tension proportionnelle à sa vitesse ; on peut utiliser les variations de cette tension pour modifier la tension grillée d'un thyatron qui fournit le courant d'excitation du moteur.

### c) **Contacteurs.**

La commande de grille, ou de l'igniteur, ne fait intervenir qu'une puissance minime et détermine le débit ou l'arrêt du courant dans le circuit anodique de puissance, ceci avec une grande vitesse de réponse.

D'autre part, pour un tube électronique, alimenté sous tension alternative, *le point d'allumage F à l'instant  $t_0$  est bien déterminé* sur l'alternance utilisée. S'il s'agit de phénomènes de très courte durée, la quantité d'énergie mise en jeu dans le circuit d'utilisation et les phénomènes transitoires non négligeables dans ce cas (effet d'auto-induction dans ce circuit), sont différents suivant la position de ce point d'allumage.

Un autre contacteur, électromagnétique par exemple, provoquerait le passage du courant (ou son arrêt) à un instant quelconque  $t_0$  (point F incontrôlable sur une alternance), il en résulterait une irrégularité imprévisible pour différents intervalles successifs de fonctionnement.

Ces phénomènes sont à considérer dans certaines applications, en particulier dans la soudure électrique par points, et certains traitements thermiques de métaux.

## **IV. — REDRESSEURS SECS**

### **1. — CORPS SEMI-CONDUCTEURS.**

Ce sont des corps dont la résistivité se situe entre  $10^{-2}$  et  $10^8 \Omega\text{cm}$ , intermédiaire entre celle des conducteurs (pour les métaux  $\rho < 10^{-4} \Omega\text{cm}$ ) et celle des isolants usuels (pour lesquels  $\rho > 10^{12} \Omega\text{cm}$ ).

La résistivité des semi-conducteurs décroît rapidement quand la température s'élève.

Ces corps, tels que l'oxyde cuivreux, le sélénium, le silicium, le germanium, ont fait l'objet d'études récentes qui ont ouvert de nouveaux domaines d'applications au laboratoire et dans l'industrie (en particulier l'emploi des transistors ventables triodes à cristaux).

### **2. — PROPRIÉTÉS DES REDRESSEURS SECS.**

- a) Un tel redresseur utilise la *dissymétrie de conductibilité* que présente, suivant la polarité de la source de courant, le *contact d'un métal et d'un corps semi-conducteur*.

Ainsi un contact redresseur peut présenter une résistance  $R_1$ , au passage du courant dans un sens, mille fois supérieure à la résistance  $R_2$  qu'il présente au passage du courant dans l'autre sens, ceci pour une tension et une température données.  $K = \frac{R_1}{R_2}$  est le coefficient de redressement dans ces conditions.

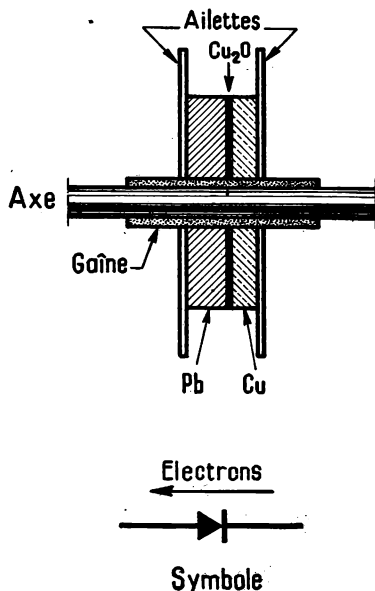
Le symbole de l'élément redresseur indique le sens privilégié ou *sens direct* du passage du courant (il s'agit du sens conventionnel du courant, inverse de celui du déplacement des électrons).

- b) *L'élévation de température* diminue en général le coefficient de redressement, et peut détériorer le redresseur. Le constructeur prévoit le refroidissement de l'appareil (ailettes métalliques) et précise la température maximum de service, c'est-à-dire la densité de courant admise en régime normal et la surcharge temporaire admissible.
- c) *Pour les très faibles tensions* le coefficient de redressement est en général faible, la résistance directe  $R_2$  et la résistance inverse  $R_1$  sont du même ordre ; le redressement n'apparaît effectif qu'à partir d'une certaine tension appelée *seuil de redressement*.
- d) A partir d'une certaine *tension inverse* le redresseur ne bloque plus le courant inverse, cette tension détermine la *limite d'emploi* du redresseur.
- e) Un redresseur sec peut fonctionner à des *fréquences élevées*, mais son pouvoir de redressement baisse en fonction de la fréquence à cause de l'effet de capacité qui entre en jeu.

### 3. — ÉLÉMENT A L'OXYDE DE CUIVRE.

Il comporte une rondelle de cuivre recouverte sur une face d'oxyde cuivreux  $Cu_2O$  ; une rondelle de plomb assure le contact sur l'oxyde ; des ailettes métalliques de refroidissement sont serrées fortement sur l'ensemble et peuvent servir de bornes.

Le sens direct (sens conventionnel) du courant est dirigé du plomb vers le cuivre.



Un tel élément peut supporter en régime normal  $0,1 \text{ A/cm}^2$ .

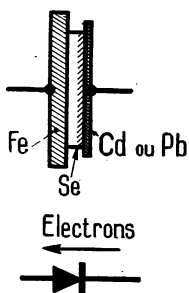
La tension inverse varie suivant l'épaisseur de l'oxyde de 8 à 12 volts, en service normal on limite la tension d'emploi à 6 V.

Le seuil de redressement est  $0,1 \text{ V}$ .

La température maximum de service est  $50^\circ \text{ C}$ .

#### 4. — ÉLÉMENT AU SÉLÉNIUM.

Il comporte une plaque en fer nickelé sur laquelle on dépose une couche de sélénium dont on oxyde la surface, le contact est assuré par une rondelle de plomb ou une couche de cadmium, on dispose aussi des ailettes de refroidissement. Le sens direct (sens conventionnel) du courant est dirigé du fer vers le cadmium (ou le plomb). Un tel élément peut supporter environ  $0,3 \text{ A/cm}^2$ . La tension inverse peut atteindre 25 V, la tension d'emploi est limitée à environ 20 V.



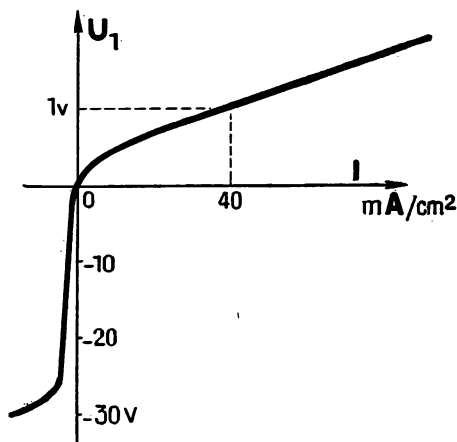
Le seuil de redressement est voisin de  $0,4 \text{ V}$ .

La température maximum de service est de  $70^\circ$ .

La courbe ci-contre, *caractéristique d'un élément redresseur* au sélénium, figure la tension aux bornes (ou chute de tension dans le redresseur) en fonction du courant qui le traverse :

— Pour la tension de sens direct la courbe devient pratiquement rectiligne à partir de  $U_1$  voisine de  $0,5 \text{ V}$ .

— Pour la tension de sens inverse, à partir de  $U_1$  voisine de  $-25 \text{ V}$  le courant de sens inverse devient très important.



**Éléments au germanium :** On réalise des éléments au germanium de très petites dimensions, capables de redresser  $0,3 \text{ A/mm}^2$  avec une tension inverse de  $400 \text{ V}$ .

La construction de ces diodes à cristaux est délicate, et en pleine évolution, on utilise aussi le silicium.

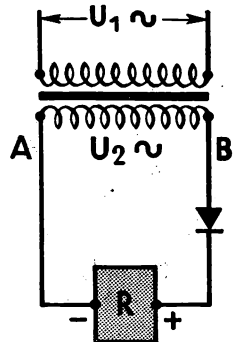
## 5. — EMPLOI DES REDRESSEURS SECS.

a) Pour redresser des *tensions élevées* on utilise des *éléments en série*.

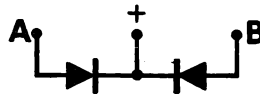
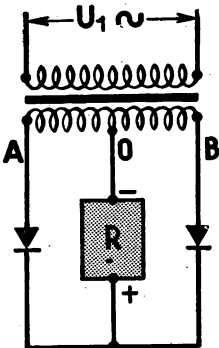


Pour des *débits importants* on peut employer des *éléments en parallèle* ou plus simplement des *éléments de plus grande dimension* (présentant une plus grande « surface redresseuse »).

b) Le montage ci-contre à une soupape, n'utilise qu'une *seule alternance* de la source alternative  $U_2$ .

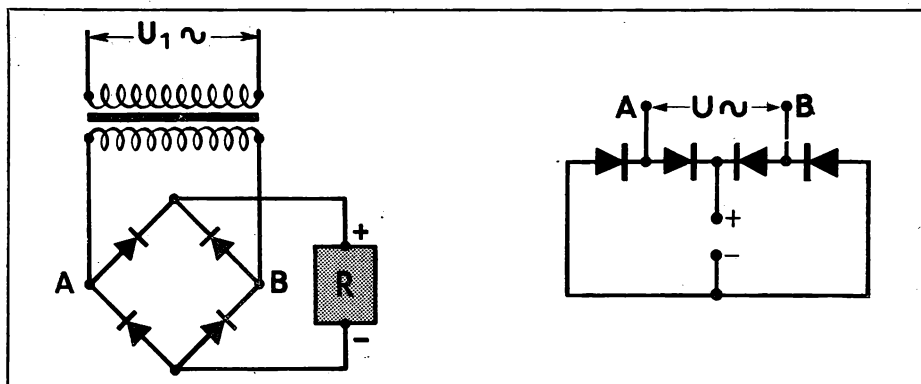


c) Pour utiliser les deux alternances de la source on peut employer :

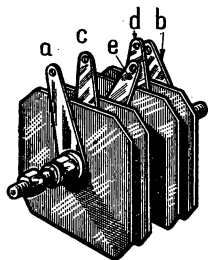


— soit un montage bivalve, à deux soupapes, appelé « va-et-vient » ;

— soit un montage à quatre soupapes en « pont ».



Les figures ci-dessus représentent les montages théoriques et les montages de réalisation. Les constructeurs placent tous les éléments sur un même axe ; des tiges plates constituent les bornes de chaque système, elles sont toujours placées de la même façon. Pour ce type de soupapes montées en pont : *c* et *d* sont les bornes d'alimentation réunies à la source alternative ;



*e* est la borne +, *a* et *b* connectées ensemble forment la borne — de la tension continue d'utilisation.

Suivant la tension à redresser chaque soupape comporte un ou plusieurs éléments en série.

#### d) Applications

- 1° Des redresseurs de très petite puissance permettent d'équiper des appareils de mesure magnétoélectriques, à cadre mobile, pour la mesure des tensions et des courants alternatifs sinusoïdaux.
- 2° On construit actuellement des batteries de redresseurs secs pour des puissances atteignant 100 kW, utilisables comme sources industrielles de courant continu (le réseau d'alimentation étant monophasé ou polyphasé).

Pour obtenir un courant plus régulier on utilise des filtres (systèmes d'inductances et de capacités) dans le circuit récepteur.



## EXERCICES

1. — Un groupe moteur générateur comprend une génératrice à courant continu, qui débite un courant de 50 A sous une tension de 120 V, et un moteur asynchrone triphasé, alimenté par un réseau  $U \sim = 200$  V entre phases, 50 Hz, qui absorbe un courant de 30 A avec un facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,8$ . Calculer : *a.* Le rendement du groupe ; *b.* Les rendements de chaque machine supposés égaux pour cette charge ; *c.* Le moment du couple transmis par le manchon d'accouplement sachant que le moteur est tétrapolaire et présente pour cette charge un glissement  $g = 0,04$  (C. A. P.).

**Réponses :**  $\eta = 0,72$  ;  $\eta_1 = \eta_2 = 0,85$  ;  $M = 47$  m.N.

2. — Une commutatrice tétrapolaire triphasée alimentée par un réseau alternatif  $U = 220$  V entre phases, 50 Hz, fournit un courant continu de 20 A à un circuit d'utilisation. Pour ce régime le rendement de la machine est 0,88, son facteur de puissance 0,9, et la chute de tension est égale à 6 % de la tension continue à vide. Déterminer : la vitesse de rotation de la machine, la tension aux bornes du courant continu, et le courant fourni par la ligne d'alimentation.

**Réponses :** 1 500 tr/mn ; 338 V ; 22,5 A.

3. — Un redresseur trianodique, à cathode de mercure, est alimenté par un réseau triphasé 220 V-380 V, 50 Hz. De quelle puissance maximum peut-on disposer dans le circuit d'utilisation en courant continu, si un relais à maximum de courant réglé à 50 A est placé sur ce circuit (et commande la tension de blocage des grilles), la chute de tension dans l'arc est voisine de 15 V ?

**Réponse :** environ 12,1 kW.

4. — Un groupe de redresseurs secs est utilisé pour charger une batterie d'accumulateurs au plomb de 12 V-90 Ah. On admettra que cette batterie a une résistance pratiquement négligeable, et une force contre-électromotrice moyenne pendant la charge de 14 V. On utilise un montage va-et-vient à point milieu pour employer les deux alternances de la source.

- 1° En admettant une tension inverse de 20 V par élément redresseur, combien d'éléments sont nécessaires pour ce montage (schéma) ?  
Avec un montage en pont (source sans point milieu), combien faudrait-il d'éléments redresseurs (schéma) ?
- 2° Quel est le prix de revient d'une charge complète à raison de 20 F le kWh ? Le rendement du groupe redresseur est 0,7.
- 3° Quelle est l'énergie thermique dissipée pendant la charge dans le groupe redresseur ?

**Réponses :** 1° Deux groupes de chacun 2 éléments en série. Pont constitué par 4 éléments. 2° 36 F. 3° 0,54 kWh soit 465 mth.

## PROBLÈMES DE RÉVISION

1. — Aux bornes d'une bobine alimentée sous tension alternative  $U = 120 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ , on a mesuré une puissance absorbée de  $540 \text{ W}$  pour un courant de  $5,2 \text{ A}$ .
  - 1° Déterminer la résistance et l'inductance de cette bobine.
  - 2° Que devient le courant débité par la ligne si on monte : *a.* en série, *b.* en dérivation avec cette bobine, une résistance pure de  $10 \Omega$  (représentation vectorielle des grandeurs tensions et courants) ?
  
2. — Une bobine sans noyau dont le coefficient de self (inductance) est  $325 \text{ mH}$ , et la résistance négligeable, est branchée en parallèle avec un condensateur de  $18 \mu\text{F}$  et une résistance de  $45 \Omega$ . La tension aux bornes communes des 3 récepteurs est  $U \sim = 127 \text{ V}$ - $50 \text{ Hz}$ .
  - 1° On demande les intensités des courants :  
*a.* dans la self, *b.* dans le condensateur, *c.* dans la résistance.
  - 2° On veut que le courant d'alimentation du faisceau soit en phase avec la tension, pour cela on remplace le condensateur de  $18 \mu\text{F}$  par un autre. Calculer la capacité de ce nouveau condensateur (C. A. P.).
  
3. — Trois récepteurs inductifs  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z_3$ , soumis séparément à une tension alternative  $200 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$  ont absorbé respectivement les courants  $I_1 = 10 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2 \text{ A}$ ,  $I_3 = 4 \text{ A}$  ; soumis séparément à une tension continue de  $12 \text{ V}$  ils ont absorbé respectivement  $I'_1 = 1 \text{ A}$ ,  $I'_2 = 0,2 \text{ A}$ ,  $I'_3 = 0,24 \text{ A}$ .
  - 1° Calculer le facteur de puissance, la résistance et l'impédance de chaque récepteur.
  - 2° Ces trois récepteurs sont placés en dérivation sur le réseau  $220 \text{ V} \sim$ ,  $50 \text{ Hz}$ , déterminer en grandeur et en phase (par rapport à la tension), le courant débité par la ligne.
  - 3° Le récepteur  $Z_1$  en série avec un condensateur de capacité  $C$  est alimenté par ce réseau. Calculer la capacité  $C$ , si la tension aux bornes du condensateur est  $250 \text{ V}$ .
  
4. — Une installation monophasée, alimentée sous la tension  $U = 220 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ , comporte des moteurs. On a mesuré en pleine charge : courant absorbé  $20 \text{ A}$ , puissance absorbée  $3\,430 \text{ W}$ . On désire remonter le facteur de puissance à la valeur  $0,9$ . Quelle est la capacité du condensateur qu'il faut placer en dérivation aux bornes de l'installation, et que deviendra le courant  $I_2$  débité par la ligne ?
  
5. — Un moteur (monophasé), alimenté sous une tension sinusoïdale  $U = 200 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ , fournit une puissance mécanique de  $1 \text{ ch}$  avec un rendement de  $0,8$ , le courant absorbé est  $I = 6,5 \text{ A}$ .
  - 1° Calculer les puissances active et apparente absorbées par le moteur et le facteur de puissance de ce dernier. En déduire que l'on peut prendre  $45^\circ$  comme angle de déphasage du courant sur la tension : dans ces conditions, quelle puissance réactive consomme le moteur ?
  - 2° Le moteur fonctionnant dans les mêmes conditions que précédemment, on branche entre ses bornes une résistance non inductive qui consomme une puissance de  $680 \text{ W}$ . Montrer que le secteur débite un courant déphasé sur la tension d'un angle voisin de  $30^\circ$  ( $\text{tg } 30^\circ = 0,577$ ). Calculer l'intensité de ce courant.
  - 3° On remplace la résistance par un condensateur choisi de façon telle que le courant débité par le secteur soit encore déphasé en arrière de  $30^\circ$  sur la tension. Calculer la puissance réactive fournie par le secteur et la capacité du condensateur (B. E. I.).

6. — Une ligne de résistance  $R = 2 \Omega$  amène un courant alternatif de fréquence 50 Hz à un compteur d'énergie, la tension aux bornes du compteur est  $U = 120 \text{ V}$ .
- 1° Un appareil de chauffage (non inductif) branché après le compteur a consommé 6 kWh en 5 heures. Calculer le courant en ligne et la perte d'énergie en ligne pendant ces 5 heures.
  - 2° On remplace cet appareil par un moteur qui fonctionne avec un facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,8$ . Mêmes questions si en 5 heures le moteur a aussi consommé 6 kWh.
  - 3° Aux bornes du compteur on place seulement un condensateur de  $10 \mu\text{F}$ . Calculer le courant, la perte en lignes pendant 5 heures, et la consommation indiquée par le compteur.
  - 4° On branche à nouveau le moteur, montrer qu'un condensateur disposé entre ses bornes améliore le facteur de puissance dans la ligne. Calculer pour quelle valeur de la capacité le facteur de puissance dans la ligne devient égal à 1.
  - 5° Le moteur et l'appareil de chauffage sont branchés en dérivation, aux bornes du compteur, il n'y a pas de condensateur. Calculer le facteur de puissance dans la ligne (Baccalauréat Mathématiques).
7. — Un entrepreneur de travaux publics vous fait appeler pour vérifier le moteur électrique actionnant le treuil d'une grue sur un chantier. Sur la plaque du moteur vous relevez : 10 ch, 110-190 V, 50 Hz, 580 tr/mn, 3 phases. Ayant vérifié que les phases sont équilibrées, vous montez dans le circuit d'alimentation un wattmètre, un ampèremètre et un voltmètre. Ces appareils indiquent respectivement 3 060 W, 36 A, 200 V. D'autre part vous constatez que le treuil soulève une charge de 450 kg à une vitesse de 60 mètres par seconde. Calculer :
- 1° Le rendement du moteur ; 2° le nombre de pôles du moteur ; 3° le facteur de puissance de l'installation ; 4° le rendement de l'ensemble moteur-treuil ; 5° la dépense mensuelle d'énergie, le moteur fonctionne à pleine charge 6 h 30 par jour et 24 jours par mois. Pris du kWh 12 F. (C. A. P.).
8. — Un atelier est alimenté par du courant triphasé 127-220 V, 50 Hz. L'installation comprend :
- 1 moteur 10 ch triphasé, rendement 0,92,  $\cos \varphi = 0,8$  ;
  - 1 moteur 4 ch, triphasé, rendement 0,8,  $\cos \varphi = 0,8$  ;
  - 1 moteur 1,5 ch, triphasé, rendement 0,82,  $\cos \varphi = 0,75$  ;
  - 1 ensemble éclairage composé de 150 lampes de 50 W (trois fois 50 lampes en triangle).
- On demande :
- 1° L'intensité dans une lampe ;
  - 2° L'intensité dans les fils de ligne lorsque tous les appareils sont branchés.
  - 3° Le  $\cos \varphi$  de l'installation dans ces conditions.
  - 4° Le moteur de 4 ch est couplé à une génératrice qui alimente un banc de nickelage sous 12 volts 180 ampères, quel est le rendement de la génératrice. (B. E. I.).
9. — Une usine hydroélectrique utilise une chute d'eau de 34 m de haut. Le groupe électrogène comporte une turbine et un alternateur solidaires du même arbre et fournit une puissance de 10 500 kW sous une tension de 8 000 V aux bornes de l'alternateur. Le facteur de puissance est supposé égal à 1 et le rendement du groupe est 0,8. Dans la suite du problème on négligera les effets de self et de capacité.
- 1° Quel est le débit du courant d'eau à travers la turbine ?
  - 2° Au départ de l'usine on élève la tension du courant à 80 000 V par un transformateur de rendement 97 %. Quelle est la puissance dissipée dans le transformateur ?
  - 3° L'énergie est transportée aux lieux d'utilisation, situés à 150 km, par une ligne de 2 fils en aluminium de résistivité  $\rho = 3 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ . Calculer l'intensité dans la ligne de transport mesurée à l'ampèremètre thermique. Calculer la section et le diamètre à donner aux conducteurs pour que l'énergie perdue dans la ligne par effet Joule soit 8 % de celle disponible au départ. (B. E. I.).

**10. — Une machine à vapeur fournit une puissance de 6 000 W.**

A. Elle entraîne une dynamo de rendement 0,9, cette dynamo bipolaire est à excitation shunt, résistance des inducteurs  $50\ \Omega$ , tension aux bornes 120 V, vitesse 1 500 tr/mn, nombre de conducteurs de l'induit 1 280. Calculer :

- a. l'intensité du courant d'excitation ;
- b. l'intensité du courant dans l'induit ;
- c. la force électromotrice de la machine et la résistance de l'induit.
- d. le flux qui émane d'un pôle.

On négligera toutes les pertes autres que celles par effet Joule.

B. La machine à vapeur entraîne maintenant un alternateur monophasé, tétrapolaire qui a le même rendement et qui tourne avec la même vitesse que la dynamo précédente. Il entretient entre ses bornes A et B une différence de potentiel sinusoïdale de valeur efficace 1 200 V.

Calculer la fréquence et la valeur maximum de la tension entre ses bornes A et B, écrire l'équation donnant la valeur instantanée de cette tension.

C. On branche entre A et B un transformateur dont le primaire a 2 000 spires et le secondaire 200. Le rendement de ce transformateur est 0,90 (on supposera que le rendement altère seulement l'intensité secondaire).

Ce secondaire alimente un récepteur par l'intermédiaire d'une ligne de résistance  $0,2\ \Omega$  et de coefficient de self induction  $0,16\ \text{mH}$ . Calculer :

- a. la tension aux bornes du secondaire ;
- b. l'intensité du courant dans le secondaire ;
- c. la tension aux bornes du récepteur et le facteur de puissance de ce récepteur (BEI).

**11. — Un alternateur monophasé à induit fixe possède un inducteur comprenant 20 bobines présentant à l'induit 10 pôles Nord et 10 pôles Sud alternés. A la vitesse de 300 tr/mn la force électromotrice efficace est 1 250 V.**

1° En admettant que la f. é. m. instantanée est sinusoïdale, calculer la pulsation  $\omega$ .

2° Calculer la puissance moyenne fournie par l'alternateur dans les conditions suivantes : l'alternateur tourne à la vitesse de 300 tr/mn, intensité efficace égale à 20 ampères et facteur de puissance égal à 0,92.

3° Sachant que cet alternateur est actionné par une chute d'eau dont la hauteur de chute est 50 mètres et que le rendement de l'installation dans les conditions précitées est de 0,8, quel est le débit de la chute par minute ?

4° L'alternateur alimente un transformateur abaisseur de tension. Le primaire comporte 5 000 spires, le secondaire 500. Quelle est la tension aux bornes du secondaire en admettant une chute de tension de 4 % ?

5° L'alternateur fonctionnant dans les conditions précitées, l'énergie disponible au secondaire du transformateur est utilisée à l'alimentation de lampes à incandescence de 50 watts chacune.

Calculer le nombre de ces lampes qui fonctionnent simultanément, le rendement du transformateur étant 0,9. Quelle est l'intensité dans chaque lampe (BEI).

**12. — Une installation triphasée absorbe par phase 150 A sous une tension de 210 V (50 hertz), entre phases. Le facteur de puissance est 0,72 (courant en retard sur la tension).**

1° Pour améliorer le facteur de puissance, on veut brancher en triangle 3 condensateurs identiques.

Calculer la capacité de chaque condensateur si l'on veut relever le facteur de puissance à 0,9.

Calculer la nouvelle intensité par phase après service des condensateurs.

2° Le transformateur qui alimente l'installation précédente est « triangle étoile » ; tension primaire entre phases : 3 000 V, tension secondaire à vide entre phases : 220 V. Chaque phase du primaire présente 1 440 spires. Faire le schéma du transformateur. (Indiquer le nombre des spires des enroulements.) Calculer l'induction dans les noyaux sachant que la section de chaque noyau est  $80\ \text{cm}^2$ .

- 3° Parmi les récepteurs de l'installation figure un moteur asynchrone triphasé 4 pôles, de puissance utile 12 ch, de rendement 0,84 et de facteur de puissance 0,75. La vitesse de rotation est 1 420 tr/mn.  
Calculer le glissement du moteur ; quelle intensité absorbe-t-il ?  
Calculer son couple utile (BEI).

13. — Un atelier est desservi par une ligne triphasée 4 fils, tensions 120-208 V, 50 Hz au départ. Chaque fil de ligne a une résistance de 0,5  $\Omega$  (inductance négligeable).  
L'installation comprend :

- 1° 10 lampes, 115 V-100 W, dont 4 sont alimentées par la phase 1, et 3 par chacune des autres phases ;
- 2° un moteur asynchrone triphasé 200 V, 50 Hz de puissance utile 4 ch, de rendement 0,85,  $\cos \varphi = 0,8$ .
- 3° Un moteur universel monophasé de puissance utile 0,75 ch, rendement 0,8,  $\cos \varphi = 0,65$ , tension d'emploi 115 V, alimenté par la phase 3.  
Faire le diagramme vectoriel des courants absorbés et des tensions simples et composées aux bornes de l'installation lorsque tous les récepteurs sont en service.  
*Nota :* On fera l'hypothèse initiale d'une chute de tension moyenne en ligne de 5 V par phase, les résultats seront donc approchés. S'ils sont sensiblement conformes à cette hypothèse (tensions à 3 % près, par exemple), nous pourrions les adopter, sinon en reprenant les calculs avec les tensions trouvées nous obtiendrions des résultats plus précis... (Méthode des approximations successives.)

14. — Une installation triphasée alimentée par un réseau 127-220 V, 50 Hz, comprend :

- 1° 54 lampes marquées 125 V-60 W, montage équilibré.
- 2° 5 moteurs asynchrones triphasés, de puissance utile 2 ch, rendement 0,7,  $\cos \varphi = 0,6$ .
- 3° 2 moteurs asynchrones triphasés tétrapolaires, de rendement 0,8,  $\cos \varphi = 0,75$ , de glissement 0,04 en charge normale pour un couple de 3 m.kgp.  
Calculer :
  - a. Les courants absorbés par chaque groupe de récepteurs, et le courant en ligne.
  - b. La puissance et le facteur de puissance de l'installation.
  - c. Les indications de deux wattmètres branchés à l'entrée de l'installation (méthode des deux wattmètres).
  - d. Préciser le montage d'un seul wattmètre pour mesurer la puissance réactive totale, et la valeur de cette puissance réactive.

15. — Un transformateur de 1 kVA, 220 V-110 V, 50 Hz connecté au réseau alternatif 220 V, alimente un moteur monophasé : 110 V, 50 Hz, puissance utile 1 ch., rendement 0,75,  $\cos \varphi = 0,8$ .

La puissance absorbée, à vide, par le transformateur est 52 W.

Au cours d'un essai de court-circuit, secondaire fermé sur un ampèremètre, primaire alimenté sous tension réduite, pour  $I_{cc} = 8$  A, la puissance absorbée au primaire est 40 W. (Cette puissance mesure pratiquement les pertes Joule à ce régime car l'induction magnétique dans le fer est alors très faible.) Calculer :

- a. La résistance de chaque enroulement du transformateur en admettant que la densité de courant est la même dans le primaire et le secondaire et que les spires ont même longueur.
- b. Le rendement du transformateur à charge normale, alimentant un circuit d'éclairage ( $\cos \varphi = 1$ ).
- c. Le rendement du transformateur alimentant le moteur en charge normale.
- d. Le rendement du groupe transformateur-moteur dans ces conditions (BEI, modifié).

16. — Un transformateur triphasé est monté au primaire en triangle sous une tension de 3 000 volts. Il doit être utilisé pour alimenter par son secondaire des lampes sous une certaine tension et des moteurs sous une tension plus forte.

- 1° Quel doit être le mode de couplage du secondaire (les lampes étant supposées réparties également sur chaque phase).

- 2° Les enroulements du primaire comportent 1 820 spires par phase. Quel est le nombre de spires par phase du secondaire, la tension d'alimentation des moteurs étant 200 volts environ.
- 3° Dessiner un schéma du transformateur et des récepteurs en limitant ceux-ci, sur le schéma, à 2 lampes par phase et à un moteur asynchrone à rotor en court-circuit.
- 4° A un moment déterminé, 2 moteurs de puissance utile 3 ch et 60 lampes de 75 watts sont alimentés par le transformateur.  
Calculer l'intensité fournie par chaque phase.
  - a. au circuit d'éclairage.
  - b. aux moteurs dont le rendement est 85 % et le facteur de puissance 0,8. On admettra que dans les conditions du fonctionnement la tension baisse de 2 % mais on négligera la chute de tension en ligne (BEI).

- 17. —** On branche aux bornes d'un réseau triphasé,  $U = 200$  V entre phases, 50 Hz :
- a. Un moteur asynchrone à quatre pôles de puissance utile 10 ch,  $\cos \varphi = 0,8$ , rendement 0,8, vitesse de rotation 1 425 tr/mn.
  - b. Cent cinquante lampes de chacune 60 W montées en triangle équilibré.
  - c. Trois condensateurs montés en triangle et dont la capacité a été calculée pour ramener à 1 le facteur de puissance de l'installation.
- Calculer :
- 1° Le glissement du moteur ; 2° son couple utile ; 3° la puissance réactive qu'il absorbe ; 4° la capacité de l'appareil condensateur ; 5° le facteur de puissance de l'installation si les trois condensateurs sont montés en étoile ; 6° l'intensité totale prise par l'installation lorsque les condensateurs sont montés :
    - a. en triangle ; b. en étoile (BEI).



# TABLE DES MATIÈRES

1 — Phénomènes fondamentaux de l'électrostatique.....	3
2 — Le condensateur électrique .....	10
3 — Propriétés des isolants .....	22
4 — Courant électrique dans le vide :	
I. Diode .....	33
II. Triode.....	36
III. Autres tubes à vide .....	42
5 — Courant dans les gaz .....	48
6 — Propriétés générales du courant alternatif :	
I. Tension et courant.....	58
II. Effets du courant alternatif .....	61
7 — Fonction sinusoïdale .....	66
8 — Lois du courant alternatif .....	77
I. Lois générales .....	77
II. Lois des récepteurs simples .....	80
III. Éléments en série.....	89
IV. Récepteurs en dérivation.....	95
9 — Puissance en courant alternatif :	
I. Puissance instantanée et puissance moyenne .....	99
II. Puissance active — Puissance réactive .....	103
10 — Tensions et courants triphasés :	
I. Tensions triphasées .....	114
II. Courants triphasés.....	117
III. Expression de la puissance.....	121
IV. Mesure de la puissance.....	123
V. Généralisations : tensions et courants polyphasés .....	128
11 — Circuit magnétique en flux alternatif :	
I. Étude expérimentale .....	134
II. Interprétation .....	135
III. Lois quantitatives .....	136

12 — Transformateur monophasé .....	141
I. Intérêt des transformateurs .....	141
II. Étude expérimentale .....	143
III. Principe de fonctionnement .....	146
13 — Divers types de transformateur :	
I. Transformateurs triphasés .....	157
II. Transformateurs spéciaux .....	161
14 — Flux magnétique dans les machines tournantes à courants alternatifs :	
I. Induction magnétique et flux dans l'entrefer .....	169
II. Flux tournant .....	171
15 — Alternateur :	
I. Alternateur monophasé .....	178
II. Alternateur triphasé .....	185
16 — Moteur asynchrone :	
I. Entraînement par courants induits .....	191
II. Moteur asynchrone triphasé .....	193
17 — Divers moteurs :	
I. Moteur synchrone .....	211
II. Petits moteurs monophasés à flux tournant .....	215
III. Moteur série monophasé .....	216
IV. Moteur à répulsion .....	219
V. Remarques sur le choix d'un moteur .....	221
18 — Transformation des courants alternatifs en courant continu :	
I. Machines tournantes .....	225
II. Diode à vide .....	229
III. Tubes à gaz .....	233
V. Redresseurs secs .....	246
Problèmes de révision .....	252





# FOUCHER

## Collection « Les Collèges Techniques »

- |                               |                                        |
|-------------------------------|----------------------------------------|
| ◆ Physique .....              | ROUILLON et<br>BILLOTEAU               |
| ◆ Chimie (2 volumes) .....    | M. MOUNIC et<br>M <sup>me</sup> MOUNIC |
| ◆ Géométrie (2 volumes) ..... | P. LABARTHE                            |
| ◆ Algèbre .....               | BOURRÉE et<br>S <sup>te</sup> LAGÜE    |

## Électricité et électronique

- |                                                               |                      |
|---------------------------------------------------------------|----------------------|
| ◆ Normes et Schémas d'électricité ..                          | HEINY et<br>LE GARFF |
| ◆ Exercices de dessin d'électricité..                         | HEINY et<br>LE GARFF |
| ◆ Technologie professionnelle<br>générale d'électricité ..... | P. HEINY             |
| ◆ Technologie professionnelle<br>pratique d'électricité ..... | HEINY et<br>DENOJEAN |
| ◆ Électronique industrielle<br>(2 volumes) .....              | M. MOUNIC            |

**CATALOGUE COMPLET SUR DEMANDE**

Les Éditions FOUCHER  
128, rue de Rivoli  
PARIS-I<sup>er</sup>  
N° 1095-1257

Imprimé en France

Imp. BUSSIÈRE  
24, rue de Juranville  
SAINT-AMAND (Cher)  
4<sup>e</sup> trimestre 1957



**FOUCHER**

*le livre au service du Métier*